FÍSICA
CLÁSSICA

...ão completo para estudar Física no 2º grau:
...ações detalhadas de cada conceito.
...eras ilustrações didáticas.
...de variedade de questões e problemas,
...rmitem ao estudante exercitar e
...dar seus conhecimentos.

José Luiz Sampaio

Bacharel em Física pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo. Professor de Física na rede particular de ensino desde 1968.

ISBN 85-7056-885-1

430
C144f
1998
v.3 2ªed. ex.13
FB Pré-vestibular Central
BIBLIOTECA
Física clássica: termologia, fluidomecânica, análise di

FÍSICA
CLÁSSICA
Caio Sérgio Calçada
José Luiz Sampaio

FÍSICA
CLÁSSICA

Caio Sérgio Calçada
José Luiz Sampaio

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

No Sistema Internacional distinguem-se três classes de unidades:

a) unidades de base;
b) unidades suplementares;
c) unidades derivadas.

UNIDADES SI DE BASE

Grandeza	*Unidade*	*Símbolo*
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
intensidade de corrente elétrica	ampère	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
intensidade luminosa	candela	cd
quantidade de matéria	mol	mol

UNIDADES SI SUPLEMENTARES

Grandeza	*Unidade*	*Símbolo*
ângulo plano	radiano	rad
ângulo sólido	esterorradiano	sr

UNIDADES SI DERIVADAS USADAS NESTE LIVRO

Grandeza	*Unidade*	*Símbolo*	*Expressão em unidades SI de base*
área	metro quadrado	m^2	m^2
volume	metro cúbico	m^3	m^3
massa específica	quilograma por metro cúbico	kg/m^3	$kg \cdot m^{-3}$
força	newton	N	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
trabalho, energia e quantidade de calor	joule	J	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
potência	watt	W	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
pressão	pascal	Pa	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
calor específico	joule por quilograma kelvin	$J/(kg \cdot K)$	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
capacidade térmica	joule por kelvin	J/K	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
calor latente	joule por quilograma	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
condutividade térmica	watt por metro kelvin	$W/(m \cdot K)$	$kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$
calor molar	joule por mol kelvin	$J/(mol \cdot K)$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

FÍSICA

CLÁSSICA

ラブ
いすす？

SUMÁRIO

1 HIDROSTÁTICA

1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES 1
2. DENSIDADE 1
3. TEOREMA DE ARQUIMEDES 6
4. PESO APARENTE 7
5. FORÇA ASCENSIONAL. FLUTUAÇÃO 14
6. CONCEITO DE PRESSÃO 24
7. PRESSÃO HIDROSTÁTICA 26
8. PRESSÃO NO INTERIOR DE UM LÍQUIDO EM EQUILÍBRIO 28
9. TEOREMA DE STEVIN 29
10. PRESSÃO ATMOSFÉRICA. BARÔMETRO 36
11. EQUILÍBRIO DE LÍQUIDOS IMISCÍVEIS, VASOS COMUNICANTES 37
12. PRINCÍPIO DE PASCAL. PRENSA HIDRÁULICA 44

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 47

2 TERMOMETRIA

1. NOÇÃO DE ESTADO TÉRMICO 51
2. EQUILÍBRIO TÉRMICO 52
3. NOÇÃO DE TEMPERATURA 52
4. EQUAÇÃO TERMOMÉTRICA 52
5. TERMÔMETRO 53
6. ESCALA TERMOMÉTRICA 54
7. ESCALAS RELATIVAS USUAIS 54
8. CONVERSÃO ENTRE AS ESCALAS RELATIVAS USUAIS 61
9. ESCALA ABSOLUTA KELVIN 62

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 70

3 DILATAÇÃO TÉRMICA DOS SÓLIDOS

1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES 71
2. DILATAÇÃO LINEAR DOS SÓLIDOS 72
3. DILATAÇÃO SUPERFICIAL DOS SÓLIDOS 78
4. DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA OU CÚBICA DOS SÓLIDOS 81
5. DILATAÇÃO DOS SÓLIDOS ANISÓTROPOS 83
6. VARIAÇÃO DA DENSIDADE COM A TEMPERATURA 84
7. DILATAÇÃO DE UM SÓLIDO OCO 85
8. EFEITOS MECÂNICOS DA DILATAÇÃO TÉRMICA 88

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 90

4 DILATAÇÃO TÉRMICA DOS LÍQUIDOS

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 93
2. DILATAÇÃO APARENTE 100
3. COMPORTAMENTO TÉRMICO DA ÁGUA 105

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 108

5 CALORIMETRIA

1. O QUE É CALOR 109
2. TEMPERATURA, ENERGIA TÉRMICA E CALOR 111
3. QUANTIDADE DE CALOR 112
4. CALOR SENSÍVEL E CALOR LATENTE 113
5. LEIS DAS MUDANÇAS DE ESTADO DE AGREGAÇÃO 114
6. CALOR SENSÍVEL 117
7. CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CALOR SENSÍVEL 121
8. CALORÍMETRO. EQUIVALENTE EM ÁGUA 135
9. PRINCÍPIO GERAL DAS TROCAS DE CALOR 136

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 148

6 MUDANÇAS DE ESTADO

1. OS ESTADOS DE AGREGAÇÃO DA MATÉRIA 152
2. DIAGRAMA DE FASES 153
3. TRANSIÇÃO SÓLIDO ⟺ LÍQUIDO 157
4. SOBREFUSÃO 161
5. TRANSIÇÃO LÍQUIDO ⟺ VAPOR 163
6. INFLUÊNCIA DA PRESSÃO NO PONTO DE EBULIÇÃO 167
7. EVAPORAÇÃO 170
8. TRANSIÇÃO SÓLIDO ⟺ VAPOR 172

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 174

7 PROPAGAÇÃO DO CALOR

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS 178
2. CONDUÇÃO TÉRMICA 179
3. CONVECÇÃO TÉRMICA 187
4. IRRADIAÇÃO TÉRMICA 191

LEITURA: A GARRAFA TÉRMICA 194

5. ESTUFA 195

LEITURA: O EFEITO ESTUFA 195
LEITURA: O AQUECIMENTO SOLAR 196

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 199

8 COMPORTAMENTO TÉRMICO DOS GASES

1. O MOL E A MASSA MOLAR 201
2. PRESSÃO DE UM GÁS 205
3. O GÁS IDEAL 205
4. DENSIDADE DE UM GÁS IDEAL 215
5. LEI GERAL DOS GASES PERFEITOS 218
6. TRANSFORMAÇÕES GASOSAS PARTICULARES 221
7. GRANDEZAS MACROSCÓPICAS E MICROSCÓPICAS 229
8. CALORES ESPECÍFICOS DOS GASES 234
9. TRANSFORMAÇÃO ADIABÁTICA 242

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 244

9 TERMODINÂMICA

1. O CALOR E A ENERGIA MECÂNICA 247
2. TEORIA CINÉTICA DOS GASES 252
3. ENERGIA INTERNA 254
4. TRABALHO NAS TRANSFORMAÇÕES GASOSAS 259
5. PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA 261
6. A PRIMEIRA LEI APLICADA ÀS TRANSFORMAÇÕES ISOBÁRICA E ISOCÓRICA DE UM GÁS IDEAL 267

7. A PRIMEIRA LEI APLICADA À TRANSFORMAÇÃO ISOTÉRMICA DE UM GÁS IDEAL 276
8. A PRIMEIRA LEI APLICADA À TRANSFORMAÇÃO ADIABÁTICA DE UM GÁS IDEAL 279
9. A LEI DE JOULE DOS GASES PERFEITOS 283
10. TRANSFORMAÇÃO CÍCLICA 286
11. TRANSFORMAÇÕES REVERSÍVEIS E IRREVERSÍVEIS 293
12. SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA 294
13. MÁQUINAS TÉRMICAS 295
14. RENDIMENTO DA MÁQUINA TÉRMICA 296
15. MÁQUINAS FRIGORÍFICAS 296
16. MÁQUINA DE CARNOT 300
17. ESCALA ABSOLUTA TERMODINÂMICA 305
18. DEGRADAÇÃO DA ENERGIA. NOÇÃO DE ENTROPIA 305
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 307

10 HIDRODINÂMICA

1. FLUIDOS EM MOVIMENTO 308
2. ESCOAMENTO DE FLUIDOS 311
3. VAZÃO E FLUXO DE MASSA 314
4. PRESSÃO E VELOCIDADE 318
5. EQUAÇÃO DE BERNOUILLI 324
6. EQUAÇÃO DE TORRICELLI 325
7. O TUBO DE VENTURI 328
8. O TUBO DE PITOT 330
9. DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE BERNOUILLI 333
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 334

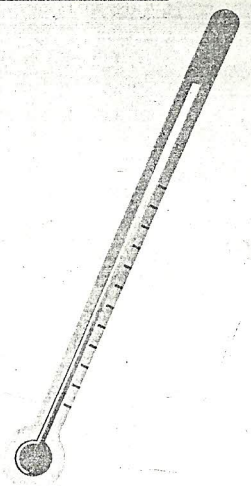
11 ANÁLISE DIMENSIONAL

GRANDEZAS FUNDAMENTAIS 336
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO 344

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS 348
ÍNDICE REMISSIVO 357

CAPÍTULO 1

HIDROSTÁTICA



1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O termo *hidrostática*, que usamos como título deste capítulo, significa literalmente "estática da água" ou, por extensão, "estática dos líquidos". No entanto, apesar de utilizarmos esse termo, já consagrado pelo uso, estudaremos a "estática dos fluidos", isto é, a "Fluidostática". *Fluidos* é o termo genérico para indicar substâncias que fluem, escoam, adquirindo a forma do recipiente que as contém, já que não apresentam forma própria. Estão nessa categoria de substâncias os líquidos e os gases.

Portanto, nesse sentido, podemos afirmar que a Hidrostática é a parte da Mecânica que estuda o equilíbrio dos fluidos.

Dizemos que um fluido está em equilíbrio quando não há movimentação de suas diferentes partes, umas em relação às outras, isto é, quando não há correntes de fluido no seu interior.

2. DENSIDADE

Qualquer corpo, independentemente do fato de ser ou não homogêneo, possui certa massa m e ocupa um lugar no espaço, isto é, ocupa um volume V (Fig. 1). Define *densidade* do corpo a grandeza escalar dada pela relação entre sua massa m e seu volume V:

$$d = \frac{m}{V}$$

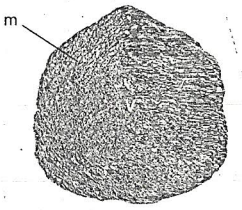


Fig. 1

A densidade tem por unidade, no Sistema Internacional de Unidades (SI), o quilograma por metro cúbico (kg/m^3). São usadas também outras unidades, como o grama por centímetro cúbico (g/cm^3) e o quilograma por litro (kg/ℓ).

Quando o corpo é maciço e *homogêneo*, a relação entre a massa m e o volume V define a *massa específica* (μ) da substância de que é feito o corpo, confundindo-se, então, com sua densidade:

$$\mu = d = \frac{m}{V}$$

Desse modo, usando uma única substância (com sua massa específica característica), podemos fazer vários corpos de densidades diferentes, deixando espaços "vazios" (ocupados por ar) no seu interior.

Por exemplo, consideremos o cobre, cuja massa específica é $\mu = 8{,}9\ g/cm^3$ (cada $1\ cm^3$ de cobre tem 8,9 g de massa). Qualquer corpo maciço de cobre – um cubo, uma esfera, um fio – terá densidade $d = 8{,}9\ g/cm^3$, isto é, coincidente com a massa específica do cobre. No entanto, se o corpo for oco, ele poderá ter maior volume para a mesma massa de cobre, pois uma parte desse volume será ocupada por ar. Em conseqüência, a densidade será menor que a massa específica do cobre.

A água a 4°C tem uma massa específica ou densidade (supondo-a homogênea) que é freqüentemente adotada como padrão de referência. Seu valor, nas várias unidades, é:

$$d_{água} = 1\ g/cm^3 = 1\ kg/\ell = 1 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

Chamamos *densidade relativa* de um corpo ou de uma substância à relação entre sua densidade e a densidade de outra substância tomada como referência. Geralmente, a densidade relativa de sólidos e líquidos é definida em relação à água. Assim, por exemplo, o mercúrio, que tem densidade $d_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$, terá densidade relativa em relação à água:

$$d_R = \frac{d_{Hg}}{d_{água}} = \frac{13{,}6\ g/cm^3}{1{,}0\ g/cm^3} \qquad d_R = 13{,}6$$

Observe que a densidade relativa é uma grandeza adimensional, não apresentando, portanto, unidade.

Logicamente, é possível tomar outros padrões de referência que não a água. A densidade relativa dos gases é comumente referida em relação ao oxigênio.

Observação

A título de maior clareza, evitando confusões, a densidade definida anteriormente pode ser denominada *densidade absoluta*.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Uma amostra de dada substância apresenta 50 gramas de massa e volume de $4{,}0\ cm^3$. Determine a densidade dessa substância expressa em g/cm^3 e em kg/m^3.

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

Resolução:

Temos $m = 50\ g$ e $V = 4{,}0\ cm^3$.

A densidade é dada por: $d = \frac{m}{V}$

$$d = \frac{50}{4{,}0} \qquad d = 12{,}5\ g/cm^3$$

Mudando as unidades ($1\ g = 10^{-3}\ kg$ e $1\ cm^3 = 10^{-6} m^3$), vem:

$$d = 12{,}5 \cdot \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-6} m^3}$$

$$d = 12{,}5 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

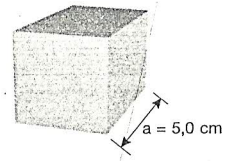
2. Um corpo maciço e homogêneo tem massa 20 gramas e volume $4{,}0\ cm^3$. Calcule a densidade do material que o constitui, exprimindo-a em g/cm^3 e em kg/m^3.

3. Um cubo tem 5,0 cm de aresta e massa igual a 60 gramas. No centro, esse cubo é oco, tendo a parte oca forma cúbica com aresta 2,0 cm. Determine a densidade do cubo e a densidade do material que o constitui.

Resolução:

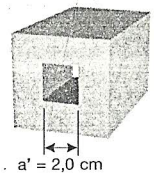
A massa do cubo é $m = 60\ g$ e o volume: $V = a^3 = (5{,}0)^3$, $V = 125\ cm^3$. Sua densidade vale:

$$d = \frac{m}{V} \qquad d = \frac{60}{125} \qquad d = 0{,}48\ g/cm^3$$



Para encontrar a densidade do material que constitui o corpo, devemos descontar do volume total o volume da parte oca:

$V_{oco} = a'^3 = (2{,}0)^3$, $V_{oco} = 8{,}0\ cm^3$
$V_{MAT} = V - V_{oco}$
$V_{MAT} = 125 - 8{,}0$
$V_{MAT} = 117\ cm^3$



Desprezando a eventual quantidade de ar que exista na parte oca, podemos admitir que a massa do material seja igual à massa do cubo:
$m_{MAT} = m = 60\ g$
A densidade do material vale:

$$d_{MAT} = \frac{m_{MAT}}{V_{MAT}} \qquad d_{MAT} = \frac{60}{117} \qquad d_{MAT} = 0{,}51\ g/cm^3$$

4. Uma esfera tem raio 2,0 cm. Sua parte central, também esférica, é oca e tem raio 1,0 cm. Supondo que a parte não oca é homogênea e tem massa 80 gramas, determine:
a) a densidade da esfera; $2{,}1\ g/cm^3$
b) a densidade do material que constitui a esfera. $2{,}73\ g/cm^3$

Dado: volume de uma esfera $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; adote $\pi = 3{,}14$.

5. Dois líquidos homogêneos de densidade $2{,}0\,g/cm^3$ e $0{,}80\,g/cm^3$ são misturados. Determine a densidade da mistura nos dois casos seguintes:

a) são misturadas massas iguais dos líquidos;

b) são misturados volumes iguais dos líquidos.

Resolução:

a) Se as massas são iguais ($m_A = m_B = m$), os volumes são diferentes ($V_A \neq V_B$). Aplicando o conceito de densidade, vem:

$$\left.\begin{array}{l} d_A = \dfrac{m}{V_A} \end{array}\right\} \quad V_A = \frac{m}{d_A}$$

$$\left.\begin{array}{l} d_B = \dfrac{m}{V_B} \end{array}\right\} \quad V_B = \frac{m}{d_B}$$

A densidade da mistura será dada por: $d = \dfrac{2m}{V_A + V_B}$. Substituindo:

$$d = \frac{2m}{\frac{m}{d_A} + \frac{m}{d_B}} \qquad d = \frac{2m}{m\left(\frac{1}{d_A} + \frac{1}{d_B}\right)}$$

$$d = \frac{2}{\frac{1}{d_A} + \frac{1}{d_B}} \qquad d = \frac{2}{\frac{d_A + d_B}{d_A \cdot d_B}} \qquad d = \frac{2d_Ad_B}{d_A + d_B}$$

Sendo $d_A = 2{,}0\,g/cm^3$ e $d_B = 0{,}80\,g/cm^3$, vem:

$$d = \frac{2 \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}80}{2{,}0 + 0{,}80} = \frac{3{,}2}{2{,}8} \qquad d = 1{,}14\,g/cm^3$$

b) Se os volumes são iguais ($V_A = V_B = V$), as massas são diferentes ($m_A \neq m_B$). Aplicando o conceito de densidade, temos:

$$\left.\begin{array}{l} d_A = \dfrac{m_A}{V} \end{array}\right\} \quad m_A = d_A \cdot V$$

$$\left.\begin{array}{l} d_B = \dfrac{m_B}{V} \end{array}\right\} \quad m_B = d_B \cdot V$$

A densidade da mistura será dada por:

$$d = \frac{m_A + m_B}{2V}$$

Substituindo:

$$d = \frac{d_AV + d_BV}{2V} \qquad d = \frac{(d_A + d_B)V}{2V} \qquad d = \frac{d_A + d_B}{2}$$

Nesse caso (mistura em volumes iguais), a densidade da mistura é média aritmética das densidades dos líquidos misturados. Sendo $d_A = 2{,}0\,g/cm^3$ e $d_B = 0{,}80\,g/cm^3$, vem:

$$d = \frac{2{,}0 + 0{,}80}{2} = \frac{2{,}8}{2} \qquad d = 1{,}4\,g/cm^3$$

6. Determine a densidade da mistura de dois líquidos de densidades $5{,}0\,g/cm^3$ e $2{,}0\,g/cm^3$:

a) em massas iguais; b) em volumes iguais.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

7. (UC-BA) O volume interno de uma caixa, com formato de um paralelepípedo, é igual a $60\,dm^3$. Quantos litros de água essa caixa comporta?

a) 0,06 b) 0,6 c) 6 d) 60 e) 600

8. (U. E. Londrina-PR) Qual é, em gramas, a massa de um volume de $50\,cm^3$ de um líquido cuja densidade é igual a $2{,}0\,g/cm^3$?

a) 25 b) 50 c) 75 d) 100 e) 125

9. (UNIMEP-SP) Se a densidade do óleo é $0{,}92\,g/cm^3$, a massa contida em 2 litros de óleo vale:

a) 1 840 kg b) 1,84 g c) 1,08 kg d) 1,84 kg e) 184 g

10. (FUVEST-SP) Os chamados "Buracos Negros", de elevada densidade, seriam regiões do Universo capazes de absorver matéria, que passaria a ter a densidade desses Buracos. Se a Terra, com massa da ordem de 10^{27} g, fosse absorvida por um "Buraco Negro" de densidade $10^{24}\,g/cm^3$, ocuparia um volume comparável ao:

a) de um nêutron. b) de uma gota d'água. c) de uma bola de futebol. d) da Lua. e) do Sol.

11. (PUC-SP) Dois blocos maciços, *A* e *B*, têm massas respectivamente iguais a 500 g e 750 g e densidades respectivas $5{,}0\,g/cm^3$ e $7{,}5\,g/cm^3$. Sobre esses blocos podemos afirmar que:

a) são de mesma substância. b) têm volumes iguais. c) o volume de *B* é maior que o de *A*. d) têm pesos iguais. e) têm pesos específicos iguais.

12. (U. E. Londrina-PR) Um objeto maciço tem massa igual a 100 g e volume igual a $200\,cm^3$. Qual é o valor da massa, em quilogramas, de outro objeto maciço, feito com o mesmo material, que tem volume igual a $100\,cm^3$? (Os dois objetos estão nas mesmas condições de temperatura e pressão e são homogêneos.)

a) 0,0500 b) 0,100 c) 50,0 d) 100 e) 200

13. (UNISA-SP) Um cubo de gelo foi formado solidificando-se completamente 57,6 g de água. Qual é a medida da aresta do cubo? A densidade do gelo é $0{,}90\,g/cm^3$.

a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm

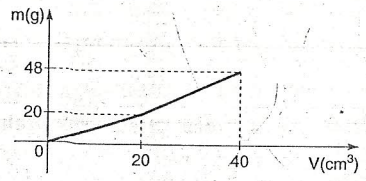
14. (UF-PA) Um cristal de quartzo de forma irregular tem massa de 42,5 g. Quando submerso em água num tubo de ensaio de raio 1,5 cm, o nível da água sobe de 2,26 cm. A densidade do cristal em kg/m³ é:

a) 2,66 b) 26,6 c) $2{,}66 \cdot 10^2$ d) $2{,}66 \cdot 10^3$ e) $2{,}66 \cdot 10^4$

15. (FUVEST-SP) Duas substâncias, *A* e *B*, são colocadas num recipiente, uma após a outra. Durante o preenchimento, são medidos continuamente a massa e o volume contidos no recipiente. Com estes dados constrói-se o gráfico ao lado.

As massas específicas (densidades) de *A* e *B*, em g/cm^3, são, respectivamente:

a) 1,0 e 1,2 b) 2,0 e 4,8 c) 1,0 e 1,4 d) 2,0 e 4,0 e) 2,0 e 3,0



16. (FUVEST-SP) Uma chapa de cobre de 2 m², utilizada em um coletor de energia solar, é pintada com tinta preta cuja massa específica, após a secagem, é 1,7 g/cm³. A espessura da camada é da ordem de 5 μm (micrômetro). Qual é a massa de tinta seca existente sobre a chapa?

17. (FUVEST-SP) A densidade do óleo é 0,80 g/cm³. Supondo que a aceleração da gravidade vale 10 m/s², responda:

a) Quanto pesa o óleo contido em uma lata de 900 ml?

b) Quantas latas de 900 ml podem ser preenchidas com 180 kg de óleo?

18. (FGV-SP) Uma peça maciça é formada de ouro (densidade = 20 g/cm³) e prata (densidade = 10 g/cm³). O volume e a massa da peça são, respectivamente, 625 cm³ e 10 kg. Podemos então afirmar que a massa de ouro contida na peça é igual a:

a) 5 000 g b) 6 250 g c) 6 900 g d) 7 250 g e) 7 500 g

19. (U. E. Londrina-PR) Dois líquidos miscíveis têm, respectivamente, densidades d = 3,0 g/cm³ e d = 2,0 g/cm³. Qual é a densidade, em g/cm³, de uma mistura homogênea dos dois líquidos composta, em volume, de 40% do primeiro e 60% do segundo?

a) 1,5 b) 2,2 c) 2,4 d) 2,8 e) 3,4

3. TEOREMA DE ARQUIMEDES

O Teorema de Arquimedes, válido para corpos mergulhados em qualquer fluido (gás ou líquido) em equilíbrio, estabelece que:

> "Um corpo imerso (mergulhado), parcial ou totalmente, num fluido em equilíbrio sofre a ação de uma força com as seguintes características:
> *direção*: vertical.
> *sentido*: de baixo para cima.
> *ponto de aplicação*: centro de gravidade do volume de fluido deslocado.
> *intensidade*: igual à do peso do volume de fluido deslocado."

Consideremos um recipiente completamente cheio por um fluido em equilíbrio. Na figura 2, destacamos um cilindro desse fluido com eixo vertical e as forças que atuam sobre ele. As forças hidrostáticas com que o resto do fluido atua lateralmente no cilindro se equilibram, duas a duas. Na direção vertical, as forças atuantes são $\vec{F}_1$ na base superior, $\vec{F}_2$ na base inferior e $\vec{P}_F$ é o peso do cilindro de fluido. Como há equilíbrio:

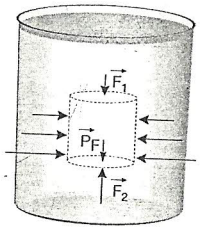


Fig. 2

$$F_2 - F_1 = P_F$$

HEURECA!

Conta a lenda que, certo dia, o célebre cientista grego Arquimedes, durante seu banho, percebeu que, a partir da força que impulsionava seu corpo para cima na água, poderia resolver um problema físico que o preocupava havia algum tempo. Teria então saído completamente nu pelas ruas de Siracusa, entusiasmado com sua descoberta, gritando a famosa palavra: Heureca! Heureca! (Achei! Achei!).

Chamando de empuxo $\vec{E}$ a resultante entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, cuja intensidade é $E = F_2 - F_1$, vem:

$$E = P_F$$

Logicamente, se em vez do cilindro fluido tivermos um corpo sólido de mesma forma e volume, o empuxo $\vec{E}$ (resultante das forças hidrostáticas) estará atuando sobre ele (Fig. 3). O cilindro sólido ficará sujeito então a duas forças na direção vertical que não se equilibram necessariamente: o empuxo $\vec{E}$ aplicado pelo fluido e seu próprio peso $\vec{P}$.

A intensidade do empuxo, igual à do peso do fluido deslocado pelo corpo, pode ser expressa em função da densidade do fluido (d_F) e o volume do fluido deslocado (V_E). Realmente:

$E = P_F = m_F \cdot g$

Mas $m_F = d_F \cdot V_F$, donde:

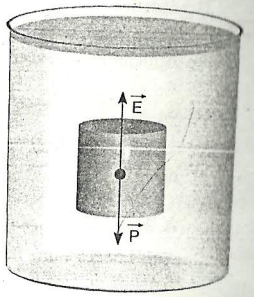


Fig. 3

$$E = d_F \cdot V_F \cdot g$$

Para comparar a intensidade do empuxo com a do peso do corpo, costumamos exprimir a última em função da densidade (d) e do volume (V) do corpo:

$P = m \cdot g$

Como $m = d \cdot V$, vem:

$$P = d \cdot V \cdot g$$

Logicamente, se o corpo estiver totalmente mergulhado no fluido, o volume de fluido deslocado (V_F) é igual ao volume do próprio corpo (V):

$$V_F = V$$

4. PESO APARENTE

Quando a densidade do corpo, considerado totalmente imerso no fluido, é maior que a densidade do fluido, a intensidade do peso do corpo é maior que a do empuxo.

Realmente, sendo $V_F = V$, as intensidades são dadas por:

$E = d_F \cdot V \cdot g$ e $P = d \cdot V \cdot g$

Sendo $d > d_F$, vem: $P > E$

A resultante que atua sobre o corpo é denominada *peso aparente* e tem intensidade dada por:

$$P_{ap} = P - E$$

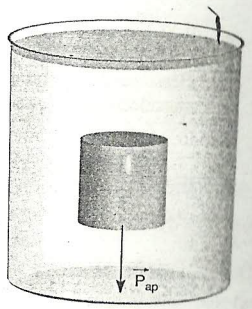


Fig. 4

Sob a ação dessa força resultante (Fig. 4), o corpo desloca-se para baixo e só vai atingir o equilíbrio ao encontrar o fundo do recipiente.

No caso de a densidade do corpo coincidir com a densidade do fluido, o peso do corpo e o empuxo terão intensidades iguais e o peso aparente será nulo. Nesse caso, qualquer que seja a posição do corpo no seio do fluido, ele estará em equilíbrio.

Se $d_F = d \Rightarrow P = E \Rightarrow P_{ap} = 0$.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

20 Um corpo sólido cilíndrico, cujo raio da base é 2,0 cm e cuja altura é 5,0 cm, está totalmente imerso num fluido de densidade 2,0 g/cm³. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10\,m/s^2$, determine a intensidade do empuxo com que o fluido age sobre ele.

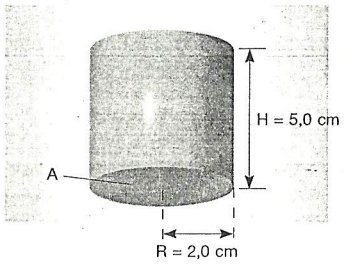
Resolução:

O volume do cilindro é dado pelo produto da área da base pela altura:

$V = A \cdot H = \pi \cdot R^2 \cdot H$, onde R = 2,0 cm e H = 5,0 cm

$V = 3,14 \cdot (2,0)^2 \cdot 5,0$

$V = 62,8\,cm^3$



Em unidades do SI:

$V = 62,8 \cdot 10^{-6}\,m^3$

O volume de fluido deslocado é igual ao volume do cilindro e, portanto:

$V_F = 62,8 \cdot 10^{-6}\,m^3$

Sendo $d_F = 2,0\,g/cm^3 = 2,0 \cdot 10^3\,kg/m^3$ e $g = 10\,m/s^2$, a intensidade do empuxo é dada por:

$E = d_F \cdot V_F \cdot g$

$E = 2,0 \cdot 10^3 \cdot 62,8 \cdot 10^{-6} \cdot 10$

$E = 125,6 \cdot 10^{-2}\,N \qquad E = 1,256\,N$

21. Um cubo de aresta 2,0 cm está totalmente imerso num flùido de densidade 0,80 g/cm³. Determine a intensidade do empuxo que o fluido exerce no cubo. Adote $g = 10\,m/s^2$.

$6,4 \cdot 10^{-2}$

22 Um corpo de massa 20 kg está totalmente imerso num fluido de densidade $2,0 \cdot 10^2\,kg/m^3$. Sendo o volume do corpo $0,020\,m^3$ e $g = 10\,m/s^2$, determine:

a) a densidade do corpo;
b) o peso aparente do corpo;
c) admitindo não haver atritos, a aceleração do movimento do corpo no líquido.

Resolução:

a) Sendo a massa m = 20 kg e o volume $V = 0,020\,m^3$, a densidade do corpo vale:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{20}{0,020} \qquad d = 1,0 \cdot 10^3\,kg/m^3$$

b) O volume de fluido deslocado é igual ao volume do corpo, pois este está totalmente imerso:

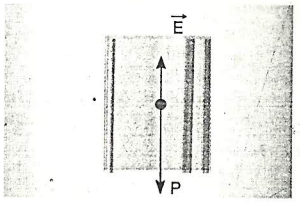
$V_F = V = 0,020\,m^3$

A intensidade do empuxo é dada por:

$E = d_F \cdot V_F \cdot g$

Como $d_F = 2,0 \cdot 10^2\,kg/m^3$ e $g = 10\,m/s^2$, vem:

$E = 2,0 \cdot 10^2 \cdot 0,020 \cdot 10 \qquad E = 40\,N$



O peso do corpo tem intensidade:

$P = m \cdot g$

$P = 20 \cdot 10$

$P = 200\,N$

O peso aparente é a resultante entre o peso do corpo e o empuxo, tendo intensidade dada por:

$P_{ap} = P - E$

$P_{ap} = 200 - 40 \qquad P_{ap} = 160\,N$

c) O peso aparente é a força que acelera o corpo em seu movimento através do fluido. Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica:

$$P_{ap} = m \cdot a, \text{ donde } a = \frac{P_{ap}}{m} \quad a = \frac{160}{20} \qquad a = 8,0\,m/s^2$$

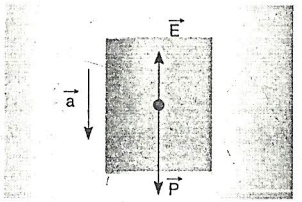
23. Um cubo de aresta 0,20 m e massa 48 kg está totalmente imerso num líquido cuja densidade é $5,0 \cdot 10^3\,kg/m^3$. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10\,m/s^2$, determine:

a) a densidade do corpo; $6 \cdot 10^3\,kg/m^3$
b) a intensidade do empuxo que o corpo sofre; 400 N
c) o peso aparente do corpo; 80N
d) a aceleração do corpo através do líquido, supondo não haver resistências. $\simeq 1,7\,m/s^2$

24 Um sólido, totalmente imerso num líquido de densidade $6,0 \cdot 10^2\,kg/m^3$, movimenta-se verticalmente para baixo com uma aceleração igual a um quarto da aceleração da gravidade. Determine a densidade do sólido. Despreze as resistências opostas ao movimento.

Resolução:

O corpo, de densidade *d* e volume *V*, está totalmente imerso no fluido (líquido), sendo o volume de fluido deslocado igual ao do corpo ($V_F = V$). O corpo desce sob a ação de seu peso aparente, cuja intensidade vale:



$P_{ap} = P - E \qquad (I)$

Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica, sendo *a* a aceleração do corpo no líquido, vem:

$P_{ap} = m \cdot a \qquad P_{ap} = d \cdot V \cdot a$

O peso do corpo tem intensidade:

$P = d \cdot V \cdot g$

A intensidade do empuxo, sendo d_F a densidade do fluido, é dada por:

$E = d_F \cdot V_F \cdot g \qquad E = d_F \cdot V \cdot g$

Substituindo em (I):

$d \cdot V \cdot a = d \cdot V \cdot g - d_F \cdot V \cdot g$

Mas $a = \frac{g}{4}$ e daí:

$d \cdot V \cdot \frac{g}{4} = (d - d_F)V \cdot g \implies d \cdot \frac{1}{4} = d - d_F \implies d = 4d - 4d_F$

$3d = 4d_F$

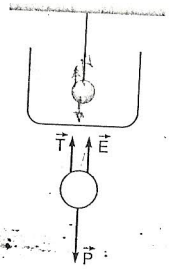
Como $d_F = 6{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$, vem:

$3d = 4 \cdot 6{,}0 \cdot 10^2$

$d = 8{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$

25. Qual a densidade de um fluido no qual, desprezadas as resistências, um corpo de densidade $2{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ cai com aceleração igual à metade da aceleração da gravidade?

26. O corpo da figura é uma esfera de massa 50 kg e volume $0{,}020\ m^3$, estando em equilíbrio mergulhada num líquido de densidade $8{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$ e sustentada por um fio ideal. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$, determine a intensidade da tração no fio.



Resolução:

As forças que atuam no corpo são o empuxo $\vec{E}$, a tração no fio $\vec{T}$ e o peso do corpo $\vec{P}$.
Como há equilíbrio:

$T + E = P$

Mas o empuxo tem intensidade $E = d_F \cdot V_F \cdot g$, onde $d_F = 8{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$, $V_F = V = 0{,}020\ m^3$ (corpo totalmente imerso) e $g = 10\ m/s^2$. Assim:

$E = 8{,}0 \cdot 10^2 \cdot 0{,}020 \cdot 10 \quad E = 160\ N$

A intensidade do peso do corpo vale $P = m \cdot g$, onde $m = 50\ kg$:

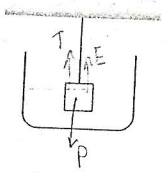
$P = 50 \cdot 10 \qquad P = 500\ N$

A tração terá intensidade:

$T = P - E \qquad T = 500 - 160$

$T = 340\ N$

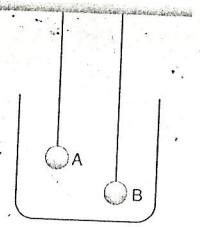
27. Um cubo de aresta 0,30 m e massa 20 kg está totalmente imerso num líquido de densidade $6{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$, sustentado por um fio ideal, como mostra a figura. Determine a força que deve ser aplicada ao fio para manter o cubo em equilíbrio. Adote $g = 10\ m/s^2$.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

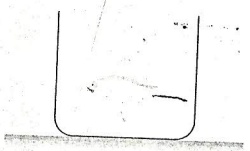
28. (UFLA-MG) O empuxo exercido sobre um corpo imerso em um líquido depende:
a) do volume do líquido deslocado e da densidade do corpo.
b) da densidade e volume do corpo.
X do volume e da densidade do líquido deslocado.
d) somente do volume do líquido deslocado.
e) somente da densidade do líquido deslocado.

29. (PUC-RS) Duas esferas metálicas, *A* e *B*, de mesmo volume e massas diferentes, estão totalmente imersas na água. Analisando essa situação, é possível afirmar que a intensidade do empuxo que a água exerce nas esferas:
X é a mesma nas duas esferas.
b) é maior na esfera *A*.
c) é maior na esfera *B*.
d) depende das massas das esferas.
e) depende da quantidade de água no recipiente.



30. (U. Mogi das Cruzes-SP) Duas esferas metálicas, feitas do mesmo metal, uma maciça e outra oca, de mesma massa, estão totalmente imersas em um recipiente que contém água. A respeito dos empuxos nas esferas, concluímos que:
a) os empuxos são iguais.
X o empuxo sobre a esfera oca é maior que sobre a maciça.
c) o empuxo sobre a esfera maciça é maior que sobre a oca.
d) nada se pode concluir sobre os empuxos.
e) o empuxo sobre a esfera maciça é maior que o seu peso.

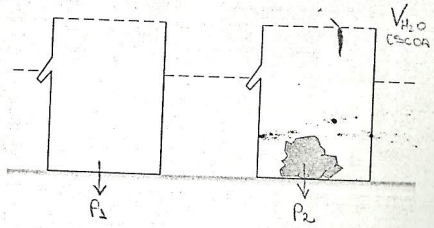
31. (FUVEST-SP) A figura ilustra um peixe parado num aquário.
a) Indique as forças externas que atuam sobre ele, identificando-as.
b) O que ocorre quando mecanismos internos do peixe produzem aumento de seu volume? Justifique.



32. (VUNESP-SP) Coloca-se água num recipiente até que o nível do líquido fique na altura do bico lateral, como mostra a figura da esquerda. Quando uma pedra é colocada no interior do recipiente, ela afunda, o nível da água sobe, parte do líquido se escoa pelo bico e seu nível volta à posição original, como mostra a figura da direita.

Sejam P_1 o peso do conjunto água + recipiente antes da introdução da pedra (figura da esquerda) e P_2 o peso do conjunto água + recipiente + pedra após o líquido haver voltado ao nível original (figura da direita).

a) P_2 é igual, maior ou menor que P_1?
b) Justifique sua resposta.



33. (UF-AM) Um corpo imerso em água e abandonado a si mesmo afunda com um movimento inicial, cuja aceleração no instante inicial (quando a velocidade do corpo é nula) é a metade da aceleração da gravidade. A densidade do corpo em relação à água é:

a) 4 b) 10 c) 6 d) 2

34. (Mackenzie-SP) Um bloco maciço de ferro de densidade 8 g/cm³ com 80 kg encontra-se no fundo de uma piscina com água de densidade 1 g/cm³ e profundidade 3 m. Amarrando-se a esse bloco um fio ideal e puxando esse fio de fora da água, leva-se o bloco à superfície com velocidade constante. Adote g = 10 m/s². A força aplicada a esse fio tem intensidade de:

a) 800 N c) 600 N e) 100 N
d) 700 N d) 300 N

35. (VUNESP-SP) Uma amostra de metal pendurada numa balança de mola acusa massa de 120 g. Se a amostra é mergulhada em água pura sem tocar o fundo do frasco, a mesma balança acusa massa de 104,8 g. Qual é a massa específica da amostra? (A massa específica da água é 1,00 g/cm³.)

a) 1,52 g/cm³ d) 3,04 g/cm³
b) 15,2 g/cm³ e) 7,9 g/cm³
c) 7,6 g/cm³

36. (PUC-RJ)

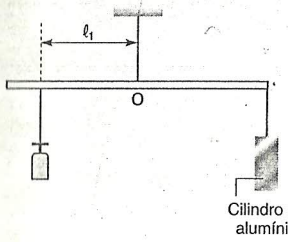


Fig. 1

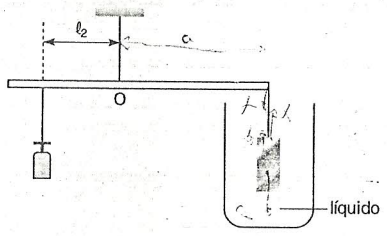


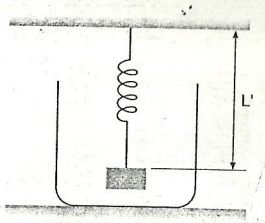
Fig. 2

Um cilindro de alumínio é pendurado à extremidade de uma barra metálica homogênea que é sustentada pelo seu centro de gravidade (*O*). Do outro lado da barra é pendurado um contrapeso a uma distância ℓ_1 de *O* tal que a barra fique em equilíbrio na horizontal (Fig. 1).
A seguir, a experiência é repetida, agora, com o cilindro de alumínio totalmente imerso em um líquido homogêneo. Nesta situação, para restabelecer-se o equilíbrio da barra, o contrapeso tem que ser deslocado para uma distância ℓ_2 de *O* (Fig. 2).

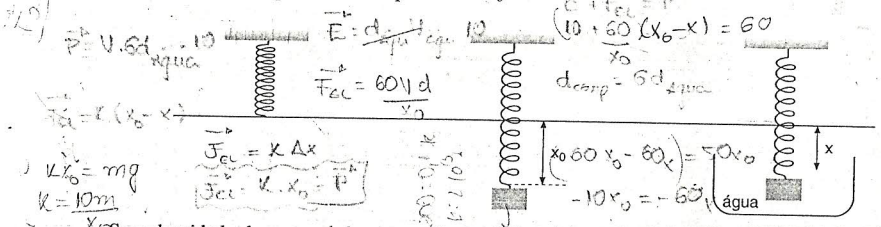
a) Nos dois casos ilustrados, isole o cilindro de alumínio representando todas as forças que atuam sobre ele e estabeleça uma expressão para a tração do fio que o sustenta. (Despreze o empuxo devido ao ar.)
b) Ainda nos dois casos, escreva a condição de equilíbrio da barra.
c) Finalmente, sabendo que $\ell_1 = 10{,}0$ cm, $\ell_2 = 7{,}0$ cm e que a massa específica do alumínio é 2,7 g/cm³, determine a massa específica do líquido em questão.

37. (EFOA-MG) Um recipiente contendo água (densidade = 1 g/cm³) encontra-se num dos pratos de uma balança de braços iguais, em equilíbrio. Uma régua de madeira é então parcialmente imersa na água do recipiente, mas sem tocá-lo, ficando a outra ponta da régua sustentada pela mão do experimentador.
Se o volume da parte submersa da régua for 50 cm³, qual o valor da massa que deverá ser adicionada ao outro prato da balança, de forma a restabelecer seu equilíbrio? Use g = 10 m/s².

38. (E. E. Mauá-SP) Uma mola helicoidal de fio de aço, de comprimento $L_0 = 1{,}215$ m, está presa a um apoio fixo e sustenta, na outra extremidade, um corpo de massa m = 20,0 kg e volume $V = 4{,}50 \times 10^{-3}$ m³. Nessas condições o comprimento da mola é L = 1,315 m. Imerge-se o sistema mola-corpo num líquido de densidade $d = 1{,}100 \times 10^{3}$ kg/m³.
Determine o novo comprimento *L'* da mola. Use g = 10 m/s².



39. (FATEC-SP) Tem-se uma mola disposta na vertical; na sua extremidade livre pendura-se um corpo. Observa-se que a mola, devido ao peso do corpo, apresenta uma certa deformação x_0. Mergulhando-se o corpo em água, conforme ilustra a figura abaixo, a mola apresenta uma deformação *x* que queremos comparar com x_0.

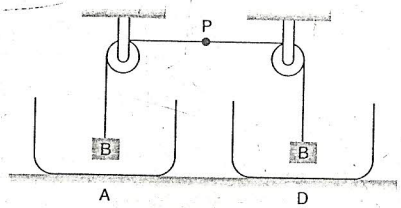


Se a densidade do corpo é 6 vezes maior que a da água, podemos afirmar que:

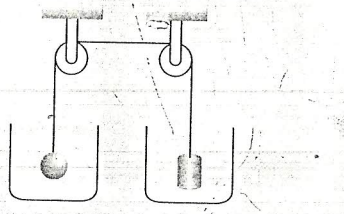
a) $x = \frac{10}{12}x_0$ c) $x = \frac{1}{6}x_0$ e) $x = x_0$
b) $x = 6x_0$ d) $x = \frac{12}{10}x_0$

40. (ITA-SP) Na figura, os blocos *B* são idênticos e de massa específica d > 1,0 g/cm³. O frasco *A* contém água pura e o *D* contém inicialmente um líquido ℓ_1 de massa específica 1,3 g/cm³. Se os blocos são colocados em repouso dentro dos líquidos, para que lado se desloca a marca *P* colocada no cordão de ligação? (As polias não oferecem atrito e são consideradas de massa desprezível.)

a) Para a direita.
b) Para a esquerda.
c) Depende do valor de *d*.
d) Permanece em repouso.
e) Oscila em torno da posição inicial.



41. (FEI-SP) A figura apresenta uma esfera de densidade $d_e = 6{,}8$ g/cm³, imersa num líquido de densidade $d_\ell = 0{,}80$ g/cm³, e um cilindro de densidade $d_c = 2{,}0$ g/cm³, cuja altura é igual ao seu raio, imerso na água ($d_a = 1{,}0$ g/cm³). Os dois corpos estão ligados por um fio inextensível que passa por duas polias, sem atrito. Supondo que o sistema está em equilíbrio, determine a relação entre os raios da esfera e do cilindro.



5. FORÇA ASCENSIONAL. FLUTUAÇÃO

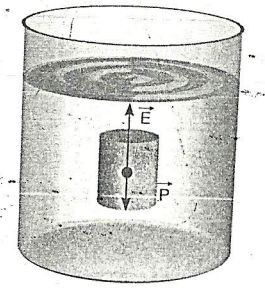


Fig. 5

Vamos imaginar um corpo de densidade menor que a de um fluido no qual está totalmente imerso (Fig. 5). Nesse caso, a intensidade do empuxo é maior que a do peso do corpo.

Realmente, sendo $V_F = V$, as intensidades são dadas por:

$$E = d_F \cdot V \cdot g \quad e \quad P = d \cdot V \cdot g$$

Sendo $d < d_F$, vem:

$$P < E$$

A resultante que atua sobre o corpo é denominada *força ascensional* e tem intensidade dada por:

$$F_A = E - P$$

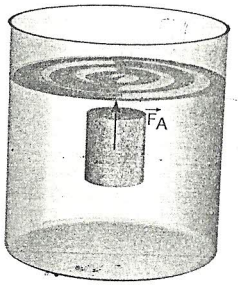


Fig. 6

Sob a ação dessa força resultante (Fig. 6), o corpo desloca-se para cima. Se o fluido for um gás confinado num recipiente, o corpo irá atingir o equilíbrio ao tocar a parede superior do recipiente. No ar atmosférico, à medida que o corpo sobe, o empuxo diminui sua intensidade devido à diminuição da densidade do ar. O corpo poderá atingir o equilíbrio quando o empuxo tiver intensidade igual à do peso do corpo:

$$E = P \Rightarrow F_A = 0$$

Quando um corpo está em equilíbrio, flutuando num líquido, a intensidade do empuxo é igual à do peso do corpo:

$$P = E$$

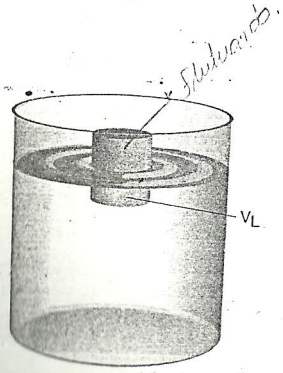


Fig. 7

Sendo V_L o volume do líquido deslocado, cuja densidade é d_L, e V o volume do corpo, cuja densidade é d, temos:

$$E = d_L \cdot V_L \cdot g \quad e \quad P = d \cdot V \cdot g$$

Como $V_L < V$, vem:

$$d_L > d$$

Portanto, sempre que tivermos um corpo flutuando num líquido em equilíbrio, poderemos afirmar que ele é menos denso que o líquido e está sofrendo a ação, por parte do líquido, do empuxo que está equilibrando o seu peso.

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

42 Um corpo de volume 0,50 m³ e densidade $5,0 \cdot 10^2$ kg/m³ está totalmente imerso num líquido de densidade $2,0 \cdot 10^3$ kg/m³. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s², determine:

a) a intensidade do empuxo com que o líquido age sobre o corpo;
b) a intensidade da força ascensional que age sobre o corpo;
c) a aceleração do movimento do corpo no líquido, desprezadas as resistências.

Resolução:

a) O volume de líquido deslocado é igual ao volume do corpo imerso: $V_L = V = 0,50$ m³. Sendo $d_L = 20 \cdot 10^2$ kg/m³ a densidade do líquido e $g = 10$ m/s², a intensidade do empuxo vale:

$$E = d_L \cdot V_L \cdot g = 2,0 \cdot 10^3 \cdot 0,50 \cdot 10 \qquad E = 1,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

b) A força ascensional $\vec{F}_A$ é a resultante entre o empuxo $\vec{E}$ e o peso do corpo $\vec{P}$:

$F_A = E - P$

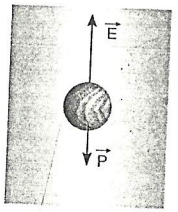
O peso do corpo tem intensidade:

$P = d \cdot V \cdot g = 5,0 \cdot 10^2 \cdot 0,50 \cdot 10$

$P = 2,5 \cdot 10^3$ N

Substituindo:

$$F_A = (10 \cdot 10^3) - (2,5 \cdot 10^3) \qquad F_A = 7,5 \cdot 10^3 \text{ N}$$



c) A massa do corpo vale: $m = d \cdot V = 5,0 \cdot 10^2 \cdot 0,50 \qquad m = 250$ kg

Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica, vem:

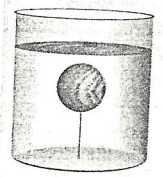
$$F_A = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_A}{m} = \frac{7,5 \cdot 10^3}{250} \qquad a = 30 \text{ m/s}^2$$

43 Num líquido de densidade $5,0 \cdot 10^2$ kg/m³ está totalmente imerso um sólido de volume $5,0 \cdot 10^{-2}$ m³ e densidade $2,0 \cdot 10^2$ kg/m³. Adote $g = 10$ m/s² e determine:

a) a massa e o peso do corpo;
b) a intensidade do empuxo exercido pelo líquido sobre o corpo;
c) a intensidade da força ascensional que age sobre o corpo;
d) a aceleração do movimento do corpo através do líquido, desprezadas as resistências.

44 Um corpo de volume 0,10 m³ e massa 20 kg está totalmente imerso num líquido de densidade $3,0 \cdot 10^2$ kg/m³, preso ao fundo do recipiente por um fio ideal, como mostra a figura. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s², determine:

a) a intensidade do empuxo do líquido no corpo;
b) a intensidade da tração no fio.

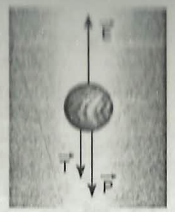


Resolução:

a) Sendo o volume de líquido deslocado igual ao volume do corpo ($V_L = V = 0,10$ m³) e a densidade do líquido $d_L = 3,0 \cdot 10^2$ kg/m³, vem:

$$E = d_L \cdot V_L \cdot g = 3,0 \cdot 10^2 \cdot 0,10 \cdot 10 \qquad E = 3,0 \cdot 10^2 \text{ N}$$

b) Na figura isolamos as forças que atuam no corpo.



Como há equilíbrio: $T + P = E$

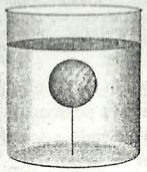
Mas $P = m \cdot g$, sendo $m = 20$ kg

$P = 20 \cdot 10 \qquad P = 2{,}0 \cdot 10^2$ N

Portanto: $T = E - P = (3{,}0 \cdot 10^2) - (2{,}0 \cdot 10^2)$

$T = 1{,}0 \cdot 10^2$ N

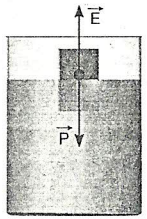
45. O fio ideal que sustenta um corpo preso ao fundo de um recipiente, que contém um líquido homogêneo, suporta no máximo trações de intensidade 200 N. Qual o maior valor que pode ter a densidade do líquido para que o fio não se rompa? A massa do corpo é 8,0 kg e seu volume é 0,20 m^3. Adote $g = 10$ m/s^2.



46. Qual a intensidade do empuxo com que um líquido age sobre um corpo de massa 2,0 kg que nele flutua parcialmente imerso? Adote $g = 10$ m/s^2.

Resolução:

Se o corpo está flutuando parcialmente imerso, as forças que agem sobre ele (empuxo e peso) se equilibram. Assim: $E = P$. Mas $P = m \cdot g$, sendo $m = 2{,}0$ kg e $g = 10$ m/s^2. Assim: $P = 2{,}0 \cdot 10$, $P = 20$ N e, portanto:



$E = 20$ N

47. Um corpo de peso 100 N flutua parcialmente imerso num líquido. Determine a intensidade do empuxo que age sobre o corpo.

48. Um corpo de volume 0,20 m^3 e densidade $5{,}0 \cdot 10^2$ kg/m^3 flutua parcialmente submerso num líquido. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s^2, determine a intensidade do empuxo com que o líquido age sobre o corpo.

49. Um corpo de volume 20 cm^3 e densidade 0,80 g/cm^3 flutua em água de densidade 1,0 g/cm^3. Determine a massa do corpo e o volume de líquido que ele desloca.

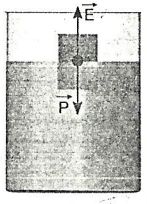
Resolução:

O corpo está em equilíbrio flutuando parcialmente no líquido.

Portanto: $E = P$

A massa do corpo é dada por $m = d \cdot V$, sendo $d = 0{,}80$ g/cm^3 e $V = 20$ cm^3

Substituindo: $m = 0{,}80 \cdot 20$



$m = 16$ g

Como $P = m \cdot g$ e $E = d_L \cdot V_L \cdot g$, a equação acima fica: $d_L \cdot V_L \cdot g = m \cdot g$

Mas $d_L = 1{,}0$ g/cm^3, donde:

$1{,}0 \cdot V_L = 16 \qquad V_L = 16$ cm^3

50. Uma placa de cortiça tem volume 50 cm^3 e densidade 0,25 g/cm^3. Ela flutua parcialmente imersa num líquido de densidade 0,80 g/cm^3. Determine:

a) a massa da placa;

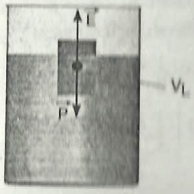
b) o volume de líquido deslocado pela placa.

51. Um corpo sólido flutua num líquido de densidade 2,1 g/cm^3 de modo que dois terços de seu volume permanecem submersos. Determine a densidade do corpo.

Resolução:

O corpo flutua com $\frac{2}{3}$ de seu volume submersos. Mas o volume submerso do corpo corresponde ao volume de líquido que ele desloca.

Assim: $V_L = \frac{2}{3} V$



Como há equilíbrio: $E = P$

Mas $E = d_L \cdot V_L \cdot g$ e $P = d \cdot V \cdot g$

Logo: $d_L \cdot V_L \cdot g = d \cdot V \cdot g$

$d_L \cdot \frac{2}{3} V = d \cdot V$

$d = \frac{2}{3} \cdot d_L$

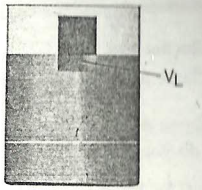
Como $d_L = 2{,}1$ g/cm^3, vem:

$d = \frac{2}{3} \cdot 2{,}1 \qquad d = 1{,}4$ g/cm^3

52. Qual a densidade de um corpo que, colocado na água ($d_L = 1{,}0$ g/cm^3), flutua com três décimos de seu volume imersos?

Resolução:

Do enunciado: $V_L = \frac{3}{10} V$



Mas $E = P$

$d_L \cdot V_L \cdot g = d \cdot V \cdot g$

$d_L \cdot \frac{3}{10} \cdot V = d \cdot V$

Como $d_L = 1{,}0$ g/cm^3, $1{,}0 \cdot \frac{3}{10} = d \qquad d = 0{,}30$ g/cm^3

Observação:

Quando um corpo está flutuando em água de densidade 1,0 g/cm^3, a proporção de seu volume mergulhado mede numericamente sua densidade.

53. Um corpo flutua num líquido de densidade 0,80 g/cm³ com metade de seu volume imerso. Determine sua densidade.

54. Um décimo do volume de um bloco de gelo permanece acima do nível da água ($d_L = 1{,}0$ g/cm³) quando ele flutua. Determine sua densidade.

55. Qual a densidade de um corpo que, ao flutuar em água de densidade 1,0 g/cm³, permanece com 40% de seu volume submerso?

56. Quando flutua em álcool de densidade 0,60 g/cm³, um corpo permanece com metade de seu volume submerso. Esse mesmo corpo flutua em outro líquido com um quarto de seu volume submerso. Determine a densidade desse segundo líquido.

Resolução:

No primeiro líquido, no equilíbrio: $P = E_1$

No segundo líquido, também há equilíbrio:

$P = E_2$

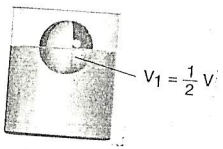
Comparando: $E_1 = E_2$

Então, nos dois líquidos, o corpo sofre empuxos iguais.

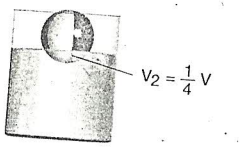
Mas: $E_1 = d_1 \cdot V_1 \cdot g$ e $E_2 = d_2 \cdot V_2 \cdot g$

Portanto: $d_1 \cdot V_1 \cdot g = d_2 \cdot V_2 \cdot g$

Como $d_1 = 0{,}60$ g/cm³,



$V_1 = \frac{1}{2} V$ e $V_2 = \frac{1}{4} V$, vem:



$0{,}60 \cdot \frac{1}{2} V = d_2 \cdot \frac{1}{4} V$ $\quad d_2 = 1{,}2$ g/cm³.

57. Ao flutuar em água ($d_L = 1{,}0$ g/cm³), um corpo permanece com três quartas partes imersas. Ao flutuar num líquido de densidade desconhecida, o volume submerso do mesmo corpo corresponde a dois terços do volume total. Determine a densidade do segundo líquido.

58. Uma balsa é improvisada com um bloco de madeira de dimensões 3 m × 8 m × 5 m. Ao transportar um veículo de massa 500 kg, verifica-se que 30% da balsa fica submersa na água, cuja densidade é 1,0 g/cm³. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s², determine a densidade da madeira de que é feita a balsa.

Resolução:

O volume da balsa vale: $V_B = 3 \times 8 \times 5$ $\quad V_B = 120$ m³

O volume de líquido deslocado é medido pelo volume submerso da balsa e corresponde a 30% do volume total. Assim:

$V_L = 0{,}3 \cdot V_B = 0{,}3 \cdot 120$ $\quad V_L = 36$ m³

A densidade do líquido vale:

$d_L = 1{,}0$ g/cm³ $= \frac{1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}{10^{-6}\ \text{m}^3}$ $\quad d_L = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³

O peso do veículo é: $P = m \cdot g = 500 \cdot 10$ $\quad P = 5{,}0 \cdot 10^3$ N

Havendo equilíbrio, os pesos do veículo e da balsa são equilibrados pelo empuxo:

$P + P_B = E$

Mas $P_B = d_B \cdot V_B \cdot g$ e $E = d_L \cdot V_L \cdot g$

Daí:

$P + d_B \cdot V_B \cdot g = d_L \cdot V_L \cdot g$

Substituindo os valores conhecidos:

$5{,}0 \cdot 10^3 + d_B \cdot 120 \cdot 10 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 36 \cdot 10$

$5{,}0 \cdot 10^3 + d_B \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 = 360 \cdot 10^3$

$d_B = \frac{360 \cdot 10^3 - 5{,}0 \cdot 10^3}{1{,}2 \cdot 10^3}$ $\quad d_B \cong 295{,}8$ kg/m³ $\quad d_B \cong 2{,}96 \cdot 10^2$ kg/m³

59. Uma jangada é construída com 5 toras, tendo cada uma volume de 0,20 m³. Ao ser colocada na água com três pessoas de massa 70 kg sobre ela, verifica-se que dois terços de seu volume ficam submersos. Sendo a aceleração da gravidade 10 m/s² e a densidade da água 1,0 g/cm³, determine a densidade da jangada.

60. Quer-se construir um corpo formado de madeira, cuja densidade é 0,30 g/cm³, e de platina, cuja densidade é 20 g/cm³, que permaneça em equilíbrio a qualquer profundidade quando totalmente imerso num líquido de densidade 0,80 g/cm³. Determine a relação entre os volumes de madeira e de platina que devem constituir esse corpo.

Resolução:

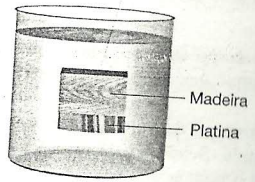
O empuxo $\vec{E}$ sofrido pelo sistema equilibra os pesos da platina e da madeira ($\vec{P}_P$ e $\vec{P}_M$).

Assim:

$E = P_P + P_M$

Mas a intensidade do empuxo é:

$E = d_L(V_P + V_M)g$



Os pesos têm intensidades:

$P_P = d_P \cdot V_P \cdot g$ e $P_M = d_M \cdot V_M \cdot g$

Substituindo:

$d_L(V_P + V_M)g = d_P \cdot V_P \cdot g + d_M \cdot V_M \cdot g$

São dados: $d_L = 0{,}80$ g/cm³, $d_P = 20$ g/cm³ e $d_M = 0{,}30$ g/cm³

Portanto: $0{,}80(V_P + V_M) = 20\ V_P + 0{,}30\ V_M$

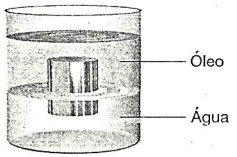
$0{,}80\ V_P + 0{,}80\ V_M = 20\ V_P + 0{,}30\ V_M$

$0{,}80\ V_M - 0{,}30\ V_M = 20\ V_P - 0{,}80\ V_P$ $\quad 0{,}50\ V_M = 19{,}2\ V_P$

$\frac{V_M}{V_P} = \frac{19{,}2}{0{,}50}$ $\quad \frac{V_M}{V_P} = 38{,}4$

61. Qual o volume de um pedaço de ferro (densidade 7,8 g/cm³) que deve ser colado a um bloco de madeira (densidade 0,30 g/cm³) de volume 20 cm³, para que o sistema fique equilibrado a qualquer profundidade num líquido de densidade 2,0 g/cm³?

62. Um cilindro flutua verticalmente disposto num sistema constituído por dois líquidos imiscíveis: óleo, cuja densidade é 0,80 g/cm³ e água, cuja densidade é 1,0 g/cm³. Verifica-se que há equilíbrio quando 20% da altura do cilindro está imerso na água. Determine a densidade do cilindro.



Resolução:

Há dois empuxos equilibrando o peso do cilindro: o devido à água ($\vec{E}_A$) e o devido ao óleo ($\vec{E}_o$):

$E_A + E_o = P$

As intensidades dessas três forças valem:

$E_A = d_A \cdot V_A \cdot g \qquad E_o = d_o \cdot V_o \cdot g \qquad P = d \cdot V \cdot g$

Substituindo:

$d_A \cdot V_A \cdot g + d_o \cdot V_o \cdot g = d \cdot V \cdot g$

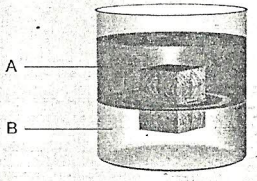
O volume da água deslocada é 20% do volume do cilindro ($V_A = 0{,}20\ V$) e, portanto, o volume de óleo deslocado é 80% desse mesmo volume ($V_o = 0{,}80\ V$). Assim:

$d_A \cdot 0{,}20 + d_o \cdot 0{,}80 = d$

Como $d_A = 1{,}0\ g/cm^3$ e $d_o = 0{,}80\ g/cm^3$, vem:

$1{,}0 \cdot 0{,}20 + 0{,}80 \cdot 0{,}80 = d \qquad d = 0{,}84\ g/cm^3$

63. Os líquidos imiscíveis *A* e *B*, representados na figura, têm densidades $d_A = 2{,}0\ g/cm^3$ e $d_B = 3{,}0\ g/cm^3$. Um cubo flutua entre os dois líquidos com metade de seu volume imerso em cada líquido. Determine a densidade do cubo.



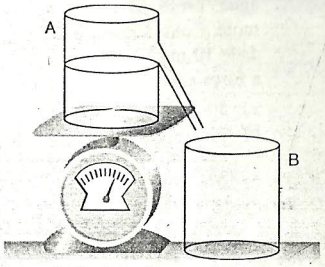
EXERCÍCIOS DE REFORÇO

64. (FEI-SP) Sabe-se que a densidade do gelo é 0,92 g/cm³, a do óleo é 0,8 g/cm³ e a da água é de 1,0 g/cm³. A partir destes dados podemos afirmar que:

a) o gelo flutua no óleo e na água.
b) o gelo afunda no óleo e flutua na água.
c) o gelo flutua no óleo e afunda na água.
d) o óleo flutua sobre a água e o gelo flutua sobre o óleo.
e) a água flutua sobre o gelo e afunda sobre o óleo.

65. (PUC-SP) Considere a figura onde um recipiente *A*, contendo água até a altura de uma abertura lateral, encontra-se sobre o prato de uma balança que indica 200 g. Um corpo, de massa igual a 60 g e 80 cm³ de volume, é abandonado cuidadosamente na superfície da água. Considere a densidade da água igual a 1 g/cm³. Após o sistema entrar novamente em equilíbrio, o volume de água que passa para o recipiente *B* e a leitura da balança serão, respectivamente:

a) 80 cm³; 280 g
b) 80 cm³; 260 g
c) 80 cm³; 200 g
d) 60 cm³; 260 g
e) 60 cm³; 200 g

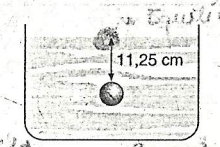


66. (FUVEST-SP) Um bloco de madeira, de densidade relativa 0,80, está totalmente imerso em água (densidade relativa = 1,0). Adotar $g = 10\ m \cdot s^{-2}$ e desprezar os atritos. Abandonando-se o bloco, a sua aceleração será:

a) 2,5 m · s⁻² para cima.
b) 2,5 m · s⁻² para baixo.
c) nula, pois o bloco está em repouso.
d) 0,80 m · s⁻² para cima.
e) 1,0 m · s⁻² para baixo.

67. (FAAP-SP) Uma esfera de massa 20 g é mantida totalmente imersa em um líquido, de forma que a distância entre seu ponto mais alto e a superfície livre do líquido vale 11,25 cm. Sabendo que a densidade da esfera em relação ao líquido é 0,80, determine o tempo decorrido do instante em que a esfera foi liberada até aquele em que ela chega à superfície. Admita a inexistência de atrito.

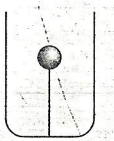
Dado: $g = 10\ m/s^2$.



68. (Mackenzie-SP) Um corpo de 0,50 kg, imerso em um líquido, apresenta movimento ascendente de velocidade 0,80 m · s⁻¹, constante. Sabe-se que a densidade do líquido é 4 vezes maior que a do corpo. Adote $g = 10\ m \cdot s^{-2}$. Nestas condições, a força de resistência viscosa que age sobre o corpo é de:

a) 50 N
b) 40 N
c) 35 N
d) 20 N
e) 15 N

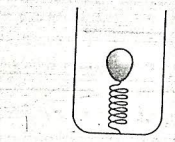
69. (UNISA-SP) A figura mostra uma esfera de volume 0,30 ℓ, constituída de certo material de densidade 0,20 g/cm³, imersa em água por meio de um fio ideal preso ao fundo do recipiente. Qual é o valor da intensidade da força que traciona o fio? É dado $g = 10\ m/s^2$.



a) 2,4 N
b) 4,8 N
c) 1,2 N
d) 3,6 N
e) 0,60 N

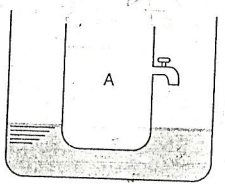
70. (USF-SP) Um corpo de volume 2 litros e massa 0,50 kg fica completamente mergulhado em água, preso ao fundo do reservatório por uma mola. Considerando a aceleração local da gravidade 10 m/s² e a densidade da água 1,0 kg/litro, a força exercida pela mola é, em newtons,

a) 5
b) 10
c) 15
d) 20
e) 25



71. (FUVEST-SP) A figura mostra um líquido no recipiente *A* flutuando em outro líquido no recipiente *B*. Abre-se a torneira e o recipiente *A* sobe. Pode-se afirmar que:

a) a densidade do líquido em *A* diminui.
b) a densidade do líquido em *B* aumenta.
c) o empuxo no recipiente *A* aumenta.
d) a densidade do líquido em *B* não se altera.
e) o empuxo no recipiente *A* diminui.

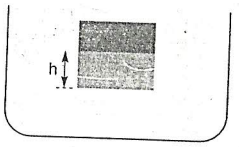


72. (FUVEST-SP) Uma pessoa de densidade 1,1 g/cm³, quando completamente submersa nas águas de uma piscina, fica sujeita a um empuxo de 600 N.
Sendo a densidade d'água da piscina 1,0 g/cm³, responda:

a) Qual é a massa dessa pessoa?
b) Apoiada numa bóia de 12 litros de volume e massa 200 g, ela conseguirá manter-se na superfície d'água? Explique. Adote g = 10 m/s².

73. (PUC-SP) A figura mostra um bloco maciço e homogêneo em forma de cubo, com aresta 2 metros e massa 800 kg, flutuando em água de densidade 10^3 kg/m³, contida num recipiente retangular de faces paralelas ao bloco. Nestas circunstâncias, a distância *h* entre o fundo do bloco e a superfície da água é:

a) 2 metros
b) 1 metro
c) 0,2 metro
d) 0,1 metro
e) zero



74. (Mackenzie-SP) Um corpo flutua em água (massa específica = 1 g/cm³) com $\frac{3}{4}$ de seu volume imerso. A densidade desse corpo é:

a) 1,30 g/cm³
b) 0,75 g/cm³
c) 0,60 g/cm³
d) 0,50 g/cm³
e) 0,25 g/cm³

75. (E. E. Mauá-SP) Uma esfera maciça homogênea de raio R = 0,15 m flutua com metade de seu volume submerso num líquido de densidade d = 1,15 · 10^3 kg/m³. Retirada desse recipiente e colocada num outro, que contém outro líquido, a esfera flutua com 1/3 do seu volume submerso. Calcule:

a) a densidade do segundo líquido;
b) a massa da esfera.

76. (Mackenzie-SP) Um bloco de madeira flutua em água (massa específica = 1 g/cm³) com volume imerso igual a 40% de seu volume total. Esse mesmo bloco flutuará em óleo de densidade 0,80 g/cm³, com volume imerso igual a:

a) 20% do seu volume total.
b) 30% do seu volume total.
c) 40% do seu volume total.
d) 50% do seu volume total.
e) 60% do seu volume total.

77. (VUNESP-SP) A massa específica de uma certa madeira é 0,80 g/cm³. Jogando-se um pedaço desta madeira na água de massa específica 1,0 g/cm³, a porção da madeira que emergirá da água, após o equilíbrio, será:

a) 25%
b) 80%
c) 20%
d) 75%
e) 42%

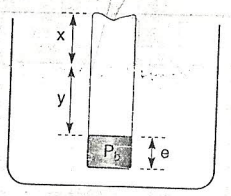
78. (CESGRANRIO-RJ) Um bloco de cortiça flutua na superfície da água (Fig. *a*). Para manter o bloco inteiramente submerso, deve-se exercer sobre a face superior uma força $\vec{F}$ de módulo *F* (Fig. *b*).

Se a experiência fosse feita com outro bloco da mesma cortiça, mas com dimensões lineares duas vezes maiores que as do precedente, o módulo da força necessária para manter o bloco submerso seria:

a) F
b) 2 F
c) 4 F
d) 8 F
e) 16 F

79. (VUNESP-SP) Na extremidade inferior de uma vela fixa-se um cilindro de chumbo. A vela é acesa e imersa em água, conforme o esquema ao lado, ficando inicialmente em equilíbrio. Suponhamos que não escorra cera fundida enquanto a vela queima. Nestas condições enquanto a vela queima:

a) *x* permanece constante e *y* diminui.
b) *x* aumenta e *y* diminui.
c) o valor da relação x/y permanece constante.
d) *x* chega a zero antes de *y*.
e) depois de certo tempo, a vela tende a tombar para o lado.



80. (UF-AM) Uma jangada de madeira é constituída de toras cujo volume é de aproximadamente 100 litros cada uma. A densidade da madeira é 0,80 kg/ℓ. Três pessoas, de 70 kg cada uma, fazem com que a jangada fique com 10% de seu volume emerso em água de densidade 1,0 kg/ℓ. O número de toras que compõem a jangada é:

a) 10
b) 21
c) 20
d) 11

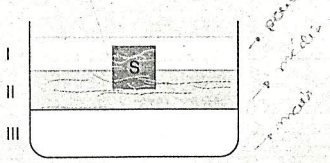
81. (FCMSC-SP) Um barqueiro dispõe de uma chata que permite o transporte fluvial de cargas de até 10 000 N. Ele aceitou um trabalho de traslado de um lote de 50 barras maciças de ferro (10 g/cm³) de 200 N cada. Por erro de contagem, a firma enviou 51 barras. Não querendo perder o freguês, mas também procurando não ter prejuízo com duas viagens, o barqueiro resolveu amarrar um certo número *n* de barras embaixo do barco, completamente submersas. Qual o número *n* mínimo para que a travessia das 51 barras pudesse ser feita numa só viagem? (g = 10 m/s²)

a) 1
b) 5
c) 10
d) 50
e) 51

82. (UE-CE) Sob um cilindro circular de madeira (densidade 0,70 g/cm³), coloca-se um lastro de mesma base, de uma liga metálica de densidade 9,0 g/cm³. O conjunto flutua em água, de modo que 0,050 m do cilindro fique emerso. Sabendo que a altura do cilindro de madeira é 0,30 m e a densidade da água é 1,0 g/cm³, a altura do lastro deve ser:

a) 0,50 cm b) 0,30 cm c) 2,5 cm d) 1,0 cm

83. (UF-MG) Na figura, temos três líquidos não-miscíveis I, II e III e um sólido *S*, em equilíbrio. Se os líquidos forem colocados em recipientes separados, o sólido *S* poderá flutuar em:



a) somente I.
b) somente II.
c) somente II e III.
d) somente I e II.
e) em I, II e III.

6. CONCEITO DE PRESSÃO

Você pode imaginar a dificuldade que encontraria ao tentar pregar na parede um prego rombudo (sem ponta). Por que a ponta facilita a entrada do prego? A resposta é que a força exercida pelo martelo se distribui numa superfície de menor área. Para se levar em conta a área onde uma força se distribui, define-se uma grandeza denominada pressão.

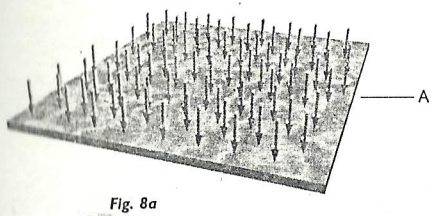


Fig. 8a

Assim, se tivermos uma superfície de área *A* sobre a qual se distribuem forças perpendiculares (Fig. 8a), cuja resultante é $\vec{F}$ (Fig. 8b), define-se *pressão média* sobre essa superfície a grandeza escalar dada pela relação entre a intensidade da força $\vec{F}$ e a área da superfície.

$$p_m = \frac{|\vec{F}|}{A}$$

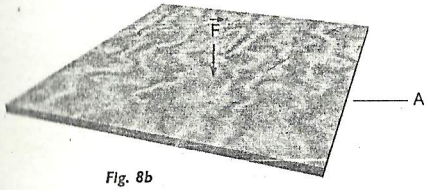


Fig. 8b

A pressão em determinado ponto da superfície é dada pelo limite da relação anterior, para a área *A* tendendo a zero:

$$p = \lim_{A \to 0} \frac{|\vec{F}|}{A}$$

A pressão em uma superfície é uniforme quando ela tem o mesmo valor em todos os pontos. Nesse caso, a pressão em qualquer ponto da superfície coincide com o valor da pressão média.

A unidade de pressão corresponde à relação entre uma unidade de intensidade de força e uma unidade de área:

$$\text{unidade de pressão} = \frac{\text{unidade de intensidade de força}}{\text{unidade de área}}$$

No Sistema Internacional de Unidades (SI) essa unidade é o newton por metro quadrado (N/m²), denominada pascal (símbolo Pa).

Há ainda unidades práticas de pressão, estabelecidas a partir da pressão exercida por colunas líquidas, como o milímetro de mercúrio (mmHg) e a atmosfera (atm). Essas unidades serão analisadas mais adiante.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

84. Em uma vitrola, a agulha aplica sobre o disco uma força de intensidade 10^{-2} N. Tendo a ponta da agulha área igual a 10^{-10} m², determine a pressão exercida pela agulha no disco.

Resolução:

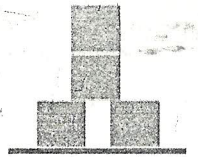
Temos $F = 10^{-2}$ N e $A = 10^{-10}$ m². A pressão é dada por:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{10^{-2}}{10^{-10}} \qquad p = 10^8 \text{ N/m}^2$$

85. Um trator de esteira tem 8,0 toneladas de massa e a área da esteira em seu contato com o solo é 2,0 m². Determine a pressão média exercida no solo, usando g = 10 m/s².

86. Um paralelepípedo de massa 20 kg tem dimensões 2 m, 4 m e 6 m. Determine a pressão exercida por esse paralelepípedo quando apoiado sobre uma superfície horizontal em cada uma de suas faces. Adote g = 10 m/s².

87. Quatro cubos iguais, de aresta a = 0,10 m e densidade d = 5,0 · 10³ kg/m³, estão apoiados sobre um plano horizontal, como indica a figura. Determine a pressão média que esses cubos exercem no plano. Adote g = 10 m/s².



Resolução:

Volume de cada cubo: $V = a^3 = (0{,}10)^3 = 10^{-3}$ $\qquad V = 10^{-3}$ m³

Área de cada face: $A = a^2 = (0{,}10)^2 = 10^{-2}$ $\qquad A = 10^{-2}$ m²

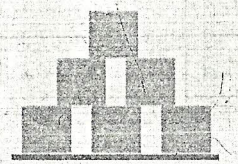
Peso de cada cubo: $P = d \cdot V \cdot g = 5{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 10$ $\qquad P = 50$ N

São quatro cubos apoiados em duas faces.

A pressão vale:

$$p = \frac{4P}{2A} = \frac{4 \cdot 50}{2 \cdot 10^{-2}} \qquad p = 1{,}0 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

88. Seis cubos iguais, de aresta a = 0,20 m e densidade d = 8,0 · 10³ kg/m³, são arranjados como mostra a figura. Sendo g = 10 m/s², determine a pressão média que os cubos exercem sobre a superfície.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

89. (CESGRANRIO-RJ) Você está em pé sobre o chão de uma sala. Seja p a pressão média sobre o chão debaixo das solas dos seus sapatos. Se você suspende um pé, equilibrando-se numa perna só, essa pressão média passa a ser:

a) p b) $\frac{1}{2}$ c) p^2 d) 2p e) $\frac{1}{p^2}$

90. (ACAFE-SC) Um prego é colocado entre dois dedos, que produzem a mesma força, de modo que a ponta do prego é pressionada por um dedo e a cabeça do prego pela outra. O dedo que pressiona o lado da ponta sente dor em função de:

a) a pressão ser inversamente proporcional à área para uma mesma força.
b) a força ser diretamente proporcional à aceleração e inversamente proporcional à pressão.
c) a pressão ser diretamente proporcional à força para uma mesma área.
d) a sua área de contato ser menor e, em conseqüência, a pressão também.
e) o prego sofrer uma pressão igual em ambos os lados, mas em sentidos opostos.

91. (UF-RS) Um gás encontra-se contido sob a pressão de $5{,}0 \cdot 10^3$ N/m² no interior de um recipiente cúbico, cujas faces possuem uma área de 2,0 m². Qual é o módulo da força média exercida pelo gás sobre cada face do recipiente?

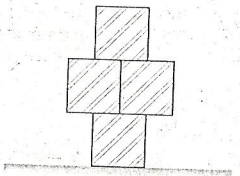
a) $1{,}0 \cdot 10^4$ N
b) $7{,}5 \cdot 10^3$ N
c) $5{,}0 \cdot 10^3$ N
d) $2{,}5 \cdot 10^3$ N
e) $1{,}0 \cdot 10^3$ N

92. (CESUPA-PA) Confeccionou-se um paralelepípedo com 110 kg de certo material e obteve-se um sólido com densidade média igual a 2,75 g/cm³. Colocando-se este sólido sobre um plano horizontal de forma que a face de maior área fique em contato com o plano, verifica-se que a pressão exercida sobre este é igual a 1 375 N/m². Nestas condições, e considerando g = 10 m/s², pode-se afirmar que a menor das dimensões do paralelepípedo, em centímetros, é:

a) 1,0 b) 2,0 c) 3,0 d) 4,0 e) 5,0

93. (UF-PR) Quatro cubos metálicos homogêneos e iguais, de aresta 10^{-1} m, acham-se dispostos sobre um plano. Sabe-se que a pressão aplicada pelo conjunto sobre o plano é 10^4 N/m². Adotando g = 10 m/s², podemos afirmar que a densidade dos cubos será aproximadamente de:

a) $4 \cdot 10^3$ kg/m³
b) $2{,}5 \cdot 10^3$ kg/m³
c) 10^3 kg/m³
d) $0{,}4 \cdot 10^3$ kg/m³
e) $0{,}25 \cdot 10^3$ kg/m³



7. PRESSÃO HIDROSTÁTICA

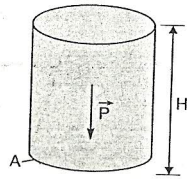


Fig. 9

Consideremos um recipiente cilíndrico de eixo vertical, cuja altura é H e cuja área de base é A, completamente cheio por um fluido de densidade d, num local onde a aceleração da gravidade é $\vec{g}$ (Fig. 9). Em virtude do seu peso $\vec{P}$, esse fluido exerce no fundo do recipiente uma pressão p dada por:

$$p = \frac{P}{A}$$

Mas o peso P é dado por:

$$P = m \cdot g = \underbrace{d \cdot V}_{\text{massa}} \cdot g = d \cdot \underbrace{AH}_{\text{volume}} \cdot g$$

Substituindo:

$$p = \frac{d \cdot A \cdot g \cdot H}{A} \qquad \boxed{p = d \cdot g \cdot H}$$

A essa pressão, exercida na base por uma coluna líquida, em virtude do seu peso, dá-se o nome de *pressão hidrostática*. Observe que o valor dessa pressão depende da natureza do líquido (d: densidade), do local onde se encontra (g: aceleração da gravidade) e de sua altura (H). Não depende da área de sua secção (A).

As unidades práticas de pressão — centímetro de mercúrio (cmHg) e milímetro de mercúrio (mmHg) — são definidas como a pressão exercida na sua base por colunas de mercúrio de altura, respectivamente, de 1 cm e de 1 mm, num local onde a aceleração da gravidade é g = 9,8 m/s² e a 0°C, temperatura em que a densidade do mercúrio é $d = 13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³. Estabelecendo a relação com a unidade do SI, temos:

Centímetro de mercúrio (cmHg)

p = 1 cmHg equivale em pascal a:

$p = dgH$} $d = 13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³; H = 1 cm = 0,01 m; g = 9,8 m/s²

$p = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}01$ p = 1 332,8 Pa

Portanto:

1 cmHg = 1 332,8 Pa

Milímetro de mercúrio (mmHg) ou Torricelli (Torr)

Logicamente: 1 mmHg = 0,1 cmHg.

1 mmHg = 133,28 Pa

Atmosfera (atm)

Outra unidade prática de pressão é a atmosfera (atm), definida como a pressão exercida na sua base por uma coluna de mercúrio de altura H = 76 cm = 0,76 m num local onde a aceleração da gravidade é g = 9,8 m/s² e a 0°C, quando a densidade do mercúrio é $d = 13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³.

Logicamente:

1 atm = 76 cmHg = 760 mmHg

PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

p = 1 atm equivale em pascal a:

p = dgH} d = 13,6 · 10^3 kg/m^3; H = 76 cm = 0,76 m; g = 9,8 m/s^2

p = 13,6 · 10^3 · 9,8 · 0,76

p = 101292,8 Pa p = 1,013 · 10^5 Pa

Portanto:

$$1 \text{ atm} = 1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

É comum aproximar-se para:

$$1 \text{ atm} \cong 10^5 \text{ Pa}$$

A tabela seguinte resume as unidades de pressão e a relação com a unidade SI:

pascal (Pa)	
centímetro de mercúrio (cmHg)	1 cmHg = 1 332,8 Pa
milímetro de mercúrio (mmHg)	1 mmHg = 133,28 Pa
atmosfera (atm)	1 atm = 1,013 · 10^5 Pa

8. PRESSÃO NO INTERIOR DE UM LÍQUIDO EM EQUILÍBRIO

Consideremos um líquido de densidade *d* em equilíbrio no interior de um recipiente. A pressão num ponto *A*, situado à profundidade *H* em relação à superfície livre, será dada pela pressão nessa superfície p_0 somada à pressão hidrostática determinada pela coluna líquida situada acima do ponto (Fig. 10).

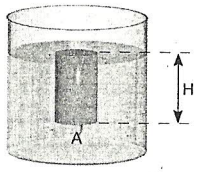


Fig. 10

$$p_A = p_0 + dgH$$

Portanto, conclui-se por essa equação que a pressão no interior de um líquido em equilíbrio cresce com a profundidade, sendo representada graficamente como mostra a figura 11.

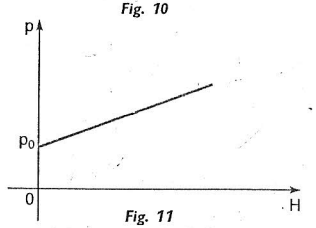


Fig. 11

Se a superfície livre do líquido estiver exposta ao ar, a pressão p_0 é determinada por este ar e denominada pressão atmosférica (p_{atm}). A equação anterior pode então ser escrita:

$$p_A = p_{atm} + dgH$$

Observação

Pontos situados a uma mesma profundidade, como *x* e *y* da figura 12, apresentam a mesma pressão. Realmente:

$\Delta p = dg\Delta H$

$\Delta H = 0 \Rightarrow \Delta p = 0$

Sendo $\Delta p = p_y - p_x$

$0 = p_y - p_x$

$$p_x = p_y$$

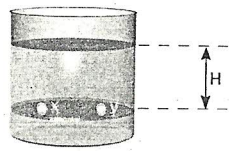


Fig. 12

Portanto, no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, toda superfície horizontal é isobárica, isto é, apresenta a mesma pressão. A recíproca é verdadeira: toda superfície isobárica é horizontal. Daí concluímos que a superfície livre do líquido é horizontal, pois todos os pontos apresentam a mesma pressão: a pressão atmosférica.

9. TEOREMA DE STEVIN

Consideremos dois pontos, *A* e *B*, no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, sendo ΔH o desnível entre eles (Fig. 13). Aplicando a cada um deles a equação do item anterior, sendo H_A e H_B as respectivas profundidades, vem:

$p_B = p_{atm} + dgH_B$

$p_A = p_{atm} + dgH_A$

Subtraindo membro a membro:

$p_B - p_A = dgH_B - dgH_A$

$p_B - p_A = dg(H_B - H_A)$

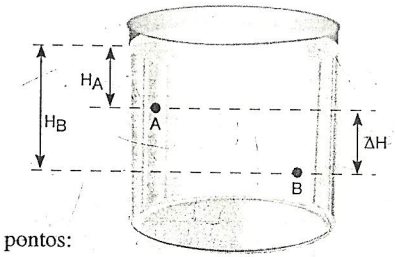


Fig. 13

Mas $H_B - H_A = \Delta H$ é o desnível entre os dois pontos:

$$p_B - p_A = dg\,\Delta H \quad \text{ou} \quad p_B = p_A + dg\,\Delta H$$

Essa equação traduz analiticamente o Teorema de Stevin:

> A diferença de pressão entre dois pontos de um líquido homogêneo em equilíbrio é dada pela pressão hidrostática da coluna líquida entre os dois pontos.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

04. Determine a pressão que exerce na sua base uma coluna de água com 10 metros de altura. Adote g = 10 m/s^2.

Dado: $d_{água} = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3

$p = dgH$

$p = 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10$

$p = 100000$ Pa

Resolução:

Sendo $d = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ e $g = 10$ m/s², a pressão hidrostática exercida na base pela coluna de água, de altura $H = 10$ m, vale:

$p = d \cdot g \cdot H = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10$ $\quad p = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa

Observação:

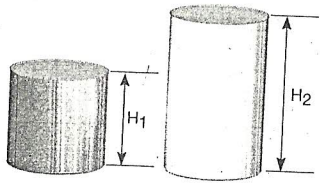
Como vimos, esse valor corresponde aproximadamente a uma atmosfera de pressão. Por isso, podemos dizer que, quando um mergulhador se aprofunda na água, a cada 10 metros de profundidade, a pressão sobre ele se eleva de uma atmosfera.

95. Um recipiente cilíndrico está preenchido por um líquido de densidade $8{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³ até a altura de 30 cm. Determine a pressão hidrostática exercida pelo líquido no fundo do recipiente. Use $g = 10$ m/s².

96. Num determinado local, exercem a mesma pressão hidrostática, no fundo dos recipientes que os contêm, dois líquidos de densidades $5{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³ e $2{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³. Determine a relação entre a altura da coluna do líquido mais denso e a altura da coluna do líquido menos denso.

Resolução:

Exercendo a mesma pressão hidrostática, terá maior altura a coluna do líquido de menor densidade.



$p_1 = d_1 \cdot g \cdot H_1$ e $p_2 = d_2 \cdot g \cdot H_2$

Igualando: $d_1 \cdot g \cdot H_1 = d_2 \cdot g \cdot H_2$

A relação pedida é dada por: $\frac{H_1}{H_2} = \frac{d_2}{d_1}$

Como $d_1 = 5{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³ e $d_2 = 2{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³, vem:

$\frac{H_1}{H_2} = \frac{5{,}0 \cdot 10^2}{2{,}0 \cdot 10^2}$ $\quad \frac{H_1}{H_2} = 2{,}5$

97. Que altura deve ter uma coluna de álcool de densidade 0,60 g/cm³, para exercer a mesma pressão hidrostática que uma coluna de água de altura 30 cm? (A densidade da água é 1,0 g/cm³.)

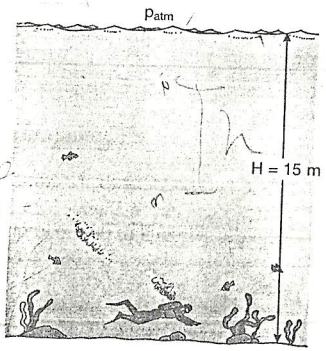
98. Exprima nas unidades práticas de pressão (atmosfera, centímetro de mercúrio e milímetro de mercúrio) a pressão de $2{,}4 \cdot 10^4$ Pa.

99. Num local onde a pressão atmosférica é $1{,}02 \cdot 10^5$ Pa e a aceleração da gravidade é 10 m/s², um mergulhador desce no mar até uma profundidade de 15 metros. Sendo a densidade da água do mar $1{,}02 \cdot 10^3$ kg/m³, determine a pressão suportada pelo mergulhador.

Resolução:

Sobre o mergulhador atuam a pressão atmosférica p_{atm} e a pressão hidrostática da água. Assim, a pressão sobre ele é dada por:

$p = p_{atm} + dgH$



Como $p_{atm} = 1{,}02 \cdot 10^5$ Pa, $d = 1{,}02 \cdot 10^3$ kg/m³, $g = 10$ m/s² e $H = 15$ m, vem:

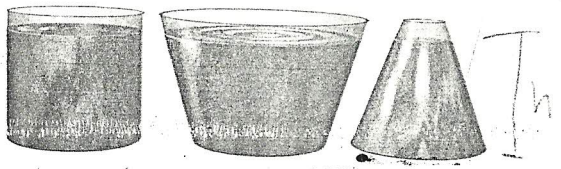
$p = 1{,}02 \cdot 10^5 + 1{,}02 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 15$

$p = 1{,}02 \cdot 10^5 + 1{,}53 \cdot 10^5$

$p = 2{,}55 \cdot 10^5$ Pa

100. Determine a pressão suportada por uma pessoa à profundidade de 45 metros em água de densidade $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³. A pressão atmosférica é $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa e a aceleração da gravidade é 10 m/s².

101. Os três recipientes da figura têm bases de mesma área e são preenchidos por um mesmo líquido de densidade $2{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ até uma mesma altura 2,0 m. Sendo a pressão atmosférica $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa e $g = 10$ m/s², e a área da superfície do fundo 0,50 m², determine:



a) a pressão suportada pelo fundo de cada um dos recipientes;
b) a intensidade da força exercida no fundo de cada um dos recipientes.

Resolução:

a) Analisando a expressão que nos dá a pressão no fundo de cada um dos recipientes ($p = p_{atm} + dgH$), observamos que essa pressão não depende da forma da coluna líquida. Portanto, o fundo dos três recipientes suporta a mesma pressão. Sendo $d = 2{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³, $g = 10$ m/s², $H = 2{,}0$ m e $p_{atm} = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, vem:

$p = 1{,}0 \cdot 10^5 + 2{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2{,}0$

$p = 1{,}4 \cdot 10^5$ Pa

b) Quanto à intensidade da força atuante no fundo, também será a mesma, porque a área do fundo é igual nos três recipientes ($A = 0{,}50$ m²). Podemos calculá-la aplicando a definição de pressão:

$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p \cdot a$ $\quad F = 1{,}4 \cdot 10^5 \cdot 0{,}50$ $\quad F = 0{,}7 \cdot 10^5$ $\quad F = 7{,}0 \cdot 10^4$ N

Observação:

O fato enunciado nesse exercício costuma ser denominado "paradoxo hidrostático"

em vista de a força no fundo dos recipientes ter a mesma intensidade, embora a quantidade de líquido seja diferente em cada um deles.

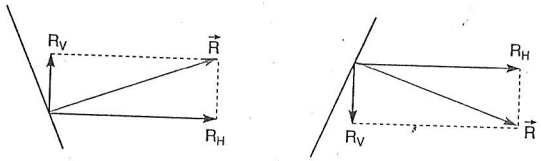
Esse fato pode ser explicado tendo-se em vista a reação das paredes do recipiente à força com que o líquido age sobre elas. No primeiro recipiente, essa reação tem direção horizontal, de modo que sua ação não se faz sentir no fundo. No segundo recipiente, a reação pode ser decomposta numa componente horizontal e numa componente vertical que "alivia" o peso do líquido a mais existente nesse recipiente em relação ao primeiro. No terceiro recipiente, a componente vertical da reação das paredes laterais exerce sua ação sobre o fundo do recipiente, como se houvesse mais líquido nele.

Ampliando a figura dos recipientes, teríamos, no segundo e no terceiro, o seguinte:

$\vec{R}$: reação da parede à força exercida pelo líquido

R_H: componente horizontal da reação

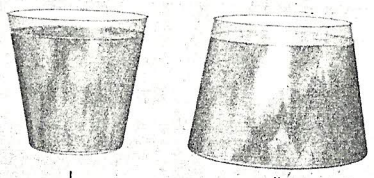
R_V: componente vertical da reação



$T = p = d\,g\,h$

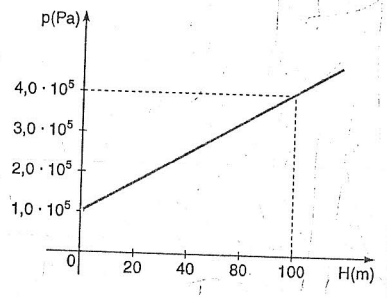
102. Os dois recipientes representados na figura são ocupados por um mesmo líquido de densidade $1{,}5 \cdot 10^3$ kg/m³ até uma altura de 1,0 m. A área do fundo é 0,20 m² no primeiro recipiente e 0,40 m² no segundo. Sendo a pressão atmosférica igual a $9{,}8 \cdot 10^4$ Pa e a aceleração da gravidade 10 m/s², determine:

a) a pressão no fundo de cada recipiente;
b) a intensidade da força no fundo de cada recipiente.



103. A pressão no interior de um fluido homogêneo em equilíbrio, exposto ao ar, varia com a profundidade segundo o gráfico. Sendo g = 10 m/s², determine:

a) a pressão atmosférica local;
b) a densidade do líquido;
c) a pressão na profundidade de 115 metros.



Resolução:

a) De acordo com a equação $p = p_{atm} + dgH$, a pressão atmosférica corresponde à pressão na profundidade nula:

$p = p_{atm}$, quando $H = 0$.

Do gráfico: $p_{atm} = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa

b) Quando H = 100 m, $p = 4{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Sendo g = 10 m/s², obtemos:

$p = p_{atm} + dgH$

$4{,}0 \cdot 10^5 = 1{,}0 \cdot 10^5 + d \cdot 10 \cdot 100$

$10^3\,d = 4{,}0 \cdot 10^5 - 1{,}0 \cdot 10^5$

$10^3\,d = 3{,}0 \cdot 10^5$

$d = 3{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³

c) A pressão, à profundidade H = 115 m, pode ser calculada pela fórmula $p = p_{atm} + dgH$. Assim:

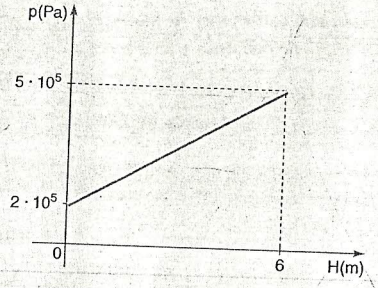
$p = 1{,}0 \cdot 10^5 + 3{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot 115$

$p = 1{,}0 \cdot 10^5 + 345 \cdot 10^3 = 1{,}0 \cdot 10^5 + 3{,}45 \cdot 10^5$

$p = 4{,}45 \cdot 10^5$ Pa

104. A pressão no interior de um líquido contido num recipiente e exposto a um fluido gasoso varia com a profundidade segundo o gráfico. Sendo a aceleração da gravidade g = 10 m/s², determine:

a) a pressão exercida pelo fluido gasoso na superfície livre do líquido;
b) a densidade do líquido;
c) a pressão na profundidade de 15 metros.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

105. (ITA-SP) Embora a tendência geral em Ciência e Tecnologia seja a de adotar exclusivamente o Sistema Internacional de Unidades (SI), em algumas áreas existem pessoas que, por questão de costume, ainda utilizam outras unidades. Na área da Tecnologia do Vácuo, por exemplo, alguns pesquisadores ainda costumam fornecer a pressão em milímetros de mercúrio. Se alguém lhe disser que a pressão no interior de um sistema é de $1{,}0 \times 10^{-4}$ mmHg, essa grandeza deve ser expressa em unidades SI como:

a) $1{,}32 \times 10^{-2}$ Pa
b) $1{,}32 \times 10^{-7}$ atm
c) $1{,}32 \times 10^{-4}$ mbar
d) 132 kPa
e) nenhuma das anteriores

106. (UF-RS) O fato de um centímetro cúbico de mercúrio pesar aproximadamente 14 vezes mais do que um centímetro cúbico de água permite concluir que a pressão atmosférica é capaz de sustentar uma coluna de água cuja altura mais aproximada é igual a:

a) 0,7 M b) 1 M c) 7 M d) 10 M e) 100 M

107. (UF-MT) Considere "hidrosfera" a unidade de pressão definida como se segue:
"Hidrosfera" é a pressão exercida por uma coluna de água de um metro de altura, num local da Terra onde g = 9,8 m/s².
A pressão de 10 "hidrosferas" é equivalente, em N/m², a:

a) 9,8 b) 98 c) 980 d) 9 800 e) 98 000

108. (UF-CE) Um mergulhador pode suportar uma pressão máxima de 10 vezes a pressão atmosférica p_0. Tomando $g = 10\ m/s^2$ e $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5\ N/m^2$, calcule a que profundidade máxima, em metros, pode o mergulhador descer abaixo da superfície de um lago, onde a densidade da água é $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$.

109. (E. E. Mauá-SP) Dispõe-se de dois recipientes cilíndricos: um de diâmetro $D_1 = 0{,}60$ m e outro de diâmetro $D_2 = 0{,}40$ m, ambos com altura suficiente para conter 150 litros de óleo. Sabe-se que o fundo dos recipientes é frágil e, por isso, deve-se armazenar o óleo no cilindro que oferecer a menor pressão hidrostática no fundo.

a) Qual dos recipientes deve ser utilizado? Por quê?

b) Sabendo-se que $d_{óleo} = 0{,}80\ g/cm^3$, qual será a menor pressão possível no fundo?

Adotar nos cálculos o valor $g = 10\ m/s^2$.

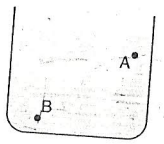
110. (PUC-SP) A transfusão de sangue é feita ligando-se à veia do paciente um tubo que está conectado a uma bolsa de plasma. A bolsa situa-se a uma altura aproximada de 1,0 m acima do braço do paciente. A pressão venosa é 4 mmHg. Desprezar a pressão do ar no interior da bolsa de plasma.

a) Qual a pressão do plasma ao entrar na veia, em mmHg?

b) O que aconteceria se o tubo fosse ligado numa artéria, cuja pressão média é 100 mmHg?

Dados: densidade do plasma: $d = 1\ g/cm^3$; pressão atmosférica: $p = 10^5\ N/m^2 = 760$ mmHg.

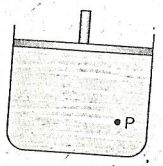
111. (Mackenzie-SP) A figura mostra um recipiente contendo álcool (densidade relativa = 0,80) e dois pontos, *A* e *B*, cuja diferença de cotas é igual a 17 cm. Adotar $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$ e densidade relativa do mercúrio igual a 13,6. Sendo a pressão do ponto *B* igual a 780 mmHg, podemos dizer que a pressão do ponto *A* é:



a) 760 mmHg
b) 765 mmHg
c) 770 mmHg
d) 775 mmHg
e) 790 mmHg

112. (UNEB-BA) Na figura, que representa um líquido colocado num recipiente indeformável, a pressão no ponto *P* é de $1{,}50 \cdot 10^5$ Pa.

Sabendo-se que a área do êmbolo é de $2{,}00\ cm^2$ e que foi feita uma força vertical para baixo de 10,0 N sobre o êmbolo, a nova pressão no ponto *P* é de:



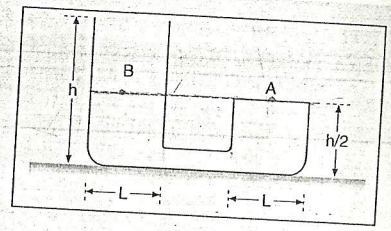
a) $2{,}00 \cdot 10^5$ Pa
b) $1{,}75 \cdot 10^5$ Pa
c) $1{,}60 \cdot 10^5$ Pa
d) $1{,}55 \cdot 10^5$ Pa
e) $1{,}50 \cdot 10^5$ Pa

113. (FATEC-SP) Um tanque contendo determinado líquido está na superfície da Terra, num local ao nível do mar onde a pressão atmosférica é de $1{,}0 \times 10^5$ Pa. Nessas condições, a pressão total no fundo do tanque é $1{,}3 \times 10^5$ Pa.

Se esse tanque hermeticamente fechado for levado para a superfície da Lua, onde a aceleração da gravidade é seis vezes menor que na superfície da Terra, a pressão total no fundo do tanque passará a ser, em Pa:

a) $1{,}0 \times 10^5$
b) $5{,}0 \times 10^3$
c) $0{,}30 \times 10^5$
d) $2{,}0 \times 10^4$
e) $2{,}3 \times 10^5$

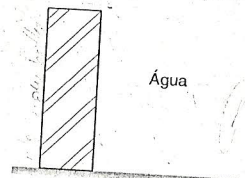
114. (FUVEST-SP) Dois vasos comunicantes, *A* e *B*, um dos quais fechado em sua parte superior, contêm água na situação indicada pela figura. Seja *d* a massa específica (densidade) da água, p_0 a pressão atmosférica e *g* a aceleração da gravidade.

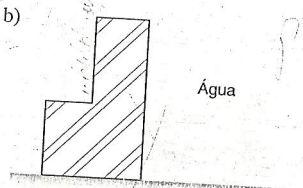


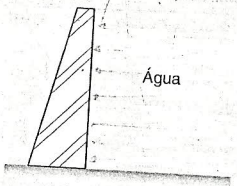
a) Qual a pressão no líquido em contato com a parte superior do recipiente *A*?

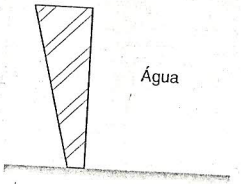
b) Completando-se o recipiente *B* com água, qual a pressão que a parte superior do recipiente *A* vai suportar? (Diferença entre as pressões internas e externas.)

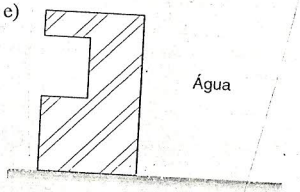
115. (UNESP-SP) Ao projetar uma represa, um engenheiro precisou aprovar o perfil de uma barragem sugerido pelo projetista da construtora. Admitindo-se que ele se baseou no Teorema de Stevin, da Hidrostática, que afirma que a pressão de um líquido aumenta linearmente com a profundidade, assinale a opção que o engenheiro deve ter feito.

a)


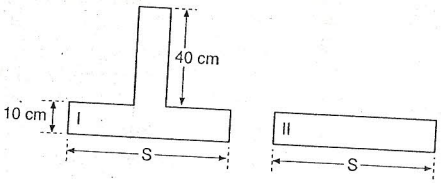
b)


c)


d)


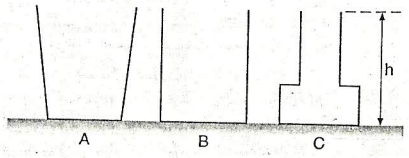
e)


116. (PUC-SP) Os recipientes (I) e (II), indicados no esquema, têm bases de áreas iguais a *S* e estão completamente cheios de água. Ao recipiente (I) é adaptado um tubo no qual se coloca água até 40 cm de altura. Chamando F_1 e F_2 as forças devidas à pressão hidrostática nas bases dos recipientes (I) e (II), respectivamente, podemos afirmar que:



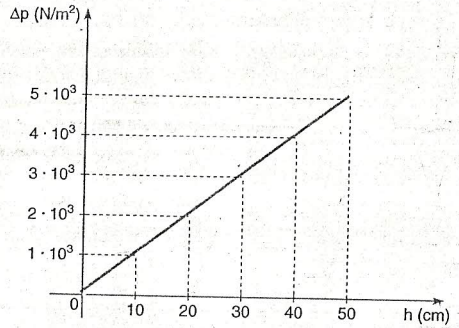
a) $F_1 = 5F_2$
b) $F_1 = 4F_2$
c) $F_1 = 3F_2$
d) $F_1 = 2F_2$
e) $F_1 = \frac{5}{4} F_2$

117. (U. F. Uberaba-MG) Considere os recipientes *A*, *B* e *C* da figura, cujas áreas das paredes do fundo são iguais. Os recipientes contêm o mesmo líquido homogêneo em equilíbrio, sendo que em todos eles o nível livre do líquido atinge a altura *h*. Em relação às pressões p_A, p_B e p_C exercidas pelo líquido nas paredes do fundo dos recipientes *A*, *B* e *C*, respectivamente, é correto que:



a) $p_A > p_B > p_C$
b) $p_A < p_B < p_C$
c) $p_A = p_B = p_C$
d) $p_A = p_B > p_C$
e) $p_A < p_B = p_C$

118. (CESUPA-PA) A representação gráfica da variação de pressão medida no interior de um líquido contido num recipiente aberto, relativa à superfície livre do mesmo, é mostrada na figura ao lado.



Considerando g = 10 m/s², podemos afirmar que:

a) o líquido contido no recipiente pode ser a água.
b) a pressão efetiva à profundidade h = = 25 cm é 2,5 × 10^4 N/m².
c) a densidade do líquido contido no recipiente é 0,85 g/m³.
d) a pressão na superfície do líquido é menor do que a pressão atmosférica ao nível do mar.
e) o recipiente não estava completamente cheio do líquido.

10. PRESSÃO ATMOSFÉRICA. BARÔMETRO

A atmosfera é um fluido não-homogêneo, tornando-se mais rarefeita à medida que se consideram pontos mais afastados da superfície da Terra. Portanto, a densidade do ar atmosférico diminui com a altitude. A pressão que a atmosfera exerce é denominada *pressão atmosférica* e seu valor, em vista do exposto, diminui com a altitude.

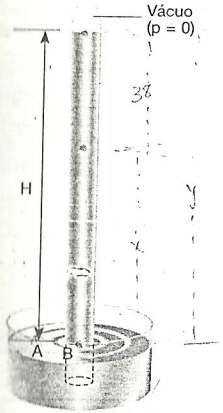


Fig. 14

A figura 14 esquematiza um dispositivo imaginado por Torricelli para a medida da pressão atmosférica, constituindo-se num barômetro elementar. Verifica-se que a pressão na superfície livre do mercúrio contido no recipiente cilíndrico ($p_A = p_{atm}$) é igual à pressão no ponto *B* situado na base de uma coluna de mercúrio de altura *H* (mesma horizontal num líquido homogêneo em equilíbrio). Ao nível do mar, verifica-se que a coluna de mercúrio apresenta altura H = 76 cm, se a temperatura for 0°C e a aceleração local da gravidade g = 9,8 m/s²:

$$p_{atm} = 76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm}$$

$$p_{atm} \cong 10^5 \text{ Pa}$$

A pressão atmosférica ao nível do mar é denominada pressão atmosférica normal.

À medida que o dispositivo de Torricelli é levado para altitudes maiores, a altura *H* da coluna de mercúrio diminui, pois diminui a pressão atmosférica.

Atualmente, a medida da pressão atmosférica é realizada através de barômetros mais precisos e sofisticados que o original de Torricelli.

11. EQUILÍBRIO DE LÍQUIDOS IMISCÍVEIS. VASOS COMUNICANTES

Consideremos dois líquidos que não se misturam (imiscíveis) de densidades d_1 e d_2 tais que $d_1 > d_2$. Estabelecido o equilíbrio estável, verifica-se que o líquido mais denso situa-se abaixo do líquido menos denso, ficando os dois separados por uma superfície horizontal (Fig. 15).

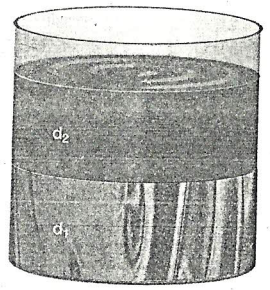


Fig. 15

Se líquidos imiscíveis forem colocados num sistema formado por vasos interligados pela base, denominados vasos comunicantes, o equilíbrio se estabelece de modo que as alturas das colunas líquidas, medidas a partir da superfície de separação, sejam inversamente proporcionais às respectivas densidades.

Assim, num tubo em *U* (dois recipientes cilíndricos ligados pela base), consideremos os líquidos imiscíveis, de densidades d_1 e d_2, em equilíbrio, como mostra a figura 16. Em relação à superfície horizontal de separação, as alturas das colunas são, respectivamente, H_1 e H_2. Os pontos *x* e *y* apresentam pressões iguais, pois pertencem a uma mesma superfície horizontal num mesmo líquido homogêneo em equilíbrio:

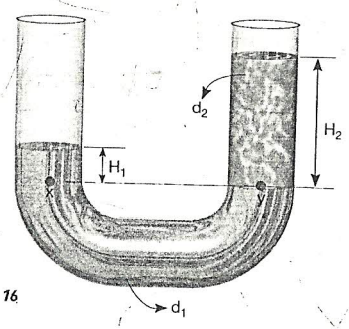


Fig. 16

$p_x = p_y$

Como $p_x = p_{atm} + d_1 g H_1$ e $p_y = p_{atm} + d_2 g H_2$, vem:

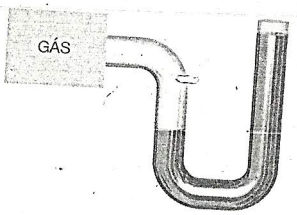
$p_{atm} + d_1 g H_1 = p_{atm} + d_2 g H$

Logo: $d_1 H_1 = d_2 H_2$

No caso, $H_1 < H_2$ em vista de $d_1 > d_2$.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

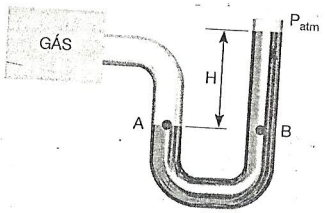
119 A figura representa um medidor de pressão (manômetro), constituído por um tubo recurvado contendo mercúrio. De um lado, o tubo é conectado a um recipiente contendo um gás cuja pressão se deseja medir e, do outro, ele é aberto para a atmosfera. O desnível de mercúrio nos dois ramos do tubo é 14 cm, a 0°C e num local onde $g = 9{,}8\ m/s^2$. A pressão atmosférica vale 76 cmHg.



a) Determine a pressão exercida pelo gás.
b) Qual seria o desnível entre os dois ramos do tubo se sua extremidade fosse fechada e sobre o nível de mercúrio fosse feito o vácuo?

Resolução:

a) O desnível de mercúrio nos dois ramos é $H = 14$ cm. A pressão atmosférica é $p_{atm} = 76$ cmHg. A pressão nos pontos A e B é a mesma por se tratar de uma mesma horizontal num líquido homogêneo em equilíbrio:
$p_A = p_B$.
Mas $p_A = p_{gás}$ e $p_B = p_{coluna} + p_{atm}$.
A pressão da coluna, sendo a temperatura 0°C e $g = 9{,}8\ m/s^2$, pode ser expressa numericamente pela própria altura da coluna: $p_{coluna} = 14$ cmHg.



Assim: $p_{gás} = p_{coluna} + p_{atm}$

$p_{gás} = 14 + 76$

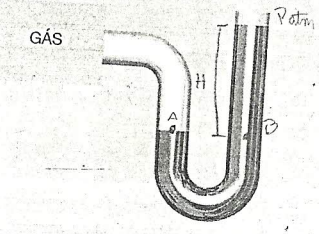
$p_{gás} = 90$ cmHg

b) Se a extremidade fosse fechada, a altura da coluna deveria medir numericamente a pressão do gás, isto é, 90 cmHg e, portanto:

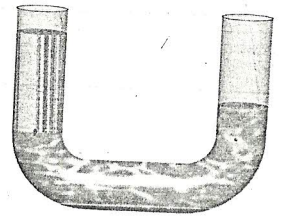
$H = 90$ cm

120 O gás contido no recipiente esquematizado exerce uma pressão de 85 cmHg. Estando o sistema a 0°C e num local onde $g = 9{,}8\ m/s^2$, o desnível do mercúrio nos dois ramos do tubo do manômetro é 13 cm. Determine:

a) a pressão atmosférica local;
b) a altura da coluna de mercúrio que equilibra a pressão do gás, no caso de o tubo do manômetro ser fechado, havendo vácuo acima do mercúrio.

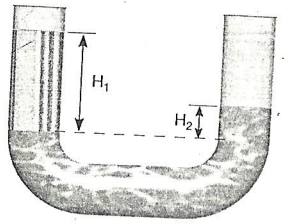


121 No recipiente esquematizado, encontram-se em equilíbrio dois líquidos imiscíveis de densidades 2,0 g/cm³ e 0,50 g/cm³. Determine a relação entre as alturas das colunas líquidas, medidas a partir da superfície de separação entre elas.



Resolução:

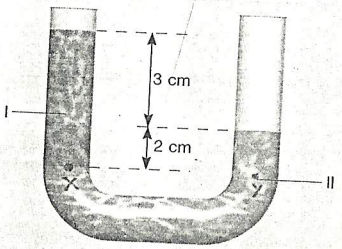
Sejam H_1 e H_2 as alturas das colunas líquidas medidas a partir da superfície de separação. Como vimos, essas alturas são inversamente proporcionais às respectivas densidades d_1 e d_2. Assim: $d_1H_1 = d_2H_2$.



Daí $\frac{H_1}{H_2} = \frac{d_2}{d_1}$

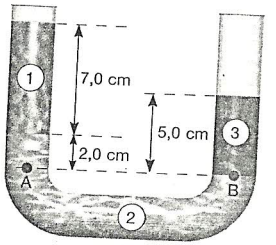
Como $d_1 = 0{,}50$ g/cm³ e $d_2 = 2{,}0$ g/cm³, vem: $\frac{H_1}{H_2} = \frac{2{,}0}{0{,}50}$ $\frac{H_1}{H_2} = 4$

122 Dadas as distâncias assinaladas na figura e sabendo que a densidade do líquido I é 0,60 g/cm³, determine a densidade do líquido II.



123 Três líquidos imiscíveis estão em equilíbrio num tubo em U, como indica o esquema. São dadas as densidades $d_1 = 0{,}50$ g/cm³ e $d_2 = 3{,}0$ g/cm³. Considerando as distâncias assinaladas na figura:

a) determine a densidade do líquido 3;
b) explique se o equilíbrio do sistema é estável ou instável.



Resolução:

a) As pressões nos pontos A e B são iguais: $p_A = p_B$

Mas $p_A = p_{atm} + d_1gH_1 + d_2gH_2$ e

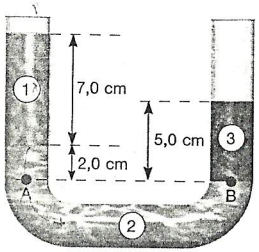
$p_B = p_{atm} + d_3gH_3$

Logo:

$p_{atm} + d_1gH_1 + d_2gH_2 = p_{atm} + d_3gH_3$

Daí:

$d_1H_1 + d_2H_2 = d_3H_3$



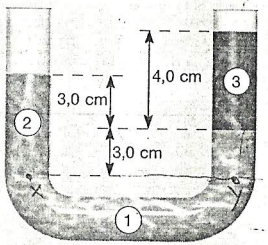
São dados: $d_1 = 0{,}50$ g/cm³, $H_1 = 7{,}0$ cm, $d_2 = 3{,}0$ g/cm³, $H_2 = 2{,}0$ cm e $H_3 = 5{,}0$ cm

Substituindo:

$0{,}50 \cdot 7{,}0 + 3{,}0 \cdot 2{,}0 = d_3 \cdot 5{,}0 \qquad 3{,}5 + 6{,}0 = d_3 \cdot 5{,}0 \qquad d_3 = 1{,}9$ g/cm³

b) A situação é de equilíbrio estável, uma vez que o líquido de maior densidade está na parte de baixo do recipiente e sobre ele estão os líquidos menos densos.

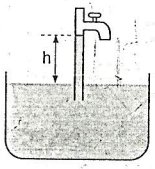
124. As densidades dos líquidos imiscíveis, representados na figura, são tais que $d_1 = 1{,}5\ d_2$ e $d_3 = 0{,}80$ g/cm³. Considerando as alturas assinaladas no esquema, determine as densidades dos líquidos 1 e 2.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

125. (VUNESP-SP) Numa experiência com o barômetro de Torricelli foi utilizado um tubo de vidro que possuía uma torneira adaptada na parte superior. Com o barômetro devidamente montado (torneira fechada) a pressão atmosférica foi lida como 740 mmHg. Inadvertidamente, a torneira foi aberta e rapidamente fechada. A coluna de mercúrio desceu 38 cm. Nessas condições, na superfície livre do mercúrio dentro do tubo, a pressão, em mm de Hg, é de:

a) zero
b) 380
c) 360
d) 400
e) 740



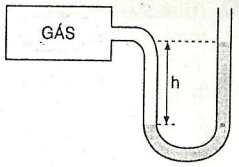
126. (UF-PR) Se um barômetro de Torricelli fosse construído com óleo de massa específica igual a 0,80 g/cm³, a altura da coluna de óleo nas CNTP seria:

a) 0,81 cm b) 76,55 cm c) 0,81 m d) 10,46 m e) 12,92 m

(Massa específica do Hg nas CNTP = 13,6 g/cm³.)

127. (UF-PR) Em um manômetro de tubo aberto, a diferença de alturas entre as colunas de mercúrio é 38 cm. Sendo a experiência realizada ao nível do mar, pode-se afirmar que a pressão do gás é:

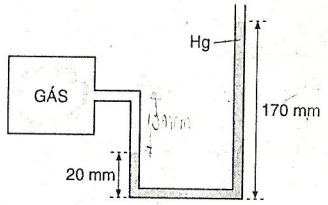
a) 0,50 atm
b) 1,0 atm
c) 1,5 atm
d) 1,9 atm
e) 3,8 atm



128. (U. E. Londrina-PR) Para medir a pressão p exercida por um gás, contido num recipiente, utilizou-se um manômetro de mercúrio, obtendo-se os valores indicados na figura ao lado.

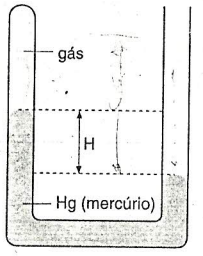
A pressão atmosférica local medida por um barômetro indicava 750 mmHg. O valor de p, em mmHg, vale:

a) 150
b) 170
c) 750
d) 900
e) 940



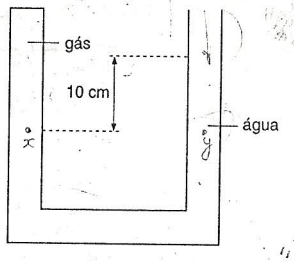
129. (FATEC-SP) O desenho representa um tubo em U, que contém mercúrio e aprisiona gás no ramo fechado, enquanto o outro ramo é aberto à atmosfera. Pode-se afirmar que:

a) a situação indicada é impossível.
b) a pressão do gás é maior que a pressão do ar atmosférico.
c) a pressão do gás é igual à pressão atmosférica.
d) a pressão do gás é menor que a pressão atmosférica.
e) nenhuma das anteriores.



130. (Mackenzie-SP) No tubo em forma de U da figura ao lado, o ramo A, de extremidade fechada, contém certo gás. O ramo B tem extremidade aberta. O desnível entre as superfícies livres da água é 10 cm. A pressão do gás no ramo A excede a pressão atmosférica em:

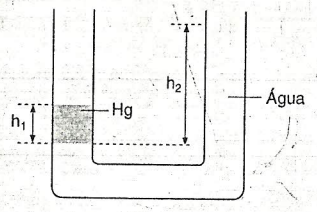
a) $5 \cdot 10^3$ N/m²
b) $4 \cdot 10^3$ N/m²
c) $3 \cdot 10^3$ N/m²
d) $2 \cdot 10^3$ N/m²
e) $1 \cdot 10^3$ N/m²



Obs.: 1) massa específica da água = 1 g/cm³
2) adote $g = 10$ m/s²

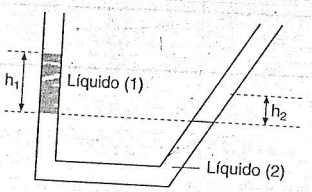
131. (UF-AM) Um sistema, por suposição, está em equilíbrio como indica a figura, onde d_1 é a densidade do mercúrio e d_2 é a densidade da água (igual a 1,0 g/cm³). Então:

a) $h_1 = d_1h_2$
b) $h_2 = d_1h_1$
c) $h_1 = d_2h_2^2$
d) $h_1 = h_2$

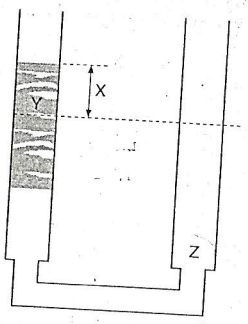


132. (UNEB-BA) Considere o sistema de dois líquidos imiscíveis (1) e (2) de densidades d_1 e d_2, respectivamente, representado na figura. Considerando o sistema em equilíbrio, podemos afirmar que:

a) $h_1 d_1 = h_2 d_2$ e $d_2 < d_1$
b) $h_1 d_1 = h_2 d_2$ e $d_2 > d_1$
c) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_1}{d_2}$ e $d_2 < d_1$
d) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_1}{d_2}$ e $d_2 > d_1$
e) $\frac{h_1}{d_1} = \frac{h_2}{d_2}$ e $d_2 > d_1$



133. (U. E. Londrina-PR) Dois tubos interligados contêm líquidos imiscíveis I e II, conforme a figura ao lado. O desnível entre a superfície livre dos líquidos é X. Sobre o conjunto, considere as afirmativas abaixo:

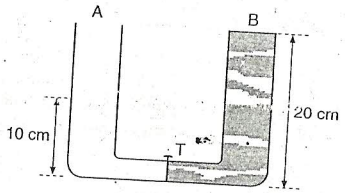


I. A massa específica do líquido Y é maior que a do líquido Z.
II. Se for aumentada em 10% a altura da coluna do líquido Y, o valor de X também aumentará.
III. Se for acrescentado líquido Z, o valor de X também aumentará.

Destas afirmativas, somente:

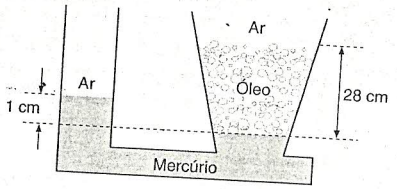
a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) I e III são corretas.

134. (PUC-SP) Dois tubos, A e B, de secções transversais de áreas idênticas estão ligados, conforme indica a figura. A torneira T está fechada. Coloca-se em A, até uma altura de 10 cm, um líquido de densidade 1,8 g/cm³ e, em B, até a altura de 20 cm, um líquido de densidade 0,90 g/cm³. Supondo que os dois líquidos não são miscíveis e não reagem quimicamente, aberta a torneira:



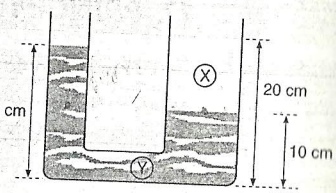
a) os níveis se igualam em A e B.
b) o nível em A desce e, em conseqüência, sobe o de B.
c) o nível em B desce e, em conseqüência, sobe o de A.
d) o nível em A passa a ser 20 cm e o de B, 10 cm.
e) os níveis dos líquidos permanecem invariáveis nos dois tubos.

135. (PUC-SP) A figura mostra dois vasos comunicantes que contêm, em equilíbrio, mercúrio (densidade 14 g/cm³) e óleo vegetal. A superfície livre do mercúrio está a 1,0 cm acima da superfície de separação entre os líquidos, e a do óleo está a 28 cm acima da referida superfície. A densidade do óleo é:



a) 0,25 g/cm³
b) 0,50 g/cm³
c) 0,75 g/cm³
d) 1,00 g/cm³
e) 27,0 g/cm³

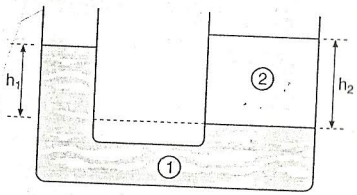
136. (FCMSC-SP) No esquema ao lado, X e Y são dois líquidos imiscíveis e homogêneos, contidos em um sistema de vasos comunicantes em equilíbrio hidrostático. Qual dos valores abaixo mais se aproxima da densidade do líquido Y em relação ao líquido X?



a) 0,80
b) 0,90
c) 1,1
d) 1,3
e) 2,5

137. (UC-BA) A figura representa um recipiente contendo dois líquidos, (1) e (2), homogêneos, incompressíveis, imiscíveis entre si e em equilíbrio. A relação entre as alturas h_2 e h_1 é $3h_1 = 2h_2$. Qual é a razão (d_1/d_2) entre as densidades d_1 e d_2 dos líquidos (1) e (2), respectivamente?

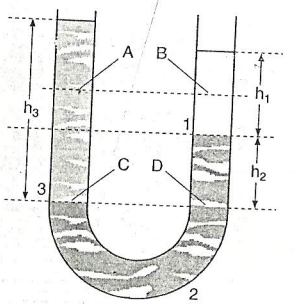
a) 1
b) 2
c) 3
d) $\frac{2}{3}$
e) $\frac{3}{2}$



138. (PUC-SP) Colocam-se 100 cm³ de Hg, de densidade 13,6 g/cm³, num tubo em U de secção transversal constante e igual a 2,0 cm²; a seguir, colocam-se num dos ramos 100 cm³ de um líquido de densidade desconhecida e observa-se que o desnível do Hg entre os dois ramos é 5,0 cm. A densidade do líquido desconhecido é:

a) 1,00 g/cm³
b) 1,15 g/cm³
c) 1,22 g/cm³
d) 1,30 g/cm³
e) 1,36 g/cm³

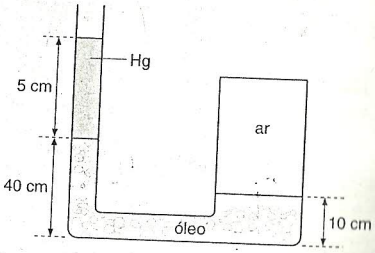
139. (UF-PA) A figura representa um tubo em forma de U com ramos verticais abertos, o qual contém três líquidos imiscíveis. As densidades dos líquidos são d_1, d_2 e d_3. Se os líquidos estão em equilíbrio, então:



a) a pressão em A é igual à pressão em B.
b) a pressão em A é diferente da pressão em B.
c) a pressão em C é diferente da pressão em D.
d) a altura h_3 é a soma das alturas h_1 e h_2.
e) a densidade d_3 é a soma das densidades d_1 e d_2.

$V = \frac{m}{d}$

140. (FEI-SP) O reservatório indicado na figura contém ar seco e óleo. O tubo que sai do reservatório contém óleo e mercúrio. Sendo a pressão atmosférica normal, determine a pressão do ar no reservatório. (Dar a resposta em mm de Hg.) São dados: densidade do mercúrio $d_{Hg} = 13{,}6$ g/cm³; densidade do óleo: $d_o = 0{,}80$ g/cm³.



12. PRINCÍPIO DE PASCAL. PRENSA HIDRÁULICA

O princípio de Pascal pode ser enunciado como segue:

> Qualquer variação de pressão ocorrida num ponto de um fluido em equilíbrio transmite-se integralmente a todos os pontos desse fluido.

Uma ilustração simples desse princípio é dada pelo freio hidráulico de um automóvel: a pressão exercida no pedal do freio é transmitida até as rodas do carro através do óleo contido num sistema de tubos comunicantes.

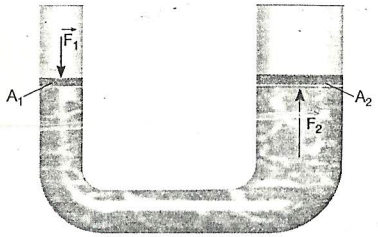


Fig. 17

A *prensa hidráulica* é outra aplicação importante do princípio de Pascal, que permite multiplicar a intensidade de uma força. Consta, como mostra a figura 17, de recipientes intercomunicantes preenchidos por um líquido em equilíbrio. Sobre a superfície livre de cada lado são colocados êmbolos de áreas A_1 e A_2. Ao se aplicar uma força $\vec{F}_1$ ao êmbolo de menor área, o êmbolo maior ficará sujeito a uma força $\vec{F}_2$, em virtude da transmissão do acréscimo de pressão Δp:

$$\Delta p = \frac{F_1}{A_1} \quad \text{e} \quad \Delta p = \frac{F_2}{A_2}$$

Logo $\quad \dfrac{F_1}{A_1} = \dfrac{F_2}{A_2}$

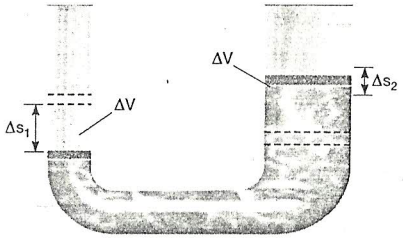


Fig. 18

Portanto, as forças exercidas sobre os êmbolos têm intensidades diretamente proporcionais às áreas dos êmbolos. Assim, se $A_2 = n \cdot A_1$, teremos $F_2 = n \cdot F_1$.

Em virtude de o volume do líquido, que se desloca de um recipiente para outro, ser o mesmo (ΔV), os percursos dos êmbolos não serão iguais (Fig. 18). Obtém-se no êmbolo maior um deslocamento pequeno em comparação com o do êmbolo menor:

$$\Delta V = \Delta s_1 \cdot A_1 \quad \text{e} \quad \Delta V = \Delta s_2 \cdot A_2$$

Daí $\quad \Delta s_1 \cdot A_1 = \Delta S_2 \cdot A_2$

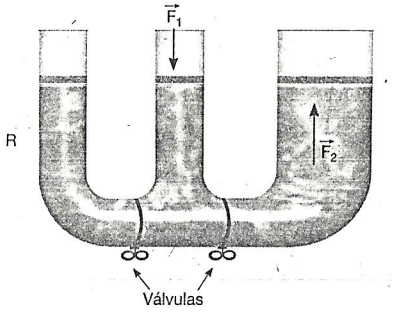


Fig. 19

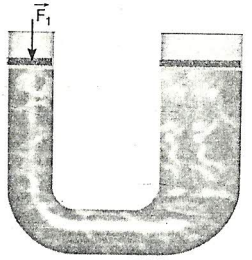
Portanto, sendo $A_1 < A_2$, obtém-se $\Delta s_1 > \Delta s_2$. Em geral, nas aplicações práticas da prensa hidráulica, como no elevador hidráulico dos postos de abastecimento, o êmbolo menor não sofre um deslocamento único e contínuo. O êmbolo é movimentado através de golpes sucessivos, extraindo-se o líquido necessário através de um recipiente auxiliar *R*, existindo ainda um sistema de válvulas que asseguram o sentido conveniente de escoamento para o líquido (Fig. 19).

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

141 Na prensa hidráulica esquematizada na figura, aplica-se no êmbolo de menor área uma força $\vec{F}_1$ de intensidade 50 N, deslocando-o 0,50 m. Determine, para o êmbolo maior, cuja área é 2,5 vezes maior que a do primeiro:

a) a intensidade da força que age sobre ele;

b) o deslocamento que sofre durante o processo.



Resolução:

a) A intensidade da força atuante é diretamente proporcional à área, tendo em vista a transmissão da pressão:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Mas $A_2 = 2{,}5\ A_1$, donde: $\quad \dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{A_1}{2{,}5\,A_1} \quad F_2 = 2{,}5\ F_1$

Como $F_1 = 50$ N, vem: $\quad F_2 = 2{,}5 \cdot 50 \quad F_2 = 125$ N

b) O deslocamento do êmbolo é inversamente proporcional à área dos êmbolos:

$\Delta s_1 \cdot A_1 = \Delta s_2 \cdot A_2 \quad \Delta s_1 \cdot A_1 = \Delta s_2 \cdot 2{,}5A_1 \quad \Delta s_1 = 2{,}5\ \Delta s_2$

Como $\Delta s_1 = 0{,}50$ m, vem: $\quad 0{,}50 = 2{,}5\ \Delta s_2 \quad \Delta s_2 = 0{,}20$ m

142. A intensidade da força que age sobre o êmbolo menor de uma prensa hidráulica é 10 N, deslocando-o 0,60 m. O êmbolo maior tem área quatro vezes maior que o primeiro. Determine:

a) a intensidade da força que vai agir no êmbolo maior;

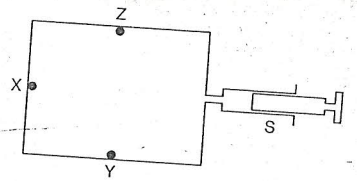
b) o deslocamento sofrido pelo êmbolo maior, durante o processo.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

143. (UF-PA) O princípio no qual se baseiam os freios hidráulicos dos veículos motorizados foi estabelecido por:

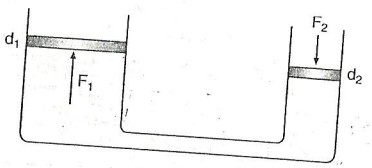
a) Newton.
b) Stevin.
c) Arquimedes.
d) Bernoulli.
e) Pascal.

144. (F. M. Jundiaí-SP) Na figura está representado um recipiente rígido, cheio de água, e conectado a uma seringa. *S*, *X*, *Y* e *Z* são pontos no interior do recipiente. Se a pressão que o êmbolo da seringa exerce sobre o líquido sofrer um aumento Δp, a variação de pressão hidrostática nos pontos *X*, *Y* e *Z* será, respectivamente, igual a:



a) Δp, Δp e Δp
b) Δp, zero e zero
c) $\frac{\Delta p}{3}$, $\frac{\Delta p}{3}$ e $\frac{\Delta p}{3}$
d) zero, $\frac{\Delta p}{2}$ e $\frac{\Delta p}{2}$
e) zero, Δp e zero

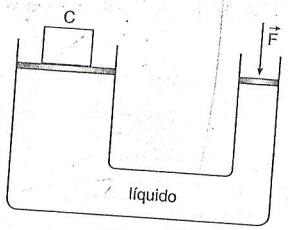
145. (U. E. Londrina-PR) Na prensa hidráulica representada ao lado, os diâmetros dos êmbolos são d_1 e d_2, tais que $d_1 = 2d_2$.



A relação F_1/F_2 entre as intensidades das forças exercidas nos dois êmbolos, quando situados no mesmo nível, vale:

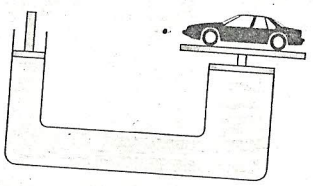
a) 4
b) 2
c) 1
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{1}{4}$

146. (PUC-RS) A figura esquematiza uma prensa hidráulica. Uma força $\vec{F}$ é exercida no pistão de área *S*, para se erguer uma carga *C* no pistão maior de área 5S. Em relação a *F*, qual a intensidade da força que é aplicada no pistão de maior área?



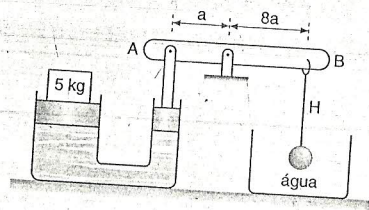
a) $\frac{1F}{25}$
b) $\frac{1F}{5}$
c) 4F
d) 5F
e) 25F

147. (CESESP-PE) Um macaco hidráulico consiste de dois pistões conectados por um tubo, como mostra a figura. O pistão maior tem 1 m de diâmetro e o menor tem 10 cm de diâmetro. Qual a força mínima, em newtons, que deve ser aplicada no pistão menor para que sobre o maior seja suspenso um automóvel de 1 tonelada?
Adote $g = 10\ m/s^2$.



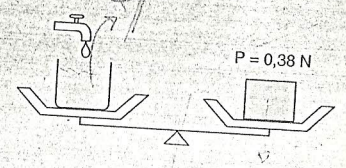
a) $1 \cdot 10^4$
b) $1 \cdot 10^3$
c) $1 \cdot 10^2$
d) $1 \cdot 10$
e) 1

148. (FAAP-SP) Considere a figura representativa de um sistema em equilíbrio estático e calcule o volume do corpo, de massa 50 g, totalmente imerso em água. Despreze os atritos, assim como o peso da haste rígida *H*, da alavanca AB e dos êmbolos da prensa hidráulica. Sabe-se que as áreas das secções transversais dos êmbolos estão na proporção 1:25 e que a massa específica da água vale 1,0 g/cm³. Adote $g = 10\ m/s^2$.



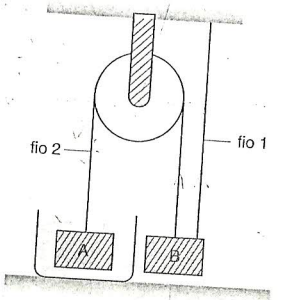
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

149. (UF-PR) Uma balança de braços iguais tem em um dos pratos um peso de 0,38 N e no outro um recipiente de peso desprezível. Sobre o recipiente existe uma torneira pingando 2 gotas de água por segundo, cada gota com um volume de $2{,}0 \times 10^{-7}\ m^3$. Considerando a densidade da água $1{,}0 \times 10^3\ kg/m^3$ e $g = 10\ m/s^2$, determine o tempo necessário, em segundos, para que os pratos da balança fiquem nivelados.



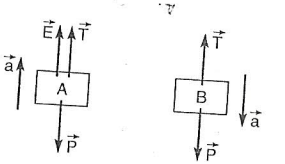
150. O sistema da figura está inicialmente em equilíbrio. Os corpos *A* e *B* são idênticos e constituídos de uma substância de densidade $1{,}5 \cdot 10^4\ kg/m^3$. A massa de cada um é 3,0 kg. A densidade do líquido é $6{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$. Sendo nulas todas as resistências e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine, após o corte do fio 1:

a) a tração no fio 2 e a aceleração dos corpos enquanto o corpo *A* estiver imerso;
b) a tração no fio 2 e a aceleração dos corpos após o corpo *A* abandonar completamente o líquido.



Resolução:

a) Isolando os dois corpos, indicando as forças que agem neles e aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica:



$E + T - P = m \cdot a$ (I)
$P - T = m \cdot a$ (II)

Somando membro a membro as equações (I) e (II), obtemos:

$E = 2m \cdot a$

Como a intensidade do empuxo é dada por $E = d_L \cdot V_L \cdot g$, vem:

$2m \cdot a = d_L \cdot V_L \cdot g$

Nessa equação: $m = 3{,}0$ kg; $d_L = 6{,}0 \cdot 10^2$ kg/m^3; $g = 10$ m/s^2

O volume de líquido deslocado é igual ao volume do corpo imerso:

$$V_L = V = \frac{m}{d} = \frac{3{,}0}{1{,}5 \cdot 10^4} \qquad V_L = 2{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

Substituindo:

$2 \cdot 3{,}0 \cdot a = 6{,}0 \cdot 10^2 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 10$

$a = 0{,}20$ m/s^2

Sendo $P = m \cdot g = 3{,}0 \cdot 10$, $P = 30$ N, a substituição na equação (II) fornece:

$30 - T = 3{,}0 \cdot 0{,}20 \qquad T = 30 - 0{,}6$

$T = 29{,}4$ N

b) Quando o corpo *A* abandona o líquido, deixa de existir o empuxo $\vec{E}$. Assim, as forças que agem nos corpos são a tração $\vec{T}'$ e o peso $\vec{P}$.
Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica:

$T' - P = m \cdot a'$

$P - T' = m \cdot a'$

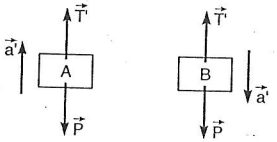
Somando membro a membro:

$2m \cdot a' = 0 \qquad a' = 0$

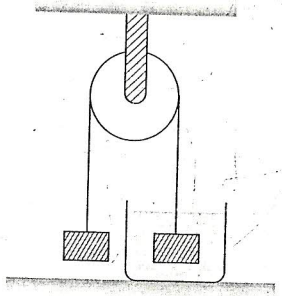
Portanto: $T' = P$

Como $P = m \cdot g = 3{,}0 \cdot 10 = 30$ N, vem:

$T' = 30$ N

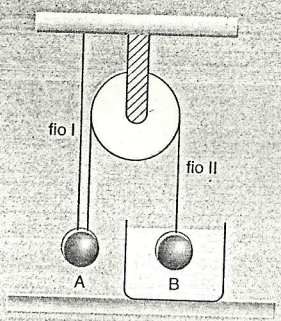


151. (COVEST-PE) Dois corpos, cada um de massa igual a 10 kg, estão presos por um fio inextensível que passa por uma polia presa ao teto. Se um dos corpos, de volume igual a 10^4 cm^3, está inteiramente imerso em água, determine a aceleração dos corpos em m/s^2.

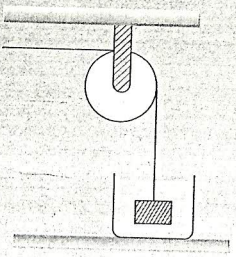


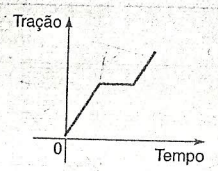
152. (UF-RN) O sistema ilustrado a seguir é constituído por dois corpos, *A* e *B*, de mesma massa *M*, dois fios ideais, um líquido cuja densidade é ρ e uma polia de eixo fixo de massa desprezível. O corpo *B*, de volume *V*, está completamente imerso no líquido e, nessa condição, temos o sistema em equilíbrio. Admitindo-se que a aceleração da gravidade é *g*, pode-se concluir que as tensões nos fios I e II são:

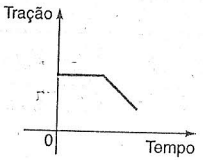
a) $T_I = T_{II} = Mg - \rho Vg$
b) $T_I = (T_{II}/2) = Mg - \rho Vg$
c) $T_{II} = (T_I/2) = Mg - \rho Vg$
d) $T_I = \rho Vg$ e $T_{II} = Mg - \rho Vg$
e) $T_I = Mg - \rho Vg$ e $T_{II} = \rho Vg$

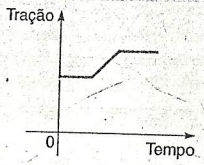


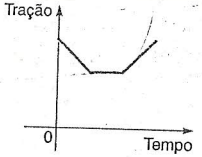
153. (FUVEST-SP) Através de um fio que passa por uma roldana, um bloco metálico é erguido do interior de um recipiente contendo água, conforme ilustra a figura. O bloco é erguido e retirado completamente da água com velocidade constante. O gráfico que melhor representa a tração *T* no fio em função do tempo é:

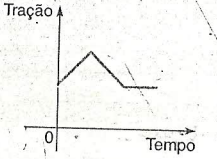


a)


b)


c)


d)


e)


154. (IME) Um objeto feito de uma liga de ouro e prata com massa de 400 gramas é imerso em óleo, cuja massa específica vale 0,8 kg/dm^3. Observa-se uma perda aparente de peso correspondente a 25 g de massa.
Determine o percentual de ouro e de prata usado na liga, sabendo-se que a massa específica do ouro é de 20 g/cm^3 e a da prata é de 10 g/cm^3.

155. (ITA-SP) A massa de um objeto feito de liga ouro-prata é 354 g. Quando imerso na água, cuja massa específica é 1,00 g $\cdot$ cm^{-3}, sofre uma perda aparente de peso correspondente a 20,0 g de massa. Sabendo que a massa específica do ouro é de 20,0 g $\cdot$ cm^{-3} e a da prata, de 10,0 g $\cdot$ cm^{-3}, podemos afirmar que o objeto contém a seguinte massa de ouro:

a) 177 g b) 118 g c) 236 g d) 308 g e) 54,0 g

156. (ITA-SP) Um cubo de 1,0 cm de lado, construído com material homogêneo de massa específica 10 g $\cdot$ cm^{-3}, está em equilíbrio no seio de dois líquidos, L_1 e L_2, de densidades respectivamente

iguais a $d_{L_1} = 14\ g \cdot cm^{-3}$ e $d_{L_2} = 2{,}0\ g \cdot cm^{-3}$, de acordo com a figura *a*. Posteriormente, L_2 é substituído por um líquido L_3 e o cubo assume nova posição de equilíbrio, como mostra a figura *b*. As alturas h_1, h_2 e a densidade d_{L_3} são, respectivamente:

Fig. a

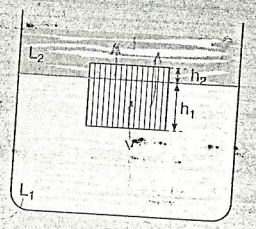
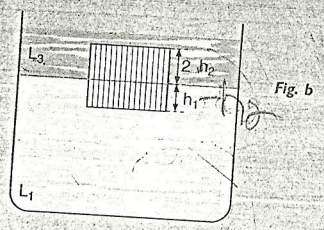


Fig. b



a) $\frac{2}{3}$ cm; $\frac{1}{3}$ cm; 9,0 g · cm^{-3}

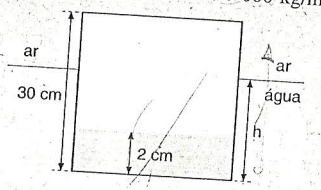
b) $\frac{1}{3}$ cm; $\frac{2}{3}$ cm; 8,0 g · cm^{-3}

c) 0,40 cm; 0,60 cm; 8,0 g · cm^{-3}

d) $\frac{2}{3}$ cm; $\frac{1}{3}$ cm; 8,0 g · cm^{-3}

e) 0,40 cm; 0,60 cm; 9,0 g · cm^{-3}

157. (FUVEST-SP) Um recipiente cilíndrico de eixo vertical tem como fundo uma chapa de 2,0 cm de espessura, e 1,0 m^2 de área, feita de material de massa específica igual a 10 000 kg/m^3. As paredes laterais são de chapa muito fina, de massa desprezível, e têm 30 cm de altura, medida a partir da parte inferior da chapa do fundo, como mostra, esquematicamente, a figura. O recipiente está inicialmente vazio e flutua na água, mantendo seu eixo vertical. A massa específica da água vale 1 000 kg/m^3 e a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2. Despreze os efeitos da densidade do ar.



a) Determine a altura *h* da parte do recipiente que permanece imersa na água.

b) Se colocarmos água dentro do recipiente à razão de 1,0 litro/segundo, depois de quanto tempo o recipiente afundará?

158. (FUVEST-SP) Uma pequena bolha de ar, partindo da profundidade de 2,0 m abaixo da superfície de um lago, tem seu volume aumentado em 40% ao chegar à superfície. Suponha que a temperatura do lago seja constante e uniforme e que o valor da massa específica da água do lago seja $\rho = 1{,}0 \times 10^3$ kg/m^3. Adote $g = 10$ m/s^2 e despreze os efeitos de tensão superficial.

a) Qual a variação do valor da pressão do ar dentro da bolha, em N/m^2, nessa subida?

b) Qual o valor da pressão atmosférica, em N/m^2, na superfície do lago?

159. (UNICAMP-SP) "Tornado destrói telhado de ginásio da Unicamp. Um tornado com ventos de 180 km/h destruiu o telhado do ginásio de esportes da Unicamp [...] Segundo engenheiros da Unicamp, a estrutura destruída pesa aproximadamente 250 toneladas."

(*Folha de S. Paulo*, 29/11/95.)

Uma possível explicação para o fenômeno seria considerar uma diminuição da pressão atmosférica, devida ao vento, na parte superior do telhado. Para um escoamento de ar ideal, essa redução de pressão é dada por $\rho V^2/2$, onde $\rho = 1{,}2$ kg/m^3 é a densidade do ar e V a velocidade do vento. Considere que o telhado do ginásio tem 5 400 m^2 de área e que estava apenas apoiado nas paredes.

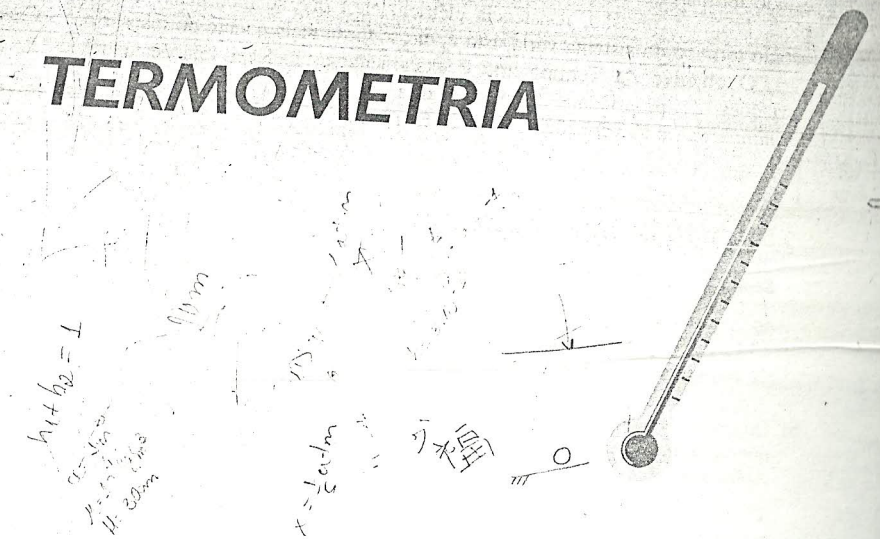
a) Calcule a variação da pressão externa devida ao vento.

b) Quantas toneladas poderiam ser levantadas pela força devida a esse vento?

c) Qual a menor velocidade do vento (em km/h) que levantaria o telhado?

CAPÍTULO 2

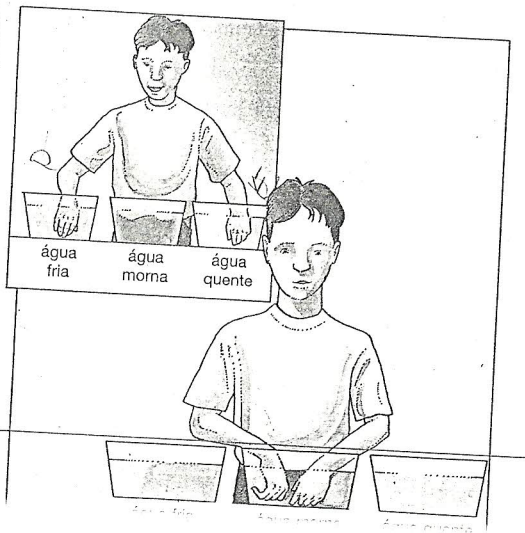
TERMOMETRIA



1. NOÇÃO DE ESTADO TÉRMICO

Ao entrar em contato com diversos sistemas, temos, através do tato, impressões subjetivas traduzidas habitualmente pelos termos quente, frio, gelado, morno, etc. Dizemos, então, que tais sistemas se encontram em estados térmicos diferentes, porque produziram sensações diferentes.

No entanto, esse critério sensorial para caracterizar o estado térmico de um sistema é muito impreciso, pois depende do observador e, para um mesmo observador, depende das condições em que ele se encontrava anteriormente.



Para constatar que as sensações térmicas dependem de sensações anteriores, você pode realizar a seguinte experiência: prepare três recipientes contendo, respectivamente, água fria, água morna e água quente. Coloque sua mão direita na água fria e a esquerda na água quente. Espere alguns instantes. A seguir, mergulhe suas duas mãos na água morna. A água morna parecerá quente para a mão direita e fria para a mão esquerda.

Por isso, procuramos estabelecer um critério mais exato para a avaliação do estado térmico de um sistema: utilizamos uma de suas propriedades macroscópicas (volume, pressão, resistência elétrica, etc.) que se modificam quando o estado térmico do sistema varia, isto é, ele se torna mais quente ou mais frio.

O objetivo da Termometria é exatamente estabelecer relações entre as variações da propriedade escolhida, dita de agora em diante *propriedade termométrica*, e as variações do estado térmico do sistema.

2. EQUILÍBRIO TÉRMICO

Se as propriedades termométricas de dois ou mais sistemas não variam no decorrer do tempo, quando em presença uns dos outros, dizemos que eles estão em equilíbrio térmico entre si.

Para sistemas em equilíbrio térmico, vale a denominada Lei Zero da Termodinâmica:

> Dois sistemas em equilíbrio térmico com um terceiro estão em equilíbrio térmico entre si.

Assim, se o sistema A está em equilíbrio térmico com o sistema C, e o sistema B também está em equilíbrio térmico com o sistema C, então os sistemas A e B estão em equilíbrio térmico entre si.

Quando dois sistemas em estados térmicos diferentes são colocados em presença um do outro, suas propriedades termométricas variam. Essa variação cessa apenas quando é atingido o equilíbrio térmico. A partir desse instante, dizemos que os dois sistemas apresentam o mesmo estado térmico.

3. NOÇÃO DE TEMPERATURA

A fim de caracterizar o estado térmico dos sistemas, devemos introduzir uma nova propriedade: *a temperatura*. Podemos dizer que temperatura é a propriedade dos sistemas que nos permite afirmar se dois sistemas estão em equilíbrio térmico ou se estão em estados térmicos diferentes.

Sendo assim, sistemas em equilíbrio térmico devem apresentar temperaturas iguais, e sistemas em estados térmicos diferentes devem ter valores diferentes para a temperatura.

4. EQUAÇÃO TERMOMÉTRICA

Como foi dito, uma das propriedades macroscópicas do sistema é escolhida por variar com seu estado térmico, isto é, com sua temperatura, sendo denominada *propriedade termométrica*.

A escolha da propriedade termométrica deve ser tal que a cada valor x dessa propriedade corresponda um e um só valor θ para a temperatura. Em outros termos, a temperatura θ do sistema deve ser uma função bijetora da propriedade termométrica x. A função mais simples entre θ e x é do tipo $\theta = ax + b$, correspondendo a uma *equação termométrica* do primeiro grau, cuja representação gráfica é uma reta, como é mostrado na figura 1.

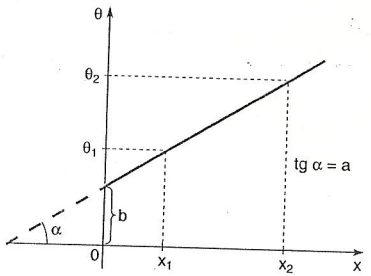


Fig. 1 Equação termométrica do 1º grau ($\theta = ax + b$).

5. TERMÔMETRO

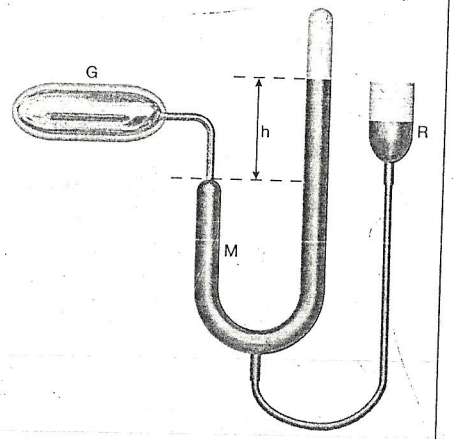
Geralmente, as propriedades macroscópicas do sistema não são facilmente mensuráveis, dificultando sobremaneira a medida direta de sua temperatura. Por isso, lança-se mão de outro sistema cuja propriedade macroscópica escolhida seja facilmente mensurável. Esse sistema auxiliar é colocado em presença do sistema cuja temperatura se deseja avaliar, até que se estabeleça o equilíbrio térmico. Desse modo, ao determinar a temperatura do sistema auxiliar, estaremos automaticamente determinando a temperatura do sistema.

O sistema auxiliar que permite a avaliação indireta da temperatura do outro sistema é denominado *sistema termométrico*, ou simplesmente *termômetro*.

Portanto, a equação termométrica relaciona os valores da temperatura com os valores da propriedade termométrica do termômetro, que pode ser o volume de um gás ou de um líquido (termômetro de gás a pressão constante, termômetro de mercúrio), a pressão de um gás (termômetro de gás a volume constante), a resistência elétrica de um fio condutor (termômetro de resistência elétrica), etc.

Termômetro de gás a volume constante

G é o reservatório que contém o gás (hidrogênio, hélio, nitrogênio, etc.).
M é o manômetro que contém mercúrio. Conhecendo o desnível h, poderemos, através do Teorema de Stevin, determinar a pressão do gás.
R é um reservatório que contém mercúrio. Sua finalidade é manter constante o volume do gás em G. Se alterarmos a temperatura, o volume do gás mudará; baixando ou erguendo verticalmente o reservatório R, o volume do gás em G se manterá constante. Assim, para cada temperatura do gás corresponderá uma pressão.



6. ESCALA TERMOMÉTRICA

Através da equação termométrica, podemos fazer corresponder a cada valor da propriedade termométrica um valor de temperatura. Assim, podemos graduar um termômetro de modo a ler nele não mais os valores da propriedade termométrica, mas diretamente os valores da temperatura.

Chamamos *escala termométrica* a seqüência ordenada das temperaturas que definem, em graus, todos os estados térmicos, ordenados dos mais frios aos mais quentes.

Para graduar um termômetro e, conseqüentemente, criar uma escala termométrica, é necessário estabelecer os valores das constantes a e b na equação termométrica $\theta = ax + b$. Isso corresponde a obter graficamente a reta de correspondência entre θ e x, para o que é suficiente termos dois pontos dela.

Atribuímos, então, valores arbitrários para a temperatura de dois estados térmicos bem caracterizados (pontos fixos), que possam ser reproduzidos com facilidade. Os estados térmicos geralmente escolhidos correspondem a mudanças de estado da substância pura água, sob pressão normal, e são denominados *pontos fixos fundamentais*.

1º) Ponto fixo ou ponto do gelo — fusão do gelo

2º) Ponto fixo ou ponto do vapor — ebulição da água

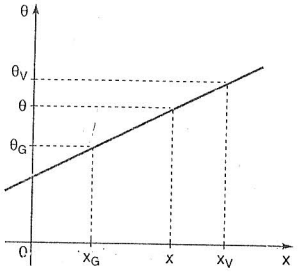


Fig. 2 θ_G; x_G — *ponto do gelo*
θ_V; x_V — *ponto do vapor*

Sejam θ_G e θ_V os valores de temperatura atribuídos aos pontos fixos fundamentais, em correspondência, respectivamente, aos valores x_G e x_V da propriedade termométrica. Assim, a reta de correspondência fica definida (Fig. 2), de modo que, sabido um valor x qualquer da propriedade termométrica, sabe-se o valor θ da temperatura,

As escalas termométricas estabelecidas dessa maneira, isto é, atribuindo-se valores arbitrários aos pontos fixos, são denominadas *escalas termométricas relativas*. Logicamente, podemos criar infinitas escalas relativas, conforme os números associados aos pontos fixos, obtendo para elas as mais diferentes equações termométricas.

7. ESCALAS RELATIVAS USUAIS

Há duas escalas relativas de grande aceitação e de há muito criadas: a *escala Celsius* (antigamente denominada centesimal ou centígrada) e a *escala Fahrenheit*. A primeira é a mais utilizada em nosso país, enquanto a segunda é mais difundida em países como Estados Unidos e Inglaterra.

Escala Celsius

Nessa escala, são atribuídos os valores 0 (zero) para o ponto do gelo e 100 (cem) para o ponto do vapor (Fig. 3). Divide-se o intervalo entre os dois pontos fixos (denominado intervalo fundamental) em cem partes iguais. Cada uma dessas partes constitui a unidade da escala, denominada *grau Celsius* (símbolo: °C). Portanto, o grau Celsius corresponde a um centésimo do intervalo fundamental.

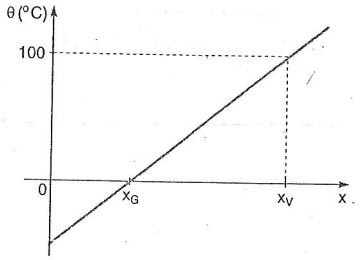


Fig. 3 Escala Celsius
$\theta_G = 0°C \Rightarrow x_G$
$\theta_V = 100°C \Rightarrow x_V$

Escala Fahrenheit

Os valores atribuídos, nessa escala, para o ponto do gelo e o ponto do vapor são, respectivamente, 32 (trinta e dois) e 212 (duzentos e doze) (Fig. 4). O intervalo fundamental é dividido em 180 (cento e oitenta) partes iguais, cada uma das quais constitui o *grau Fahrenheit* (símbolo: °F). Assim, o grau Fahrenheit corresponde a 1/180 do intervalo fundamental.

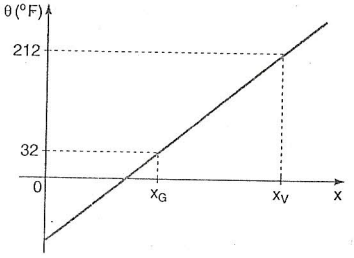


Fig. 4 Escala Fahrenheit
$\theta_G = 32°F \Rightarrow x_G$
$\theta_V = 212°F \Rightarrow x_V$

Termômetro de mercúrio

O termômetro de mercúrio é constituído, como mostra a figura 5, por um reservatório de vidro (denominado bulbo) cheio de mercúrio, que se comunica com uma haste de vidro cuja luz tem diâmetro muito fino, comparável ao de um fio de cabelo (haste capilar). Quando a temperatura do termômetro aumenta, o mercúrio sofre dilatação e sobe ao longo da haste.
Como propriedade termométrica desse termômetro, utilizamos, em vez do volume de mercúrio, cuja avaliação seria complicada, a altura h da coluna de mercúrio na haste.

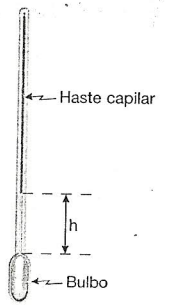
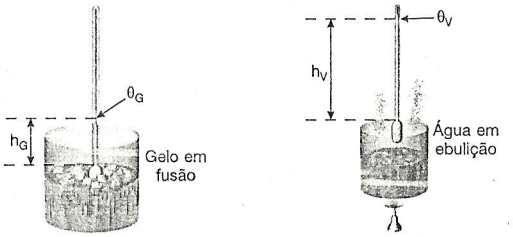


Fig. 5 Termômetro de mercúrio.

Para graduar o termômetro de mercúrio nas escalas relativas usuais, devemos inicialmente colocá-lo nas condições dos pontos fixos fundamentais. Quando no ponto do gelo, o nível do mercúrio estaciona de modo a corresponder uma altura h_G para a coluna líquida (fig. 6a). Colocado o termômetro em presença dos vapores de água em ebulição (ponto do vapor), o nível sobe, correspondendo uma altura h_V para a coluna de mercúrio (Fig. 6b).

Nos níveis correspondentes às alturas h_G e h_V, são marcados os valores atribuídos aos pontos fixos na escala em questão. Em seguida, o intervalo na haste do termômetro é dividido em 100 partes (na escala Celsius) ou em 180 (na escala



a) Ponto do gelo *b) Ponto do vapor*

Fig. 6 Graduação de um termômetro de mercúrio.

Fahrenheit), cada uma se constituindo no grau termométrico da escala. Como a dilatação do mercúrio é uniforme entre os dois pontos fixos fundamentais, qualquer outra temperatura nesse intervalo estará definida automaticamente, pois a cada altura da coluna de mercúrio corresponderá a temperatura do sistema em questão.

Até certos limites, as unidades obtidas do modo apresentado podem ser marcadas fora do intervalo fundamental, isto é, abaixo do ponto do gelo e acima do ponto do vapor. Além desses limites, torna-se necessária a utilização de outros termômetros e mesmo a definição de outros pontos fixos.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Em um termômetro a álcool, a grandeza termométrica é a altura da coluna do álcool no capilar. Seus pontos fixos são:

Ponto do gelo

$\theta_G = 0°C$ e $h_G = 10$ cm

Ponto do vapor

$\theta_V = 100°C$ e $h_V = 20$ cm

Estabeleça a equação termométrica da temperatura θ em função da altura h.

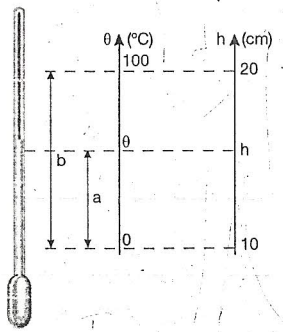
Resolução:

A figura ao lado ilustra os pontos fixos. Relacionando os segmentos a e b com a escala de temperatura, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{\theta - 0}{100 - 0} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\theta}{100} \quad \text{(I)}$$

Relacionando os segmentos a e b com as alturas, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{h - 10}{20 - 10} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h - 10}{10} \quad \text{(II)}$$



BIBLIOTECA PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

Das equações (I) e (II), vem:

$$\frac{\theta}{100} = \frac{h - 10}{10}$$

Simplificando: $\frac{\theta}{10} = h - 10$ $\quad \theta = 10\,h - 100$

Nessa equação, a temperatura θ é medida em °C, enquanto a altura é medida em cm.

2. Em um termômetro de mercúrio, a grandeza termométrica é a altura da coluna. Esta assumiu os valores de 5,0 cm para o ponto do gelo e 25 cm para o ponto do vapor.

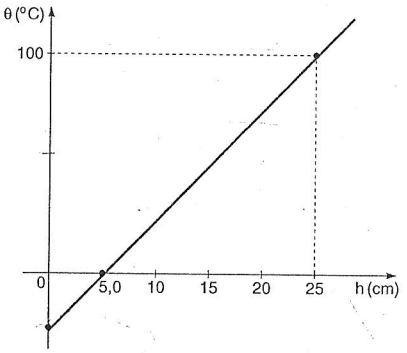
a) Esboce um gráfico da temperatura θ (em °C) em função da altura da coluna de mercúrio, admitindo que a equação termométrica seja do 1º grau.

b) Escreva a equação termométrica.

Resolução:

a) Sendo a equação termométrica do 1º grau, o gráfico será retilíneo. Bastam os dois pontos fixos dados para determiná-la:

θ (°C)	h (cm)
0	5,0
100	25



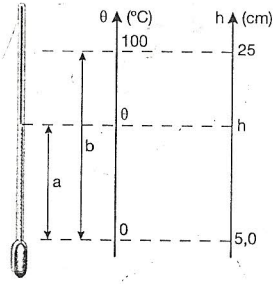
b) Para obter a equação termométrica de uma maneira bem simples, basta fazer a figura abaixo e relacionar segmentos de reta.

Para a escala de temperaturas:

$$\frac{a}{b} = \frac{\theta - 0}{100 - 0} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\theta}{100} \quad \text{(I)}$$

Para a escala de altura:

$$\frac{a}{b} = \frac{h - 5,0}{25 - 5,0} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h - 5,0}{20} \quad \text{(II)}$$



Relacionando as equações (I) e (II), vem:

$$\frac{\theta}{100} = \frac{h - 5,0}{20} \quad \text{ou} \quad \theta = 5h - 25$$

Nessa equação: θ é medido em °C, enquanto h é medido em cm.

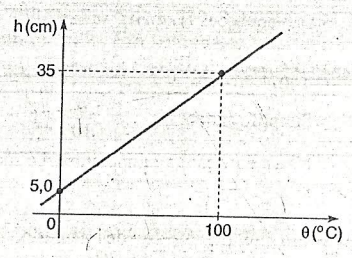
3. Num laboratório encontrou-se um termômetro de *toluol*. A grandeza termométrica é a altura da coluna líquida no interior do capilar. Um estudante, ao aferir o termômetro, encontrou as relações abaixo tabeladas:

	θ (°F)	h (cm)
Ponto do gelo	32	2,0
Ponto do vapor	212	20

a) Escreva uma equação termométrica, da temperatura θ em função da altura h.

b) Determine o valor de h para a temperatura de 122°F.

4. O gráfico relaciona a altura h, da coluna do mercúrio no capilar de um termômetro, em função da temperatura θ.



a) Qual é a altura correspondente ao ponto do gelo? E ao do vapor?
b) Determine a equação termométrica.
c) Qual é a temperatura correspondente a 20 cm de altura da coluna do mercúrio?

5. Em um termômetro clínico a grandeza termométrica é o comprimento C da coluna do mercúrio. Conhecemos as seguintes relações:

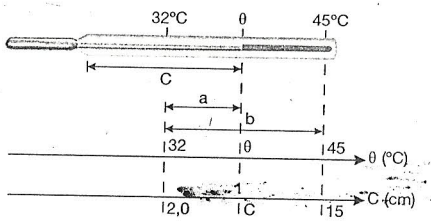
$C_1 = 2{,}0$ cm $\leftrightarrow \theta_1 = 32°C$

$C_2 = 15$ cm $\leftrightarrow \theta_2 = 45°C$

a) Estabeleça uma equação termométrica relacionando o comprimento C da coluna com a temperatura θ.
b) Ao medir a temperatura de uma criança, o comprimento da coluna de mercúrio chegou a 10 cm. Qual era a temperatura da criança?

Resolução:

a) Relacionando os segmentos a e b com as escalas de temperatura e de comprimento, obtemos:



$$\frac{\theta - 32}{45 - 32} = \frac{C - 2{,}0}{15 - 2{,}0}$$

$$\frac{\theta - 32}{13} = \frac{C - 2{,}0}{13}$$

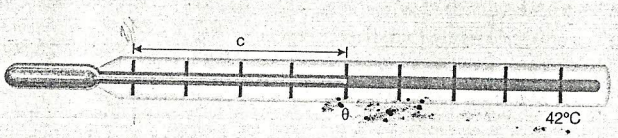
$$\theta - 32 = C - 2{,}0$$

$\theta = C + 30$, com θ em graus Celsius e C em centímetros.

b) Substituamos o comprimento lido na equação anterior. Sendo:

$C = 10$ cm, vem: $\theta = 10 + 30$ $\theta = 40°C$

6. Um termômetro clínico possui um tubo capilar de 8,0 cm de comprimento, para o qual se estabeleceram divisões de 1,0 em 1,0 cm, cada uma correspondendo a uma variação de temperatura de 1,0°C. A máxima temperatura indicada no termômetro é de 42°C.



a) Qual é a menor temperatura que pode ser medida com ele?
b) Escreva uma equação termométrica, da temperatura θ em função do comprimento C.

7. Um termômetro mal construído assinala +1,0°C no ponto do gelo e 99°C no ponto do vapor d'água.

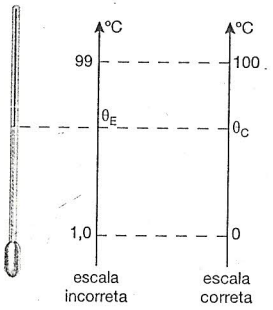
a) Obtenha uma equação de correção para esse termômetro.
b) Qual é o valor correto da temperatura (na escala Celsius), correspondente à leitura de 25,5°C em sua escala?

Resolução:

a) $\frac{\theta_E - 1{,}0}{99 - 1{,}0} = \frac{\theta_C - 0}{100 - 0}$

$\frac{\theta_E - 1{,}0}{98} = \frac{\theta_C}{100}$

ou $\frac{\theta_C}{50} = \frac{\theta_E - 1{,}0}{49}$



b) Quando se lê no termômetro mal construído 25,5°C, significa que $\theta_E = 25{,}5°C$. Procuremos o valor correto θ_C da temperatura:

$\frac{\theta_E - 1{,}0}{98} = \frac{\theta_C}{100}$ $\frac{25{,}5 - 1{,}0}{98} = \frac{\theta_C}{100}$ $\frac{24{,}5}{98} = \frac{\theta_C}{100}$

$98 \cdot \theta_C = 100 \cdot 24{,}5$ $98 \cdot \theta_C = 2\,450$ $\theta_C = 25°C$

8. Um mau fabricante de termômetros construiu um termômetro que apresentava os seguintes erros:

1º) no ponto do gelo indicava +4°C;
2º) no ponto do vapor d'água indicava 96°C.

Determine:
a) uma equação de correção para esse termômetro;
b) a temperatura em que ele indica o valor correto.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

9. (UF-RS) Qual das substâncias da tabela é a mais indicada para substância termométrica em um termômetro cuja escala permita leituras entre −50°C e 50°C?

a) água
b) éter
c) mercúrio
d) álcool
e) parafina

Substância	Ponto de fusão (*)	Ponto de ebulição (*)
água	0	100
éter	−114	34,5
mercúrio	−39	357
álcool	−114	78,3
parafina	60	300

(*) Em °C e à pressão atmosférica normal.

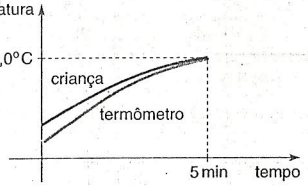
10. (FATEC-SP) Um termômetro de mercúrio foi calibrado de tal modo que a temperatura de 0°C correspondesse a 4 cm de altura da coluna de mercúrio; a temperatura de 100°C correspondesse a 8 cm de altura da coluna de mercúrio. A função termométrica que relaciona a temperatura θ (em °C) e a altura h (em cm) é:

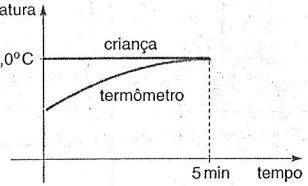
a) $\theta = 25h - 4$
b) $\theta = 100(h - 4)$
c) $\theta = 25(h - 1)$
d) $\theta = 25(h - 4)$
e) $\theta = 4(25 - h)$

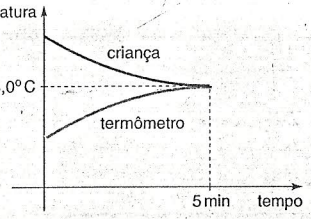
11. (E. E. Mauá-SP) Pode-se medir a temperatura com um termômetro de mercúrio. Neste, a grandeza termométrica é o comprimento ℓ de uma coluna capilar, medida a partir de uma origem comum. Verifica-se que $\ell = 2{,}34$ cm, quando o termômetro está em equilíbrio térmico com o gelo em fusão, e $\ell = 12{,}34$ cm, quando o equilíbrio térmico é com a água em ebulição (num ambiente em que a pressão atmosférica é 1 atm).

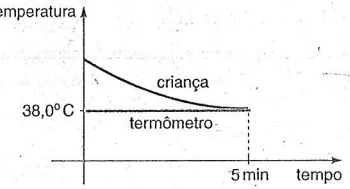
a) Calcule o comprimento da coluna de mercúrio quando a temperatura é $\theta = 25°C$.
b) Calcule a temperatura do ambiente quando $\ell = 8{,}84$ cm.

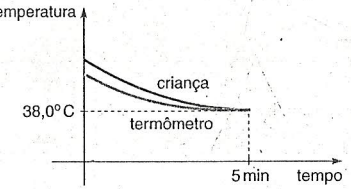
12. (CESGRANRIO-RJ) Uma criança está febril, e a mãe coloca-lhe um termômetro clínico debaixo do braço. Depois de 5 minutos, o termômetro é retirado e marca 38,0°C. Qual das opções abaixo melhor representa os gráficos temperatura × tempo da criança e do termômetro?

a)


b)


c)


d)


e)


13. (EFOA-MG) Por defeito de fabricação, um termômetro graduado na escala Fahrenheit indica para o ponto de gelo 34°F e para o ponto de vapor 209°F. Neste termômetro a única temperatura corretamente medida corresponde a:

a) 40°C
b) 87,5°C
c) 80°C
d) 57°C
e) 50°C

8. CONVERSÃO ENTRE AS ESCALAS RELATIVAS USUAIS

Consideremos que um termômetro de mercúrio esteja graduado nas duas escalas usuais, como mostra a figura 7. Para certo estado térmico, a coluna tem altura h, correspondendo às temperaturas θ_C e θ_F nas escalas Celsius e Fahrenheit, respectivamente. Como se trata de um mesmo termômetro, a relação entre os segmentos a e b definidos sobre a haste do termômetro não depende das unidades em que são medidos.

Assim:

$$\frac{a}{b} = \frac{\theta_C - 0}{100 - 0}$$

e

$$\frac{a}{b} = \frac{\theta_F - 32}{212 - 32}$$

Igualando:

$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_F - 32}{212 - 32}$$

$$\frac{\theta_C}{100} = \frac{\theta_F - 32}{180}$$

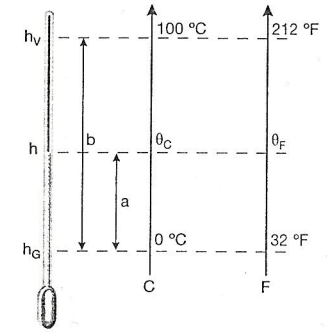


Fig. 7 Correspondência entre as escalas usuais.

Simplificando os denominadores:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

Com essa equação de conversão, tendo-se o valor de θ_C, obtém-se θ_F ou, tendo-se o valor de θ_F, obtém-se θ_C.

Na figura 8 representa-se graficamente a correspondência entre as escalas Fahrenheit e Celsius.

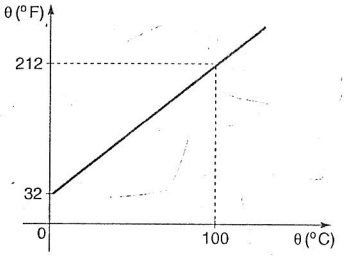


Fig. 8 Representação gráfica da correspondência entre as escalas usuais.

Observações

1ª) *Variações de temperatura nas escalas usuais*

Quando a temperatura sofre uma variação, o valor dessa, lido na escala Celsius ($\Delta\theta_C$), não é igual ao valor lido na escala Fahrenheit ($\Delta\theta_F$). A relação entre $\Delta\theta_C$ e $\Delta\theta_F$ pode ser obtida pela relação entre os segmentos definidos na haste de um termômetro de mercúrio graduado nas duas escalas (Fig. 9):

$$\frac{a}{b} = \frac{\Delta\theta_C}{100 - 0} = \frac{\Delta\theta_C}{100}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\Delta\theta_F}{212 - 32} = \frac{\Delta\theta_F}{180}$$

Igualando:

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180}$$

Simplificando:

$$\frac{\Delta\theta_C}{5} = \frac{\Delta\theta_F}{9}$$

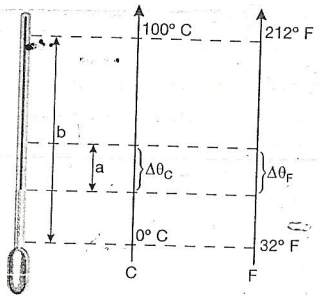


Fig. 9 Variações de temperatura.

Portanto, a cada variação de 5°C na escala Celsius, corresponderá uma variação de 9°F na escala Fahrenheit.

2ª) *Conversão entre outras escalas*

É muito comum, em problemas de Termometria, serem criadas escalas arbitrárias que devem ser comparadas como as escalas usuais ou com outras escalas arbitrárias. Para resolvê-los procedemos como vimos para as escalas Celsius e Fahrenheit, fazendo a relação entre os segmentos definidos na haste do termômetro graduado nas duas escalas em questão.

9. ESCALA ABSOLUTA KELVIN

Teoricamente, não existe nenhum limite superior de temperatura, isto é, não há um estado térmico que possa ser considerado mais quente que todos os demais.

No entanto, é possível demonstrar que existe um limite inferior de temperatura, ou seja, há um estado térmico mais frio que qualquer outro. Como veremos depois, essa situação corresponde à cessação do chamado movimento de agitação térmica de todos os átomos e moléculas do sistema. A esse estado térmico dá-se o nome de *zero absoluto*. Embora seja inatingível na prática, foi possível, através de considerações teóricas, chegar-se à conclusão de que o zero absoluto corresponde, nas escalas relativas usuais, a −273,15°C e −459,67°F.

Embora a criação das escalas absolutas envolva considerações mais complexas de Termodinâmica, nessa altura podemos definir escala absoluta como sendo qualquer escala termométrica que tenha origem no zero absoluto.

A cada escala relativa podemos fazer corresponder uma escala absoluta que possua a mesma unidade. À escala Fahrenheit corresponde a escala Rankine, cujo grau termométrico (°Ra) é igual ao grau Fahrenheit (°F), que não estudaremos por ser de pouca aplicação prática entre nós.

Interessa-nos a escala absoluta Kelvin, que tem origem no zero absoluto (−273°C, aproximadamente) e unidade, denominada *kelvin* (símbolo: K), igual ao grau Celsius.

Apenas para efeito de comparação entre as escalas, consideremos um termômetro hipotético que meça temperaturas desde o zero absoluto, graduado nas escalas Celsius e Kelvin. Assinalamos na figura 10 as correspondências entre as duas escalas para o zero absoluto, para o ponto do gelo e para o ponto do vapor. Observa-se facilmente que, pelo fato de possuírem unidades iguais, uma mesma temperatura será indicada na escala Kelvin por um número que é 273 unidades maior que na escala Celsius. Assim, sendo T a leitura na escala Kelvin e θ_C a leitura na escala Celsius, para a mesma temperatura, temos:

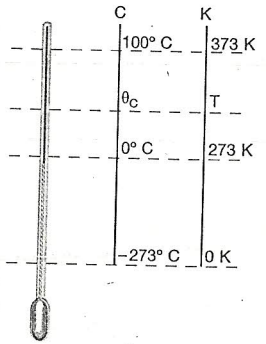


Fig. 10 Comparação das escalas Kelvin e Celsius.

$$T = \theta_C + 273$$

Chegaríamos ao mesmo resultado se relacionássemos nas duas escalas os segmentos definidos sobre a haste do termômetro.

Quanto à variação de temperatura, o seu valor na escala Kelvin (ΔT) é igual ao valor na escala Celsius ($\Delta\theta_C$), tendo em vista que as unidades são iguais:

$$\Delta T = \Delta\theta_C$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

14 Que valor assinalaria um termômetro graduado na escala Fahrenheit num ambiente cuja temperatura é conhecida e igual a 30°C?

Resolução:

A relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit é dada pela equação:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} \qquad \frac{30}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$\frac{6}{1} = \frac{\theta_F - 32}{9} \rightarrow \theta_F - 32 = 9.6 \qquad \theta_F - 32 = 54 \rightarrow \theta_F = 86°F$$

15. O termômetro de um laboratório indica 50°C. Que valor indicaria, nesse mesmo instante, um termômetro graduado na escala Fahrenheit, colocado ao lado do primeiro?

16. Em Sheffield, Inglaterra, um médico toma a temperatura de uma pessoa febril e constata 104°F. Que valor indicaria um termômetro graduado na escala Celsius?

17 Um termômetro graduado na escala Kelvin e outro na Celsius estão mergulhados num mesmo líquido. O segundo assinala 20°C. Quanto indica o primeiro?

Resolução:

Entre as escalas Celsius e Kelvin vale a equação:

$T = \theta_C + 273$

sendo:

T = temperatura na escala Kelvin
θ_C = temperatura na escala Celsius

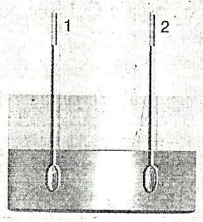
$T = 20 + 273$ $\quad$ $T = 293\ K$

18. Num mesmo ambiente há dois termômetros. Um deles indica 300 K. Que valor indica o outro, graduado na escala Celsius?

19. Observe a figura ao lado. Há dois termômetros: o de número 1 está graduado na escala Celsius e o de número 2 na escala Fahrenheit.

Sabe-se que a temperatura absoluta do líquido é de 333 K.

a) Que valor indica o termômetro número 1?
b) Que valor indica o termômetro número 2?



20. Qual é a temperatura em que a indicação na escala Fahrenheit supera em 48 unidades a da escala Celsius?

Resolução:

Se a indicação da escala Fahrenheit supera a da Celsius em 48 unidades, pode-se escrever:

$\theta_F = \theta_C + 48$ (I)

Por outro lado, a relação entre as duas escalas é:

$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$ (II)

Das equações (I) e (II), vem:

$\frac{\theta_C}{5} = \frac{(\theta_C + 48) - 32}{9}$ $\qquad$ $\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_C + 16}{9}$

$9\theta_C = 5(\theta_C + 16)$ $\qquad$ $9\theta_C = 5\theta_C + 80$

$4\theta_C = 80$ $\qquad$ $\theta_C = 20°C$

O resultado também pode ser dado na escala Fahrenheit:

$\theta_F = \theta_C + 48$ $\qquad$ $\theta_F = 20 + 48$ $\qquad$ $\theta_F = 68°F$

21. Num mesmo líquido foram mergulhados dois termômetros e, após algum tempo, constatou-se que o primeiro, graduado na escala Celsius, apresentava uma indicação de valor dobrado em relação à do segundo, graduado na escala Fahrenheit. Qual é a temperatura do líquido?

Resolução:

Como a indicação na escala Celsius é o dobro da indicação na escala Fahrenheit, temos:

$\theta_C = 2\theta_F$ (I)

Ainda:

$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$ (II)

Substituindo (I) em (II), vem:

$\frac{2\theta_F}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$ $\qquad$ $18\theta_F = 5(\theta_F - 32)$ $\qquad$ $18\theta_F = 5\theta_F - 160$ $\qquad$ $13\theta_F = -160$

$\theta_F = -\frac{160}{13}$ $\qquad$ $\theta_F \cong -12{,}3°F$

Poderíamos, ainda, dar a resposta em graus Celsius:

$\theta_C = 2\theta_F \rightarrow \theta_C \cong 2 \cdot (-12{,}3)$

$\theta_C \cong -24{,}6°C$

22. Em que temperatura a indicação na escala Celsius é a mesma da Fahrenheit?

23. Em que temperatura a indicação da escala Fahrenheit supera em 8 unidades o triplo da indicação da escala Celsius?

24. Para certa temperatura, a indicação na escala Celsius somada com a indicação na escala Fahrenheit vale 172 unidades. Qual é essa temperatura?

25. Um termômetro graduado na escala Fahrenheit sofre uma variação de temperatura de 45°F. Qual a correspondente variação de temperatura para um termômetro graduado na escala Celsius?

Resolução:

A relação entre as variações de temperatura nas escalas Celsius e Fahrenheit é dada pela equação:

$\frac{\Delta\theta_C}{5} = \frac{\Delta\theta_F}{9}$

Portanto, $\frac{\Delta\theta_C}{5} = \frac{45}{9} \rightarrow \Delta\theta_C = 25°C$

26. Um corpo, ao ser aquecido, sofre uma variação de temperatura de 15°C. Qual é a correspondente variação de temperatura na escala Kelvin?

Resolução:

Como as escalas Kelvin e Celsius possuem unidades iguais, concluímos que as variações de temperatura, medidas nessas escalas, são iguais:

$\Delta T = \Delta\theta_C$

Sendo $\Delta\theta_C = 15°C$, resulta $\Delta T = 15\ K$

27. Aquecendo-se certa quantidade de água, observa-se que sua temperatura sofre uma variação de 1,0°C. Qual é a correspondente variação nas escalas:

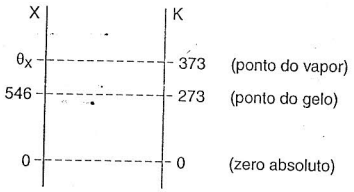
a) Fahrenheit; b) Kelvin.

28. Um cientista fabricou um termômetro cuja escala tinha origem no zero absoluto. No ponto de fusão do gelo ela indicava 546°X. Que valor indicará esse termômetro no ponto do vapor?

Resolução:

$$\frac{\theta_x - 0}{546 - 0} = \frac{373 - 0}{273 - 0}$$

$$\frac{\theta_x}{546} = \frac{373}{273} \rightarrow \theta_x = 746°X$$



29. A escala Kelvin de temperatura tem origem no zero absoluto.

a) Qual é a indicação na escala Celsius correspondente a essa temperatura?

b) Qual é a indicação na escala Fahrenheit correspondente a essa temperatura?

30. Uma escala *X*, com origem no zero absoluto, assinala 200°X no ponto do gelo. Quanto indicará a 546 K?

31. A escala Rankine de temperatura tem origem no zero absoluto, porém usa como unidade o grau Fahrenheit.

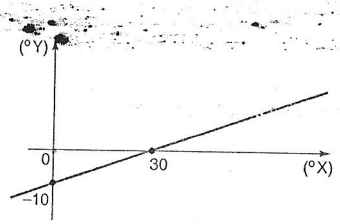
a) Deduza uma equação de conversão entre essa escala e a escala Kelvin.

b) Qual é a indicação nessa escala que corresponde a 500 K?

32. A relação entre duas escalas *X* e *Y* é dada pelo gráfico ao lado.

a) Estabeleça uma equação de conversão entre as escalas *X* e *Y*;

b) Determine o valor na escala *Y* correspondente a 60°X, na escala *X*.

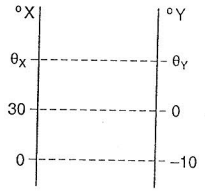


Resolução:

a) $\frac{\theta_x - 0}{30 - 0} = \frac{\theta_y - (-10)}{0 - (-10)}$

$$\frac{\theta_x}{30} = \frac{\theta_y + 10}{10}$$

$$\frac{\theta_x}{3} = \theta_y + 10$$



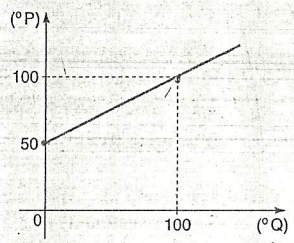
b) Substituindo $\theta_x = 60°X$ na equação de conversão, obtemos o correspondente θ_y:

$$\frac{\theta_x}{3} = \theta_y + 10 \qquad \frac{60}{3} = \theta_y + 10 \rightarrow \theta_y = 10°Y$$

33. Duas escalas, *P* e *Q*, estão relacionadas pelo diagrama ao lado.

a) Determine a equação de conversão entre as duas escalas.

b) Sabendo que no ponto do vapor a escala *P* indica 200°P, qual é a indicação correspondente na escala *Q*?



34. Um termômetro a gás usa como grandeza termométrica a pressão (medida em mmHg), mantendo constante o volume. No ponto do gelo, a pressão do gás correspondente é 600 mmHg. Determine:

a) a equação termométrica, isto é, a equação de conversão entre a pressão (em mmHg) e a temperatura absoluta;

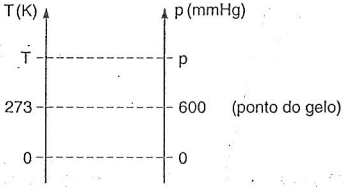
b) a temperatura correspondente a 800 mmHg.

Resolução:

a) Façamos a correspondência entre *p* e *T*. Para tanto, necessitamos de dois pontos fixos. Na temperatura de 0 K (zero absoluto), a pressão do gás é nula (p = 0). Assim, temos:

$$\frac{T - 0}{273 - 0} = \frac{p - 0}{600 - 0}$$

$$\frac{T}{273} = \frac{p}{600}$$



b) Quando a pressão for p = 800 mmHg, teremos:

$$\frac{T}{273} = \frac{800}{600} \qquad T = 364 \text{ K}$$

35. Construiu-se um termômetro a gás de volume constante que indica 300 K para uma pressão do gás de 1 000 mmHg. Determine:

a) a equação termométrica;

b) a temperatura correspondente a 2 000 mmHg;

c) a pressão do gás no ponto do gelo.

36. Em um termômetro a gás, a pressão é mantida constante, enquanto o volume (grandeza termométrica) varia com a temperatura absoluta. Verificaram-se os pontos fixos abaixo:

1º) no ponto do gelo, $V_G = 27{,}3\ cm^3$;

2º) no ponto do vapor, $V_V = 37{,}3\ cm^3$.

a) Escreva a equação termométrica.

b) Determine a temperatura quando o volume do gás for $74{,}6\ cm^3$.

c) Determine o volume quando a temperatura for 100 K.

Sugestão: use a escala Kelvin de temperatura.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

37. (UE-CE) Uma menina chamada Aline vai para o Chile e lhe informam que, nesse país, em janeiro, a temperatura média é de 64,4°F. Na escala Celsius, o valor correspondente é:

a) 15°C b) 16°C c) 17°C d) 18°C

38. (FEI-SP) No verão, os termômetros de Dakar marcaram uma temperatura máxima de $\theta = 95°F$. Qual é esta temperatura na escala Celsius?

39. (ITA-SP) Ao tomar a temperatura de um paciente, um médico só dispunha de um termômetro graduado em graus Fahrenheit. Para se precaver, ele fez antes alguns cálculos e marcou no termômetro a temperatura correspondente a 42°C (temperatura crítica do corpo humano). Em que posição da escala do seu termômetro ele marcou essa temperatura?

a) 106,2 c) 102,6 e) 104,4
b) 107,6 d) 180,0

40. (CESGRANRIO-RJ) A temperatura de ebulição do nitrogênio, sob pressão normal, é 77 K. Na escala Celsius essa temperatura se escreve:

a) −350°C c) 100°C e) −160°C
b) −175°C d) −196°C

41. (CESGRANRIO) Nos laboratórios de Física de baixas temperaturas, é comum o uso de hélio líquido como fluido refrigerante. A temperatura de ebulição normal do hélio é 4,2 K. Como se expressa essa temperatura na escala Celsius?

a) −277°C c) −196°C e) 100°C
b) −269°C d) 42°C

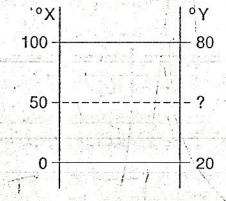
42. (Mackenzie-SP) Um turista brasileiro sente-se mal durante a viagem e é levado inconsciente a um hospital. Após recuperar os sentidos, sem saber em que local estava, foi informado de que a temperatura de seu corpo atingira 104 graus, mas que já "caíra" 5,4 graus. Passado o susto, percebeu que a escala termométrica utilizada era a Fahrenheit. Desta forma, na escala Celsius, a queda de temperatura de seu corpo foi de:

a) 1,8°C c) 5,4°C e) 10,8°C
b) 3,0°C d) 6,0°C

43. (FIC Brasília-DF) Quando um termômetro graduado na escala Celsius sofrer uma variação de 32 graus em sua temperatura, qual será a correspondente variação de temperatura para um termômetro graduado na escala Kelvin? 32 K

44. (Fund. Carlos Chagas-SP) Duas escalas termométricas lineares estão representadas na figura ao lado. Uma em °X e outra em °Y. Onde a escala *X* marca 100°X, a escala *Y* marca 80°Y; e onde a escala *X* marca 0°X, a escala *Y* marca 20°Y. Quando a escala *X* marca 50°X, quantos °Y marca a escala *Y*?

a) 30 b) 40 c) 50 d) 60 e) 70



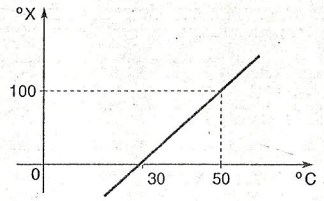
45. (UFLA-MG) Manoel criou uma escala termométrica atribuindo os valores −20°M e 30°M aos pontos do gelo e do vapor d'água, respectivamente. Na escala de Manoel, a temperatura de 50°C corresponde a:

a) 50°M b) 5°M c) 15°M d) 45°M e) −5°M

46. (UF-RS) Um termômetro foi graduado segundo uma escala arbitrária *X* de tal modo que correspondam 20°X e 70°X a 0°C e 100°C, respectivamente. A temperatura de 50°C corresponde a:

a) 35°X b) 40°X c) 45°X d) 50°X e) 55°X

47. (U. E. Londrina-PR) Uma escala de temperatura arbitrária *X* está relacionada com a escala Celsius, conforme o gráfico abaixo.



As temperaturas de fusão do gelo e ebulição da água, sob pressão normal, na escala *X* são, respectivamente,

a) − 60 e 250 d) −160 e 400
b) −100 e 200 e) −200 e 300
c) −150 e 350

48. (CESGRANRIO-RJ) Utiliza-se como termômetro um recipiente cujo volume é constante e que contém um gás cuja pressão é medida nas seguintes situações:

	Pressão do gás
I) Com o recipiente em equilíbrio térmico com uma mistura de água e gelo (também em equilíbrio térmico)	300 mmHg
II) Com o recipiente em equilíbrio térmico com vapor de água em ebulição (sob pressão normal)	420 mmHg
III) Com o recipiente em equilíbrio térmico com óleo aquecido	480 mmHg

Na escala Celsius desse termômetro a temperatura do óleo é:

a) 60°C b) 100°C c) 120°C d) 150°C e) 180°C

49. (UF-BA) Dois termômetros, *Z* e *W*, marcam, nos pontos de fusão do gelo e de ebulição da água, os seguintes valores:

termômetro ⇒	fusão do gelo	ebulição da água
Z	4,0	28,0
W	2,0	66,0

As escalas apresentam a mesma leitura a:

a) −10,0 b) −6,0 c) 2,4 d) 5,2 e) 6,9

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

50. (CESUPA-PA) Um termômetro graduado numa escala arbitrária X assinala 80°X e 20°X quando um outro termômetro, também graduado numa outra escala arbitrária Y, registra 30°Y e 10°Y, respectivamente. Nestas condições, pode-se afirmar que:

a) estas escalas nunca registrarão um mesmo valor.
b) a unidade de medida da escala X é menor do que a unidade de medida da escala Y.
c) a unidade de medida da escala X é o triplo da unidade de medida da escala Y.
d) qualquer indicação da escala Y será sempre igual à metade do valor assinalado pela escala X.
e) a temperatura de fusão do gelo é 0°Y ou −10°X.

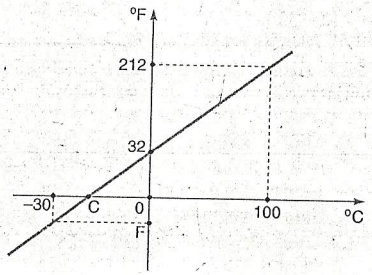
51. (Mackenzie-SP) Em dois termômetros distintos, a escala termométrica utilizada é a Celsius, porém um deles está com defeito. Enquanto o termômetro A assinala 74°C, o termômetro B assinala 70°C e quando o termômetro A assinala 22°C, o B assinala 20°C. Apesar disso, ambos possuem uma temperatura em que o valor medido é idêntico. Este valor corresponde, na escala Kelvin, a:

a) 293 K b) 273 K c) 253 K d) 243 K e) 223 K

52. (PUCC-SP) Dois termômetros, um Celsius correto e um Fahrenheit incorreto, são colocados dentro de um mesmo líquido. Se o termômetro Celsius acusar 40°C e o Fahrenheit 109,2°F, o erro percentual cometido na medida pelo termômetro Fahrenheit será de:

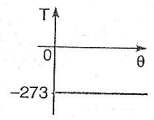
a) 5,0% b) 5,2% c) 8,4% d) 72% e) 104%

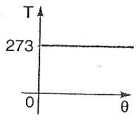
53. (EFOCB) O gráfico ao lado mostra a correspondência entre as escalas Celsius e Fahrenheit. Os valores de C e F são, nesta ordem:

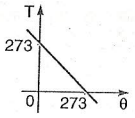


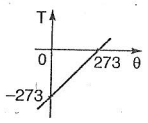
a) −17,78°C; −86°F
b) −22°C; −17,78°F
c) −86°C; −17,78°F
d) −17,78°C; −22°F
e) −86°C; −22°F

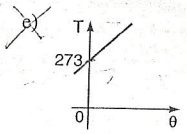
54. (CESGRANRIO-RJ) Qual dos seguintes gráficos representa a relação correta entre a temperatura Kelvin T e a temperatura Celsius θ?

a)


b)


c)


d)


e)


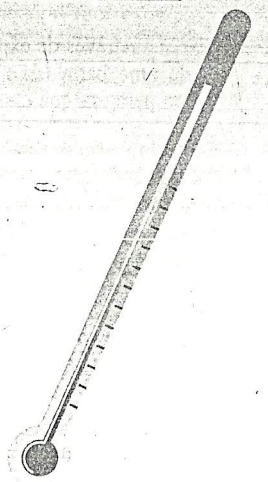
−273°C = 0 K
0°C = 273 K

55. Um termômetro de mercúrio é graduado nas escalas Celsius e Fahrenheit. A distância entre duas marcas consecutivas (10 e 11, por exemplo) na graduação de Fahrenheit é 1 mm. A distância entre duas marcas consecutivas na graduação Celsius é de, em mm:

a) 0,55 b) 0,90 c) 1,50 d) 1,80 e) 2

CAPÍTULO 3

DILATAÇÃO TÉRMICA DOS SÓLIDOS



1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Quando um corpo sólido é aquecido, suas dimensões geralmente aumentam em virtude de suas moléculas ou átomos afastarem-se uns dos outros, como conseqüência da maior agitação térmica. Muitos fatos de observação comum indicam a ocorrência desse fenômeno: a maior dificuldade de se abrir um portão num dia muito quente, a estratégia de se aquecer o gargalo de uma garrafa para a retirada da rolha, etc.

Em muitas situações, torna-se necessário compensar os efeitos da dilatação. Assim, quando se faz um cimentado, as placas de concreto devem ser separadas por ripas de madeira ou de plástico (juntas de dilatação), que sendo compressíveis "absorvem" a dilatação. Do mesmo modo, em estradas de ferro é necessário que as barras de trilho fiquem separadas por um espaço para permitir a dilatação. Nas grandes obras da construção civil, a dilatação térmica não pode ser negligenciada. Cálculos muito exatos têm de ser feitos levando em conta esse fenômeno, havendo comumente a necessidade de dispositivos especiais que permitam a livre expansão dos materiais, sem a qual toda a estrutura poderia ficar prejudicada, até mesmo com riscos de rachaduras, quebras e desabamentos.

O estudo da dilatação térmica dos sólidos é experimental. Para facilitar esse estudo, costuma-se dividir a dilatação dos sólidos em três tipos, conforme o número de dimensões que são analisadas. Quando se analisa uma única dimensão, estamos estudando a dilatação linear. Para duas dimensões, temos a dilatação superficial e, para as três dimensões, a dilatação volumétrica ou cúbica.

2. DILATAÇÃO LINEAR DOS SÓLIDOS

Através de experiências é possível verificar que a variação do comprimento de uma barra (ΔL) depende do seu comprimento inicial (L_i) e da variação de temperatura que ela sofre ($\Delta\theta$).

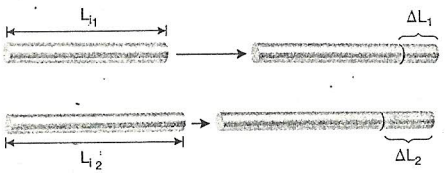


Fig. 1 Sendo $L_{i_2} > L_{i_1}$, $\Delta L_1 > \Delta L_2$ para o mesmo $\Delta\theta$.

Consideremos duas barras de metal, feitas de um mesmo material, que apresentam, numa temperatura inicial θ_i, comprimentos iniciais diferentes L_{i_1} e L_{i_2}. Verificamos que, sofrendo ambas a mesma variação de temperatura $\Delta\theta$, dilata-se mais a barra que possui maior comprimento inicial, isto é, sendo $L_{i_2} > L_{i_1}$, temos que $\Delta L_2 > \Delta L_1$ (Fig. 1). Com boa aproximação, para intervalos de temperatura não muito grandes, verificamos ser possível estabelecer que a variação de comprimento ΔL é, nas condições da experiência, diretamente proporcional ao comprimento inicial L_i. Chamando de K_1 a constante de proporcionalidade, podemos então escrever:

$$\Delta L = K_1 \cdot L_i \qquad (I)$$

Consideremos em seguida duas barras do mesmo metal que apresentam o mesmo comprimento inicial L_i na temperatura inicial θ_i. Sofrendo variações de temperatura diferentes, verificamos que se dilata mais a barra submetida a maior variação de temperatura. Na figura 2, sendo $\Delta\theta_2 > \Delta\theta_1$, tivemos $\Delta L_2 > \Delta L_1$. Podemos estabelecer, dentro de certos limites, que a variação de comprimento ΔL é, nas condições da experiência, diretamente proporcional à variação de temperatura $\Delta\theta$. Chamando de K_2 a constante de proporcionalidade, podemos escrever:

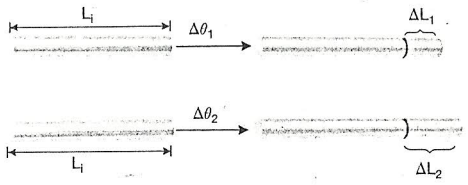


Fig. 2 Sendo $\Delta\theta_2 > \Delta\theta_1$, $\Delta L_2 > \Delta L_1$ para o mesmo L_i.

$$\Delta L = K_2 \cdot \Delta\theta \qquad (II)$$

Analisando as equações (I) e (II), podemos estabelecer que, para um mesmo material, a variação de comprimento ΔL da barra, quando ela se dilata, é diretamente proporcional ao produto do comprimento inicial L_i pela variação de temperatura $\Delta\theta$, valendo escrever:

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta\theta$$

A constante de proporcionalidade α que comparece nessa equação, que traduz a lei da dilatação linear, é denominada *coeficiente de dilatação linear* do material.

Analisemos o significado físico desse coeficiente isolando-o na equação anterior:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_i \Delta\theta}$$

PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

Se considerarmos que o comprimento da barra inicialmente é unitário (por exemplo, $L_i = 1$ m) e que a variação de temperatura é unitária (por exemplo, $\Delta\theta = 1°C$), teremos:

$$\alpha \overset{N}{=} \Delta L$$

Assim, é válido dizer que o coeficiente de dilatação linear de uma substância sólida é numericamente igual à variação do comprimento sofrida por uma barra dessa substância por unidade de comprimento, quando sua temperatura varia de um grau de temperatura.

Exemplificando, o estanho tem um coeficiente de dilatação linear igual a 0,00002 m/m · °C. Isso significa que uma barra de estanho sofre uma dilatação de 0,00002 m para cada 1 m de comprimento inicial e para cada 1°C de variação na temperatura. O valor acima geralmente é escrito $\alpha = 0{,}00002°C^{-1}$ ou $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, sendo a unidade $°C^{-1}$ ou 1/°C denominada grau Celsius recíproco.

É importante salientar que não sendo a proporcionalidade acima referida muito rigorosa, mas apenas aproximada, o valor do coeficiente de dilatação linear para cada substância depende das temperaturas entre as quais está ocorrendo a variação. Assim, o valor do coeficiente para uma variação $\Delta\theta = 10°C$ pode ser diferente se essa ocorre de 20°C a 30°C ou se ocorre de 110°C a 120°C. Nos exercícios seguintes, não levaremos em conta este fato, admitindo que o resultado obtido ou o dado fornecido para α equivale a um valor médio correspondente ao intervalo de temperatura em questão.

Cálculo do comprimento final

Podemos escrever uma equação para a dilatação que fornece o comprimento final da barra em função do comprimento inicial e da variação de temperatura. Na figura 3 representamos uma barra de comprimento inicial L_i que, ao sofrer a variação de temperatura $\Delta\theta$, passa a apresentar o comprimento final L_f. A variação de comprimento corresponde à diferença $\Delta L = L_f - L_i$. Como $\Delta L = \alpha L_i \Delta\theta$, como vimos anteriormente, vem:

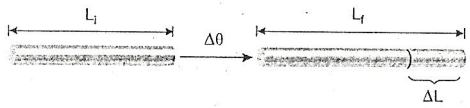


Fig. 3 A variação de comprimento é $\Delta L = L_f - L_i$.

$$L_f - L_i = \alpha L_i \Delta\theta$$

Daí:

$$L_f = L_i + \alpha L_i \Delta\theta \qquad L_f = L_i(1 + \alpha\Delta\theta)$$

O termo adimensional $(1 + \alpha\Delta\theta)$ constitui o binômio de dilatação linear do material para a variação de temperatura $\Delta\theta$.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Uma barra de ferro tem a 0°C um comprimento igual a 100,00 cm. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do ferro é $1,2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, determine, quando a barra for aquecida até 100°C:

a) a variação de comprimento sofrida pela barra;
b) o comprimento final da barra.

Resolução:

a) De $\Delta L = \alpha \cdot L_i \cdot \Delta\theta$ e sendo $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, $L_i = 100,00$ cm e $\Delta\theta = 100°C - 0°C = 100°C$, vem:

$$\Delta L = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 100,00 \cdot 100$$

$$\Delta L = 0,12 \text{ cm}$$

b) Sendo $\Delta L = L_f - L_i$, temos:

$$L_f = L_i + \Delta L$$
$$L_f = 100,00 + 0,12$$
$$L_f = 100,12 \text{ cm}$$

2. Constrói-se uma barra com uma liga metálica de coeficiente de dilatação linear $1,5 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e de comprimento 200,00 cm a 20°C. A barra é aquecida uniformemente até a temperatura de 220°C. Determine:

a) a variação de comprimento sofrida pela barra;
b) o comprimento da barra a 220°C.

3. Um fio metálico, ao ser aquecido de 100°C, sofre uma variação de comprimento de 0,24 m. Sendo o comprimento inicial do fio 200,00 m, determine o coeficiente de dilatação linear do material que o constitui.

Resolução:

De $\Delta L = \alpha \cdot L_i \cdot \Delta\theta$, sendo $\Delta L = 0,24$ m, $\Delta\theta = 100°C$ e $L_i = 200,00$ m, vem:

$$0,24 = \alpha \cdot 200,00 \cdot 100$$

$$\alpha = \frac{0,24}{200,00 \cdot 100} \qquad \alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

4. Uma barra homogênea, ao ser aquecida de 0°C a 150°C, tem seu comprimento variando de 2,00 m a 2,03 m. Determine o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a barra.

5. Duas barras, uma de zinco e outra de ferro, apresentam a 0°C comprimentos 110,0 cm e 110,2 cm, respectivamente. Determine a que temperatura devem ser aquecidas, para que fiquem com comprimentos iguais. Os coeficientes de dilatação linear do ferro e do zinco são, respectivamente, $1,2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $2,7 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

Resolução:

Os comprimentos finais das barras são dados por:

barra de zinco: $L_{f_{Zn}} = L_{i_{Zn}} (1 + \alpha_{Zn} \cdot \Delta\theta)$

barra de ferro: $L_{f_{Fe}} = L_{i_{Fe}} (1 + \alpha_{Fe} \cdot \Delta\theta)$

Devemos ter:

$$L_{f_{Zn}} = L_{f_{Fe}}$$
$$L_{i_{Zn}} (1 + \alpha_{Zn} \cdot \Delta\theta) = L_{i_{Fe}} (1 + \alpha_{Fe} \cdot \Delta\theta)$$

Sendo $L_{i_{Zn}} = 110,0$ cm, $\alpha_{Zn} = 2,7 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, $L_{i_{Fe}} = 110,2$ cm e $\alpha_{Fe} = 1,2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, vem:

$$110,0 (1 + 2,7 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta) = 110,2 (1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta)$$
$$110,0 + 297 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta = 110,2 + 132,24 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta$$
$$164,76 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta = 0,2$$
$$\Delta\theta \cong 121,4°C$$

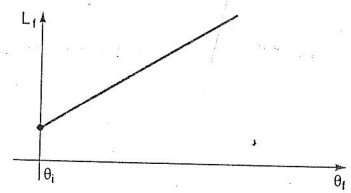
Sendo $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ com $\theta_i = 0°C$, resulta: $\theta_f \cong 121,4°C$

6. Duas barras, uma de cobre e outra de alumínio, apresentam a 0°C mesmo comprimento. Quando aquecidas a 100°C, seus comprimentos diferem de 2,0 mm. Determine os comprimentos das barras a 0°C.

Dados: $\alpha_{Cu} = 1,8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$; $\alpha_{Al} = 2,2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

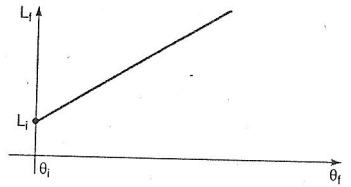
7. Têm-se duas barras retilíneas, uma de cobre e outra de zinco. A 0°C a diferença dos comprimentos das duas barras mede 10 cm. A 200°C essa diferença torna-se igual a 10,10 cm. Os coeficientes de dilatação linear do cobre e do zinco são, respectivamente, $1,8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $2,9 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Calcule os comprimentos das barras a 0°C, considerando que a de zinco é maior.

8. Numa experiência, uma barra de comprimento inicial L_i, a uma temperatura θ_i, é levada a temperaturas sucessivamente maiores, anotando-se para cada temperatura θ_f o correspondente comprimento L_f. Num diagrama $L_f \times \theta_f$, obteve-se o gráfico indicado ao lado. O que representam o coeficiente linear e o coeficiente angular da reta?



Resolução:

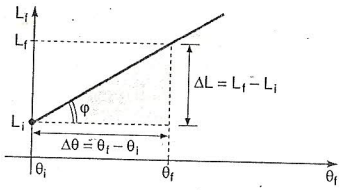
O coeficiente linear é a ordenada do ponto onde a reta corta o eixo das ordenadas. Desse modo, o coeficiente linear representa o comprimento inicial da barra L_i. O coeficiente angular é a tangente do ângulo que a reta faz com o eixo das abscissas:



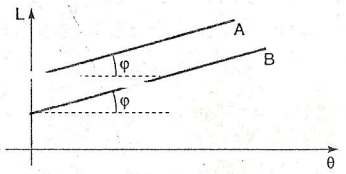
$$\text{tg } \varphi = \frac{\Delta L}{\Delta\theta}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{\alpha \cdot L_i \Delta\theta}{\Delta\theta}$$

$$\text{tg } \varphi = \alpha \cdot L_i$$



9. O gráfico ao lado representa a variação dos comprimentos, em função da temperatura, de duas barras metálicas *A* e *B*. Qual delas apresenta maior coeficiente de dilatação linear?



A barra B, pois possui o menor L_0 e $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\Delta L}{L_0}$.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

10. (UFLA-MG) Uma barra de ferro, homogênea, é aquecida de 10°C até 60°C. Sabendo-se que a barra a 10°C tem um comprimento igual a 5,000 m e que o coeficiente da dilatação linear do ferro é igual a $1{,}2 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$, podemos afirmar que a variação de comprimento e o comprimento final da barra eram, respectivamente:

a) 5×10^{-3} m; 5,005 m
b) 2×10^{-3} m; 5,002 m
c) 4×10^{-3} m; 5,004 m
d) 3×10^{-3} m; 5,003 m
e) 6×10^{-3} m; 5,006 m

11. (UF-RS) A que temperatura deve encontrar-se uma trena de aço ($\alpha \cong 10^{-5}\ °C^{-1}$) para que seu comprimento seja 0,5 mm maior do que o comprimento de 2 000,0 mm que ela possui à temperatura de 0°C?

a) 10°C b) 25°C c) 50°C d) 100°C e) 250°C

12. (EFOA-MG) Um estudante verifica que um trilho de aço que a 25°C mede 30 m está, num dia de muito sol, com um comprimento de 30,0036 m. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do aço é $12 \times 10^{-6}\ °C^{-1}$, o estudante afirma que a temperatura do trilho neste dia é:

a) 45°C b) 40° C c) 35° C d) 33° C e) 31° C

13. (U. E. Ponta Grossa-PR) Uma barra de determinada substância é aquecida a 20°C para 220°C. Seu comprimento à temperatura de 20°C é de 5,000 cm, e à temperatura de 220°C é de 5,002 cm. No intervalo de temperatura considerado, seu coeficiente de dilatação linear será:

a) $2{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
b) $4{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
c) $3{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
d) $6{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
e) $7{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

14. (FEI-SP) Entre dois trilhos consecutivos de uma via férrea deixa-se um espaço apenas suficiente para facultar livremente a dilatação térmica dos trilhos até a temperatura de 50°C. O coeficiente de dilatação térmica dos trilhos é $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Cada trilho mede 20 m a 20°C. Qual o espaço entre dois trilhos consecutivos nessa temperatura?

15. (Mackenzie-SP) São dadas duas barras, *A* e *B*, à mesma temperatura, com coeficientes de dilatação linear α_A e α_B (supostos constantes), respectivamente. Sendo L_A e L_B seus comprimentos a essa temperatura e $\alpha_A > \alpha_B$, para que a diferença entre os seus comprimentos independa da temperatura devemos ter:

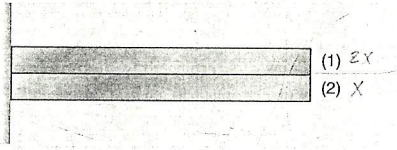
a) $\frac{L_A}{L_B} = \frac{\alpha_B}{\alpha_A}$, com $L_A > L_B$
b) $\frac{L_A}{L_B} = \frac{\alpha_B}{\alpha_A}$, com $L_A < L_B$
c) $\frac{L_A}{L_B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B}$, com $L_A < L_B$
d) $\frac{\Delta L_A}{L_A} = \frac{\Delta L_B}{L_B}$, com $L_A > L_B$
e) $L_A - L_B = \frac{L_A \cdot \alpha_B}{L_B \cdot \alpha_A}$

16. (PUC-SP) Têm-se duas barras metálicas homogêneas, cujos coeficientes de dilatação linear valem $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $24 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. A barra de menor coeficiente de dilatação mede 2,00 m de comprimento a 20°C e a outra tem 1 cm a mais nessa mesma temperatura. A diferença entre seus comprimentos será duplicada para um acréscimo de temperatura de:

a) 206°C b) 412°C c) 1 224°C d) 4 000°C e) 83 333°C

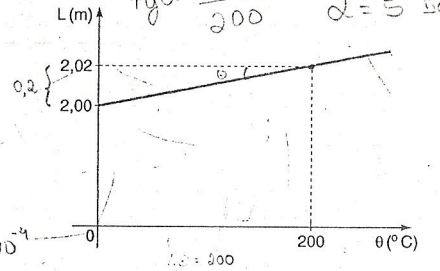
17. (UF-BA) Duas lâminas, uma de aço e outra de bronze, têm comprimentos de 20 cm a uma temperatura de 15°C. Sabendo que os coeficientes de dilatação valem, respectivamente, $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $18 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule a diferença de comprimento, quando as lâminas atingirem uma temperatura de −5°C.

18. (EFOA-MG) Na figura está representada uma lâmina bimetálica. O coeficiente de dilatação do metal da parte superior (1) é o dobro do coeficiente do metal da parte inferior (2). À temperatura ambiente, a lâmina é horizontal. Se a temperatura for aumentada de 150°C, a lâmina:



a) continuará horizontal.
b) curvará para baixo.
c) curvará para cima.
d) curvará para a direita.
e) curvará para a esquerda.

19. (U. F. Viçosa-MG) A figura representa a variação do comprimento de uma determinada barra homogênea. O valor do coeficiente de dilatação linear do material de que é constituída a barra é:



a) $5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$
b) $1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$
c) $5 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
d) $1 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$
e) $5 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{0{,}2}{200} = 0{,}001 = 2 \cdot 2''$, $\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$

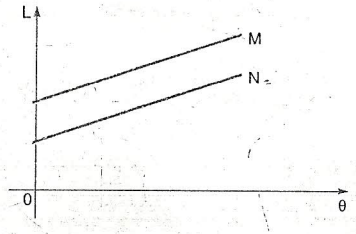
$\operatorname{tg}\theta = \alpha \cdot L_0$

$0{,}001 = \alpha \cdot 2$

$\alpha = 0{,}0005 = 5 \cdot 10^{-4}$

$L_0 = 200$

20. (F. E. Edson Queiroz-CE) O gráfico ao lado representa a variação dos comprimentos, em função da temperatura, de duas barras metálicas *M* e *N*.



Podemos afirmar que:

a) os coeficientes de dilatação das barras *M* e *N* são iguais.
b) a barra *M* tem maior coeficiente de dilatação do que a barra *N*.
c) o coeficiente de dilatação da barra *M* é menor do que o da barra *N*.
d) as barras *M* e *N* têm sempre o mesmo comprimento.

21. (U. F. Uberlândia-MG) O gráfico a seguir ilustra 3 barras metálicas, *A*, *B* e *C*, de materiais diferentes, que se encontram inicialmente a 0°C, sendo, nesta temperatura, seus comprimentos iguais. Seus coeficientes médios de dilatação linear são, respectivamente, α_A, α_B e α_C.

Podemos afirmar que:

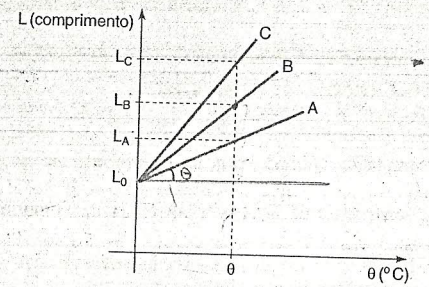
a) $\alpha_A = \alpha_C$

b) $\frac{\alpha_C}{\alpha_A} = \frac{L_A}{L_C}$

c) $\alpha_B = \frac{L_B}{\theta L_A}$

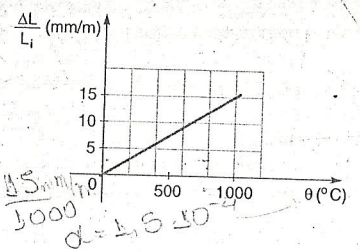
d) $\alpha_C > \alpha_A$

e) $\alpha_C = \frac{\alpha_B L_0}{L_B}$



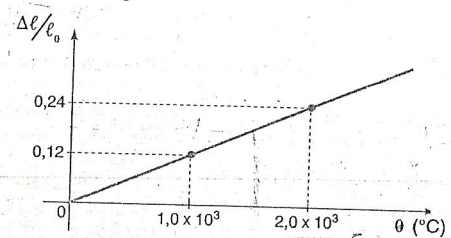
22. (UF-RS) O gráfico mostra o acréscimo relativo no comprimento de uma barra metálica uniforme, à medida que sua temperatura aumenta. Em unidades MKS, o coeficiente de dilatação linear do metal é numericamente igual a:

a) $1,5 \cdot 10^{4}$
b) $1,5 \cdot 10^{-2}$
c) $1,5 \cdot 10^{-4}$
d) $1,5 \cdot 10^{-5}$
e) $1,5 \cdot 10^{-7}$



23. (UF-BA) Uma barra tem 100,0 cm de comprimento a 0°C. Quando aquecida, a razão entre o acréscimo de seu comprimento e o comprimento inicial varia com a temperatura de acordo com o gráfico ao lado. Quando a temperatura atingir 1 500°C, o comprimento da barra será igual a:

a) 101,8 cm
b) 103,6 cm
c) 116,0 cm
d) 118,0 cm
e) 136,0 cm



3. DILATAÇÃO SUPERFICIAL DOS SÓLIDOS

Podemos analisar a variação da área de uma superfície, quando varia a temperatura, considerando a dilatação de cada uma das dimensões lineares.

Consideremos uma placa metálica retangular de lados x_i e y_i, com área A_i, na temperatura inicial θ_i. Variando a temperatura para θ_f, os lados passam a apresentar valores x_f e y_f e a área passa para A_f (Fig. 4).

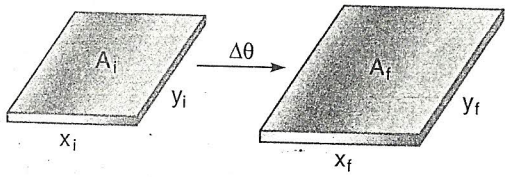


Fig. 4 A variação da área da placa é $\Delta A = A_f - A_i$.

Aplicando a lei da dilatação linear para cada uma das dimensões x e y, podemos escrever:

$$x_f = x_i (1 + \alpha\Delta\theta)$$
$$y_f = y_i (1 + \alpha\Delta\theta)$$

Multiplicando membro a membro essas equações, obtemos:

$$x_f y_f = x_i y_i (1 + \alpha\Delta\theta)^2$$

Mas o produto $x_f y_f = A_f$ é a área final da placa, e o produto $x_i y_i = A_i$ é a área inicial. Assim:

$$A_f = A_i (1 + \alpha\Delta\theta)^2 \qquad \text{(I)}$$

Desenvolvendo o quadrado $(1 + \alpha\Delta\theta)^2$, vem:

$$(1 + \alpha\Delta\theta)^2 = 1 + 2\,\alpha\Delta\theta + \alpha^2\,(\Delta\theta)^2$$

O termo $\alpha^2\,(\Delta\theta)^2$ é muito pequeno comparado com os outros termos e por isso pode ser desprezado. Assim, temos:

$$(1 + \alpha\Delta\theta)^2 = 1 + 2\alpha\Delta\theta$$

Substituindo em (I), vem:

$$A_f = A_i (1 + 2\alpha\Delta\theta) \qquad \text{(II)}$$

Na equação (II), o termo 2α é indicado por β, sendo denominado *coeficiente de dilatação superficial* do material de que é feita a placa. Então, vale escrever:

$$A_f = A_i (1 + \beta\Delta\theta) \qquad \text{onde} \qquad \beta = 2\alpha$$

O termo adimensional $(1 + \beta\Delta\theta)$ constitui o binômio de dilatação superficial do material para a variação de temperatura $\Delta\theta$.

Desenvolvendo a equação anterior, vem:

$$A_f = A_i + \beta A_i \Delta\theta \qquad A_f - A_i = \beta A_i \Delta\theta$$

A diferença $A_f - A_i = \Delta A$ é a variação de área sofrida pela placa quando a temperatura varia. Assim:

$$\Delta A = \beta A_i \Delta\theta$$

Portanto, a lei da dilatação superficial estabelece que a variação da área de uma superfície (ΔA) é diretamente proporcional à área inicial (A_i) e à variação de temperatura ocorrida ($\Delta\theta$).

O coeficiente de dilatação superficial β, sendo o dobro do linear, tem a mesma unidade (recíproco da unidade de temperatura: $°C^{-1}$, $°F^{-1}$, K^{-1}). Valem ainda as considerações de que nos exercícios o resultado obtido ou o dado fornecido para β equivale a um valor médio correspondente ao intervalo de temperatura em questão.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

24. Uma chapa metálica quadrada tem lado 50 cm a 10°C. Qual a área da superfície da chapa a 50°C? O coeficiente de dilatação linear do material que constitui a chapa é $1,8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

Resolução:

A área da chapa a 10°C é dada por:

$A_i = L_i^2$

$A_i = (50)^2$

$A_i = 2\,500\ cm^2$

Sendo $\beta = 2\alpha = 2 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1} = 3{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, temos:

$A_f = A_i\ (1 + \beta\Delta\theta)$

$A_f = 2\,500\ [1 + 3{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot (50 - 10)]$

$A_f = 2\,503{,}6\ cm$

25. Uma chapa metálica retangular, de lados 40 cm e 50 cm, sofre um aumento de área de 4,8 cm^2 quando é aquecida de 80°C. Determine o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a chapa.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

26. (FCMSC-SP) O coeficiente de dilatação linear de uma determinada substância é igual a *X*. Entre os valores seguintes, o que mais se aproxima do valor do coeficiente de dilatação superficial dessa substância é:

a) X/4
b) X/2
c) X
d) 2X
e) 4X

27. (UNISA-SP) Uma chapa metálica sofre um aumento de área de 0,06% ao ser aquecida de 100°C. O coeficiente de dilatação linear desse material, em $°C^{-1}$, é:

a) $6 \cdot 10^{-4}$
b) $6 \cdot 10^{-6}$
c) $3 \cdot 10^{-4}$
d) $3 \cdot 10^{-6}$
e) $1 \cdot 10^{-4}$

28. (Mackenzie-SP) Uma chapa plana de uma liga metálica de coeficiente de dilatação linear $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ tem área A_0 à temperatura de 20°C. Para que a área dessa placa aumente 1%, devemos elevar a sua temperatura para:

a) 520°C
b) 470°C
c) 320°C
d) 270°C
e) 170°C

29. Uma placa de zinco de forma retangular tem 50 cm de comprimento e 40 cm de largura à temperatura de 10°C. Quando a placa é aquecida a 110°C, a sua largura sofre um aumento de 0,10 cm. Determine:

a) o coeficiente de dilatação linear do zinco;
b) o aumento de área da placa devido ao aquecimento.

4. DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA OU CÚBICA DOS SÓLIDOS

A variação do volume de um corpo sólido também é analisada a partir da dilatação de cada uma das dimensões lineares do corpo.

Assim, consideremos um paralelepípedo de uma dada substância, cujos lados na temperatura inicial θ_i são x_i, y_i e z_i e cujo volume é V_i. Ao variar a temperatura para θ_f, os lados passam para x_f, y_f e z_f e o volume para V_f (Fig. 5).

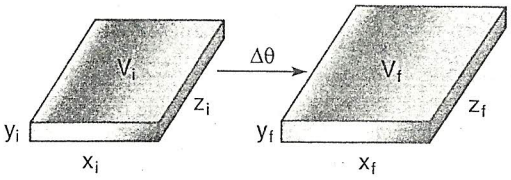


Fig. 5 A variação do volume do corpo é $\Delta V = V_f - V_i$.

Aplicando a lei da dilatação linear a cada uma das dimensões, obtemos:

$x_f = x_i\ (1 + \alpha\Delta\theta)$

$y_f = y_i\ (1 + \alpha\Delta\theta)$

$z_f = z_i\ (1 + \alpha\Delta\theta)$

Multiplicando membro a membro essas equações, vem:

$x_f y_f z_f = x_i y_i z_i\ (1 + \alpha\Delta\theta)^3$

Mas o produto $x_f y_f z_f = V_f$ é o volume final do corpo, e $x_i y_i z_i = V_i$ é seu volume inicial. Assim:

$V_f = V_i\ (1 + \alpha\Delta\theta)^3$ (I)

Desenvolvendo o cubo $(1 + \alpha\Delta\theta)^3$, vem:

$(1 + \alpha\Delta\theta)^3 = 1 + 3\alpha\Delta\theta + 3\alpha^2\Delta\theta^2 + \alpha^3\Delta\theta^3$

Em vista de os termos $3\alpha^2\Delta\theta^2$ e $\alpha^3\Delta\theta^3$ serem muito pequenos comparados aos outros termos, eles podem ser desprezados, escrevendo-se com boa aproximação:

$(1 + \alpha\Delta\theta)^3 = 1 + 3\alpha\Delta\theta$

Substituindo em (I):

$V_f = V_i\ (1 + 3\alpha\Delta\theta)$ (II)

Chamamos *coeficiente de dilatação cúbica* ou *volumétrica* do material do corpo o termo 3α, indicando-o por γ. Assim, a equação (II) se torna:

$$V_f = V_i\ (1 + \gamma\Delta\theta) \quad \text{onde} \quad \gamma = 3\alpha$$

O termo adimensional $(1 + \gamma\Delta\theta)$ constitui o binômio de dilatação volumétrica ou cúbica do material para a variação de temperatura $\Delta\theta$.

Desenvolvendo a equação anterior, vem:

$$V_f = V_i + \gamma V_i \Delta\theta$$

$$V_f - V_i = \gamma V_i \Delta\theta$$

A diferença $V_f - V_i = \Delta V$ é a variação de volume sofrida pelo corpo ao variar a temperatura. Portanto:

$$\Delta V = \gamma V_i \Delta\theta$$

Essa equação traduz a lei da dilatação cúbica ou volumétrica: a variação de volume de um corpo sólido (ΔV) é diretamente proporcional ao volume inicial (V_i) e à variação de temperatura ocorrida ($\Delta\theta$).

A unidade do coeficiente de dilatação cúbica ou volumétrica é a mesma do linear (recíproco da unidade de temperatura: $°C^{-1}$, $°F^{-1}$, K^{-1}). Nos exercícios, do mesmo modo que para os coeficiente α e β, o resultado obtido ou o dado fornecido para γ é sempre um valor médio correspondente ao intervalo de temperatura em questão.

Observações

1ª) Tendo em vista que o coeficiente de dilatação superficial β é o dobro do coeficiente de dilatação linear α ($\beta = 2\alpha$) e que o coeficiente de dilatação volumétrica γ é o triplo do coeficiente de dilatação linear α ($\gamma = 3\alpha$), podemos relacionar os três coeficientes do seguinte modo:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \dfrac{\beta}{2} \\ \alpha = \dfrac{\gamma}{3} \end{array}\right\} \quad \frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

Portanto, para cada substância, os três coeficientes de dilatação estão na proporção dos números 1, 2 e 3.

2ª) Há materiais que apresentam valores elevados para os coeficientes de dilatação, como a maioria dos metais. Outros possuem coeficientes de dilatação pequenos, tendo por isso aplicações práticas, como o vidro "pirex", cujo coeficiente de dilatação, bem menor que o do vidro comum, faz com que esse material suporte grandes variações de temperatura sem sofrer rachaduras ou trincamentos. Existem ainda materiais com coeficiente de dilatação negativo, como a borracha vulcanizada. Tais materiais se contraem quando a temperatura aumenta.

As tabelas seguintes fornecem, para efeito de comparação, alguns coeficientes:

Material	α ($°C^{-1}$)
chumbo	$2{,}7 \cdot 10^{-5}$
latão	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
ferro	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$
platina	$9{,}0 \cdot 10^{-6}$
vidro comum	$9{,}0 \cdot 10^{-6}$

Material	α ($°C^{-1}$)
pinho (na direção das fibras)	$5{,}4 \cdot 10^{-6}$
tungstênio	$4{,}3 \cdot 10^{-6}$
vidro "pirex"	$3{,}2 \cdot 10^{-6}$
invar (aço com 36% de Ni)	$9{,}0 \cdot 10^{-7}$
quartzo	$5{,}9 \cdot 10^{-7}$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

30. Um sólido de cobre sofre aquecimento até seu volume ser aumentado em 0,81%. Calcule a variação de temperatura, sabendo que o coeficiente de dilatação linear do cobre é $1{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

Resolução:

De $\Delta V = \gamma \cdot V_i \cdot \Delta\theta$, sendo $\gamma = 3\alpha = 3 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1} = 5{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $\Delta V = 0{,}81\%\ V_i$, vem:

$$\frac{0{,}81}{100} V_i = 5{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot V_i \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 150°C$$

31. Um cilindro reto de ferro tem a 0°C volume de 1 000 cm^3. Aquece-se o cilindro até 20°C e constata-se que sua geratriz passa a ter comprimento de 10 cm. Qual a área da base do cilindro a 20°C? O coeficiente de dilatação linear do ferro é $1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

32. (UE-CE) O coeficiente de dilatação superficial do ferro é $2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. O valor do coeficiente de dilatação cúbica é:

a) $1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
b) $3{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
c) $4{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
d) $7{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

$$\frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3} \qquad \frac{2{,}4 \cdot 10^{-5}}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

$$\gamma = 3{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

33. (FAAP-SP) Uma barra de estanho tem a forma de um prisma reto de base 4 cm^2 e comprimento 1 m à temperatura de 68°F. Qual será o comprimento e o volume à temperatura de 518°F? Considere o coeficiente de dilatação linear do estanho $\alpha = 20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.

34. Um cubo de aresta a é constituído de um material cujo coeficiente de dilatação linear é α ($°C^{-1}$). O cubo sofre um aquecimento uniforme de 1,0° C. Após o aquecimento, a área de uma de suas faces e o volume do cubo valem, respectivamente:

a) $2a(1 + 2\alpha)$ e $3a(1 + 3\alpha)$
b) $a^2(1 + 3\alpha)$ e $a^3(1 + 2\alpha)$
c) $a^2(1 + \alpha^2)$ e $a^3(1 + \alpha^3)$
d) $a^2(1 + \alpha)$ e $a^3(1 + \alpha)$
e) $a^2(1 + 2\alpha)$ e $a^3(1 + 3\alpha)$

5. DILATAÇÃO DOS SÓLIDOS ANISÓTROPOS

Nas considerações feitas até aqui admitimos que os sólidos eram isótropos quanto à dilatação térmica, isto é, a dilatação ocorre sempre do mesmo modo, qualquer que seja a direção considerada.

No entanto, há sólidos cristalinos anisótropos no que se relaciona à dilatação térmica. Neles, a dilatação ocorre de modo diferente nas várias direções, não havendo portanto um único coeficiente de dilatação térmica. Em conseqüência, um corpo simétrico desse material deixa de apresentar essa simetria ao sofrer um aquecimento.

Verifica-se experimentalmente que, em todo cristal anisótropo, existem três particulares direções denominadas direções principais, tais que se um paralelepípedo do material for talhado com suas arestas nessas direções, o corpo se dilata conservando sua forma, embora as dimensões não guardem entre si a mesma proporção que antes da dilatação.

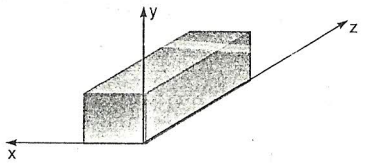


Fig. 6 As direções principais de um sólido anisótropo.

Para cada uma das direções principais, indicadas por x, y e z na figura 6, podemos individualizar um coeficiente de dilatação linear principal: α_x, α_y e α_z.

Havendo a dilatação de um sólido anisótropo, vale escrever:

$$\Delta V = \gamma V_i \Delta\theta \quad \text{e} \quad V_f = V_i (1 + \gamma\Delta\theta)$$

O coeficiente de dilatação volumétrica vale então:

$$\gamma = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z$$

6. VARIAÇÃO DA DENSIDADE COM A TEMPERATURA

A densidade de um corpo sólido é a relação entre sua massa e o volume por ela ocupado. Considerando duas temperaturas, inicial θ_i e final θ_f, teremos:

$$d_i = \frac{m}{V_i} \quad \text{e} \quad d_f = \frac{m}{V_f}$$

Como vimos, os volumes inicial e final relacionam-se por:

$$V_f = V_i (1 + \gamma\Delta\theta)$$

Substituindo na fórmula que dá a densidade final, vem:

$$d_f = \frac{m}{V_i (1 + \gamma\Delta\theta)} \Rightarrow d_f = \frac{d_i}{(1 + \gamma\Delta\theta)}$$

Concluímos, então, que a densidade varia com a temperatura em sentido oposto ao volume, isto é, a densidade diminui quando ocorre um aumento de temperatura.

7. DILATAÇÃO DE UM SÓLIDO OCO

Se um corpo for oco, apenas suas paredes serão constituídas de material sólido. Verifica-se que o volume interno de um corpo oco, isto é, o volume limitado pelas suas paredes, varia com a temperatura como se o corpo fosse maciço. Assim, é como se o espaço interno fosse totalmente ocupado pelo material das paredes.

Esse fato tem particular importância nos denominados frascos de volumetria, recipientes usados para avaliar o volume ocupado por um líquido. Tais recipientes são graduados a determinada temperatura, geralmente 20°C. Se a temperatura em que a medida é feita for diferente, admite-se que a capacidade volumétrica do recipiente varia com a temperatura como se fosse maciço. Assim, sendo C_i a capacidade volumétrica inicial entre dois traços consecutivos do frasco, cujas paredes são feitas de um material de coeficiente de dilatação volumétrica γ, para a capacidade volumétrica final C_f, vale escrever:

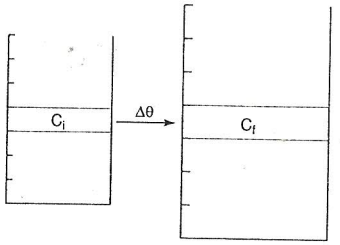


Fig. 7 Dilatação de um sólido oco.

$$C_f = C_i (1 + \gamma\Delta\theta)$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

35 Um cristal anisótropo tem, nas direções dos eixos x, y e z, ortogonais, os coeficientes de dilatação linear $\alpha_x = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, $\alpha_y = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $\alpha_z = 3{,}1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, respectivamente. Determine:

a) o coeficiente de dilatação cúbica do cristal;
b) o coeficiente de dilatação superficial no plano xy.

Resolução:

a) O coeficiente de dilatação cúbica do cristal é dado por:

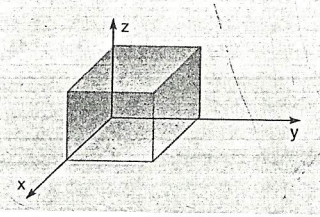
$$\gamma = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z$$
$$\gamma = 1{,}3 \cdot 10^{-5} + 2{,}4 \cdot 10^{-5} + 3{,}1 \cdot 10^{-5}$$
$$\gamma = 6{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

b) O coeficiente de dilatação superficial no plano xy é:

$$\beta = \alpha_x + \alpha_y \Rightarrow \beta = 1{,}3 \cdot 10^{-5} + 2{,}4 \cdot 10^{-5} \Rightarrow \beta = 3{,}7 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

36. O cristal anisótropo da figura é um cubo de aresta 10 cm a 0°C. Os coeficientes de dilatação linear nas direções x, y e z são, respectivamente, $\alpha_x = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, $\alpha_y = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $\alpha_z = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Determine a 20°C:

a) o volume do cristal;
b) a área da face situada no plano xz.



37 Determine o coeficiente de dilatação linear de um metal, sabendo que sua densidade mede 2,50 g/cm³ a 180°C e 2,55 g/cm³ a 20°C.

Resolução:

De $d_f = \frac{d_i}{1 + \gamma\Delta\theta}$ e sendo $d_f = 2{,}50$ g/cm³, $d_i = 2{,}55$ g/cm³ e $\Delta\theta = 180°C - 20°C = 160°C$, vem:

$$2{,}50 = \frac{2{,}55}{1 + \gamma \cdot 160}$$

$$\gamma = 1{,}25 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$$

Mas $\gamma = 3\alpha$, portanto:

$$\alpha = \frac{\gamma}{3} = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-4}}{3} \qquad \alpha \cong 4{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

38. Uma amostra de ferro possui densidade de 7,90 g/cm³ a 0°C. Determine a densidade do ferro a 392°F. O coeficiente de dilatação linear do ferro é $1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

39 Uma caneca de alumínio cuja capacidade a 0°C é 100,00 cm³ é aquecida até 40°C. Determine seu aumento de capacidade. É dado o coeficiente de dilatação linear do alumínio: $2{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

Resolução:

Para o cálculo do aumento da capacidade procedemos como se o espaço interno fosse ocupado pelo material das paredes. Assim, temos:

$$\Delta C = \gamma C_i \Delta\theta$$

$$\Delta C = 3\alpha C_i \Delta\theta$$

$$\Delta C = 3 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 100{,}00 \cdot 40 \qquad \Delta C = 0{,}264\ cm^3$$

40. Com um frasco de vidro graduado em cm³ a 20°C, mede-se o volume de um líquido a 40°C, encontrando-se o valor 20,00 cm³. Qual é o volume real do líquido? O coeficiente de dilatação volumétrica do vidro é $2{,}7 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

41. O aro da roda de uma locomotiva é feito de aço e tem diâmetro interno 58,45 cm. Ele deve ser montado na "alma" da roda, que é de ferro fundido e tem diâmetro 58,55 cm. Esses dois diâmetros foram medidos à mesma temperatura $\theta = 25°C$. Os coeficientes de dilatação linear do ferro fundido e do aço, supostos constantes, são, respectivamente, $\alpha_{fe} = 8 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $\alpha_{aço} = 12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. As duas peças são colocadas numa estufa e após aquecidas são montadas, formando o conjunto. Qual a menor temperatura das peças para que a montagem seja possível?

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

(ITA-SP) Um cristal (anisótropo) tem o coeficiente de dilatação linear $\alpha_x = 1{,}3 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ na direção do eixo *x*. Na direção dos eixos *y* e *z* o coeficiente de dilatação linear é o mesmo e igual a $\alpha_y = \alpha_z = 5{,}3 \cdot 10^{-7}\ °C^{-1}$. Para as questões 42 a 45 as alternativas são as seguintes:

a) $2{,}40 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
b) $18{,}3 \cdot 10^{-7}\ °C^{-1}$
c) $10{,}6 \cdot 10^{-7}\ °C^{-1}$
d) $3{,}13 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
e) $2{,}60 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

42. O coeficiente de dilatação superficial no plano xy é aproximadamente:

43. O coeficiente de dilatação cúbica é aproximadamente:

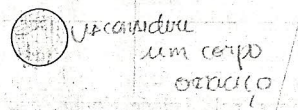
44. O coeficiente de dilatação superficial no plano yz é aproximadamente:

45. O coeficiente de dilatação superficial no plano xz é aproximadamente:

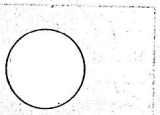
46. (Mackenzie-SP) A densidade de um sólido é 10,00 g · cm⁻³ a 100°C e 10,03 g · cm⁻³ a 32°F. O coeficiente de dilatação linear do sólido é igual a:

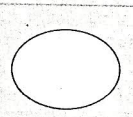
a) $5 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
b) $10 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
c) $15 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
d) $20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
e) $30 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

47. (PUC-RJ) A figura mostra uma chapa metálica retangular e isotrópica com um orifício circular bem no seu centro. A chapa está inicialmente a uma determinada temperatura. Em seguida, a chapa é aquecida de tal forma que sua temperatura se eleve de algumas centenas de graus Celsius.

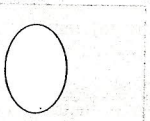


Qual das opções a seguir melhor ilustra a configuração da chapa nesta temperatura final mais elevada?

a)


b)


c)

d)


e)

48. (PUCC-SP) Um pino metálico, a uma dada temperatura, ajusta-se perfeitamente em orifício de uma placa metálica. Se somente a placa for aquecida, verifica-se que:

a) haverá contração apenas do orifício da placa.
b) haverá contração do pino e da placa.
c) o pino não mais passará pelo orifício.
d) o pino passará mais facilmente pelo orifício.

49. (UNISA-SP) Duas esferas de cobre, uma oca e outra maciça, possuem raios iguais. Quando submetidas à mesma elevação de temperatura, a dilatação da esfera oca comparada com a da maciça é:

a) 1/3 b) 3/4 c) 4/3 d) a mesma e) 1/2

50. (PUCC-SP) Uma placa de aço tem um furo circular de 2 cm^2 de área a 10°C. Determine a área do orifício se a placa for aquecida a 1 010°C, sabendo-se que o coeficiente de dilatação linear do aço é $11 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.

51. (FUVEST-SP) Considere uma chapa de ferro, circular, com um orifício circular concêntrico. À temperatura inicial de 30°C, o orifício tem um diâmetro de 1,0 cm. A chapa é então aquecida a 330°C.

a) Qual a variação do diâmetro do furo, se o coeficiente de dilatação linear do ferro é $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$?
b) A variação do diâmetro do furo depende do diâmetro da chapa?

8. EFEITOS MECÂNICOS DA DILATAÇÃO TÉRMICA

As forças que surgem por efeito da dilatação térmica são consideráveis, tendo intensidade determinável, dentro de certos limites, pela Lei de Hooke, que se refere às deformações elásticas dos sólidos.

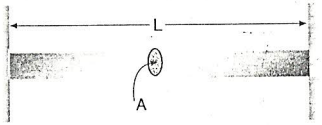


Fig. 8 Uma barra impedida de se dilatar.

Consideremos uma barra de comprimento L fixada entre duas paredes indeformáveis e indeslocáveis, como mostra a figura 8. Aquecendo-se a barra, ela não consegue dilatar-se, ficando sujeita a forças de tensão interna que podem acarretar o encurvamento da barra. Vamos admitir que a barra não se encurve e exprimir a intensidade da força de tensão que age na barra em função da variação de temperatura.

Se a barra pudesse se dilatar, ela sofreria uma variação de comprimento $(\Delta L)_T$ dada por: $(\Delta L)_T = \alpha L \Delta\theta$. No entanto, podemos admitir que as forças de compressão determinam uma deformação elástica $(\Delta L)_E$ cujo módulo é igual à dilatação térmica $(\Delta L)_T$, mas de sentido contrário:

$$|(\Delta L)_E| = |(\Delta L)_T|$$

A Lei de Hooke, referente às deformações elásticas dos sólidos, nos dá a intensidade da força de compressão atuante, em função da deformação $(\Delta L)_E$:

$$F = E \cdot \frac{|(\Delta L)_E| A}{L}$$

Nessa equação, E é o denominado módulo de Young ou de elasticidade do material da barra e A é a área da secção transversal da barra. Substituindo $(\Delta L)_E$ em vista das equações anteriores, obtemos:

$$F = E \cdot \frac{|(\Delta L)_T| A}{L}$$

$$F = E \cdot \frac{\alpha L |\Delta\theta| A}{L} \qquad F = E \cdot A \cdot \alpha \cdot |\Delta\theta|$$

Em vista dessa equação, podemos tirar o seguinte princípio geral:

> O fenômeno mecânico que se produz em conseqüência de alguma ação térmica é tal que, pelo seu efeito, opõe-se ao fenômeno térmico.

Verificamos que a recíproca também é verdadeira. Por exemplo, ao esticarmos um arame (fenômeno mecânico: força de distensão), ele se resfriará (fenômeno térmico: a temperatura diminui para produzir contração). Por outro lado, se uma placa metálica for comprimida (fenômeno mecânico: força de compressão), ela se aquecerá (fenômeno térmico: a temperatura aumenta para produzir dilatação).

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

52. Quais as intensidades das forças que se devem aplicar aos extremos de uma barra de aço, cuja secção transversal tem área $A = 10\ cm^2$, para impedir que se dilate quando é aquecida de 0°C a 30°C?
Dados: módulo de elasticidade do aço $E = 2{,}2 \cdot 10^7\ N/cm^2$; coeficiente de dilatação linear do aço $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

Resolução:
A intensidade da força de compressão é dada por:

$$F = E \cdot A \cdot \alpha\ |\Delta\theta|$$

$$F = 2{,}2 \cdot 10^7 \cdot 10 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \qquad F = 7{,}92 \cdot 10^4\ N$$

53. De um fio de aço, de área de secção transversal $A = 3{,}0\ mm^2$, suspende-se uma carga. Esta determina uma distensão no fio, o qual experimenta uma queda de temperatura de 25°C a 20°C. Qual o peso da carga?
Dados: módulo de elasticidade do aço $E = 2{,}2 \cdot 10^7\ N/cm^2$; coeficiente de dilatação linear do aço $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

54. (FEI-SP) Um fio de aço de secção transversal $A = 1{,}0\ mm^2$, com coeficiente de dilatação linear $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e módulo de elasticidade $E = 2{,}2 \cdot 10^7\ N/cm^2$, sustenta na vertical um corpo de peso P. O fio experimenta uma variação de temperatura $\Delta\theta = -20°C$. Qual o acréscimo que se deve dar ao peso P de forma que o comprimento do fio não se altere?

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

55. (ITA-SP) O vidro "pirex" apresenta maior resistência ao choque térmico do que o vidro comum porque:

a) possui alto coeficiente de rigidez.
b) tem baixo coeficiente de dilatação térmica.
c) tem alto coeficiente de dilatação térmica.
d) tem alto calor específico.
e) é mais maleável que o vidro comum.

56. (FATEC-SP) As tampas metálicas dos recipientes de vidro são mais facilmente removidas quando o conjunto é imerso em água quente. Tal fato ocorre porque:

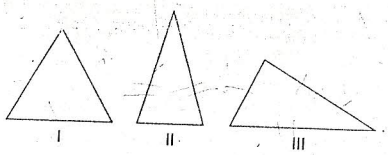
a) a água quente lubrifica as superfícies em contato, reduzindo o atrito entre elas.
b) a água quente amolece o vidro, permitindo que a tampa se solte.
c) a água quente amolece o metal, permitindo que a tampa se solte.
d) o metal dilata-se mais que o vidro, quando ambos são sujeitos à mesma variação de temperatura.
e) o vidro dilata-se mais que o metal, quando ambos são sujeitos à mesma variação de temperatura.

57. (PUC-SP) Ao guardar dois copos de vidro iguais, uma dona de casa encaixou um dentro do outro. Quando foi utilizá-los de novo, os dois estavam presos e ela não conseguiu separá-los. Resolveu então colocar água quente no copo interno. Você acha que ela teve sucesso? Explique e, em caso negativo, sugira outro procedimento prático para separar os copos, evitando que eles quebrem.

58. (FCMSC-SP) O coeficiente de dilatação linear do alumínio é $\alpha_{Al} = 2{,}3 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Para calcular a dilatação sofrida por uma barra de alumínio quando a variação de temperatura é expressa em graus Fahrenheit, α_{Al} será:

a) igual a $2{,}3 \cdot 10^{-5}\ °F^{-1}$.
b) multiplicado por 5/9.
c) dividido por 5/9.
d) multiplicado por (5/9 + 32).
e) dividido por 5/9 e, além disso, subtrai-se 32 do intervalo de temperatura.

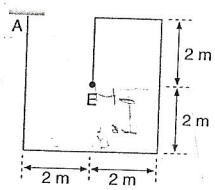
59. (CESGRANRIO-RJ) Três triângulos são construídos, soldando-se nos vértices pedaços de um mesmo vergalhão de cobre. Os triângulos estão inicialmente à temperatura ambiente. O primeiro (I) é equilátero; o segundo (II) é isósceles; o terceiro (III) é qualquer.



Os triângulos são colocados num forno, onde são aquecidos uniformemente de algumas dezenas de graus.
Em qual (ou quais) dos triângulos os ângulos conservarão os valores respectivos que tinham antes do aquecimento?

a) somente em I.
b) somente em I e II.
c) somente em III.
d) em I, II e III.
e) em nenhum deles.

60. (AMAN-RJ) Um arame de aço, de coeficiente de dilatação linear $1{,}2 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$, mantém-se dobrado conforme a figura, com sua extremidade *A*, engastada no teto, a uma temperatura de 25°C. Quando a temperatura se eleva para 100°C, o ponto *E* (outra extremidade) move-se:



a) 1,8 mm para a esquerda.
b) 1,8 mm para direita e 1,88 mm para cima.
c) 3,6 mm para a direita e 1,8 mm para baixo.
d) 3,6 mm para a esquerda e 3,6 mm para baixo.
e) 1,8 mm para a direita e 1,8 mm para baixo.

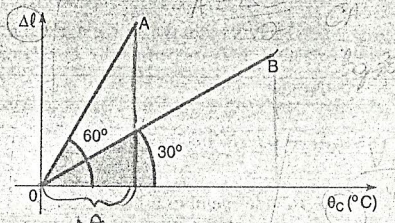
BIBLIOTECA PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

61. (FATEC-SP) Uma placa de alumínio tem um grande orifício circular no qual foi colocado um pino, também de alumínio, com grande folga. O pino e a placa são aquecidos de 500°C, simultaneamente.
Podemos afirmar que:

a) a folga irá aumentar, pois o pino ao ser aquecido irá contrair-se.
b) a folga diminuirá, pois ao aquecermos a chapa a área do orifício diminui.
c) a folga diminuirá, pois o pino se dilata muito mais que o orifício.
d) a folga irá aumentar, pois o diâmetro do orifício aumenta mais que o diâmetro do pino.
e) a folga diminuirá, pois o pino se dilata, e a área do orifício não se altera.

62. (Mackenzie-SP) Duas barras, *A* e *B*, de mesmo material são submetidas à mesma temperatura. O gráfico ao lado mostra a variação do comprimento ($\Delta\ell$) das barras em função da temperatura (θ_C). A relação (ℓ_A/ℓ_B) entre os comprimentos das barras *A* e *B* a 0°C é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



(**Obs.:** Sistema de eixos perpendiculares e de mesmo segmento unitário de medida.)

63. Mede-se o comprimento de uma barra de ferro a 25°C, com uma régua de cobre, obtendo-se a leitura de 50,25 cm. Sabendo que a régua foi graduada a 0°C, determine o comprimento real da barra. O coeficiente de dilatação linear do cobre é $\alpha = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

Resolução:

O valor 50,25 cm representa o comprimento da barra, não se levando em conta que a régua se dilatou, pois foi graduada a 0°C.
Nessas condições, a 25°C a unidade de graduação não é $u_1 = 1$ cm mas sim $u_2 = u_1\ (1 + \alpha\Delta\theta)$, isto é:

$$u_2 = 1\ (1 + 1{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 25),\ u_2 = 1{,}00045\ \text{cm}$$

Assim, o comprimento real da barra será dado por:

$$\ell_{real} = \ell_{medido} \cdot u_2$$

$$\ell_{real} = 50{,}25 \cdot 1{,}00045$$

$$\ell_{real} \cong 50{,}27\ \text{cm}$$

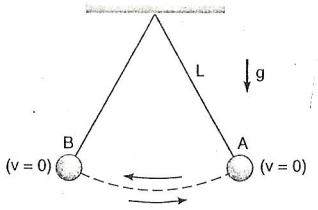
64. Com uma régua de alumínio graduada em mm a 0°C, mede-se a 20°C o comprimento de uma barra de cobre, encontrando-se o valor 1 000,00 mm. Qual o comprimento real da barra? O coeficiente de dilatação linear do alumínio é igual a $2{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

65. Lê-se um intervalo de 50,40 cm a 30°C entre dois pontos de uma régua de cobre, graduada a 10°C. Qual a verdadeira distância entre os dois pontos? O coeficiente de dilatação linear do cobre é $1{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

66. Um pêndulo simples é constituído por uma esfera de metal, de diâmetro desprezível, suspensa por um fio de aço, cujo coeficiente de dilatação linear é igual a $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. A 0°C o período de oscilação do pêndulo é de 2,0 s. Calcule o período de oscilação do pêndulo a 30°C.

Resolução:

O período de um pêndulo, que é o intervalo de tempo que corresponde a uma oscilação completa (vai de *A* para *B* e retorna a *A*), é dado por:



$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$, onde:

L é comprimento do fio e *g* a aceleração da gravidade local.

Sejam T_i e T_f os períodos, e L_i e L_f os comprimentos a 0°C e 30°C, respectivamente.

Temos:

$$T_f = 2\pi \sqrt{\frac{L_f}{g}} \qquad T_i = 2\pi \sqrt{\frac{L_i}{g}}$$

Dividindo membro a membro, vem:

$$\frac{T_f}{T_i} = \sqrt{\frac{L_f}{L_i}}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \sqrt{\frac{L_i\,(1 + \alpha\Delta\theta)}{L_i}}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \sqrt{1 + \alpha\Delta\theta}$$

$$\frac{T_f}{2{,}0} = \sqrt{1 + 1{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot 30} \qquad T_f \cong 2{,}0003\ s$$

67. Um relógio de pêndulo é correto a 20°C e seu período é de 2 s. O material de que é constituído o pêndulo tem coeficiente de dilatação $2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Quando a temperatura é mantida a 30°C, qual o atraso do relógio em uma hora?

68. (F. M. Bragança-SP) Os relógios de pêndulo:

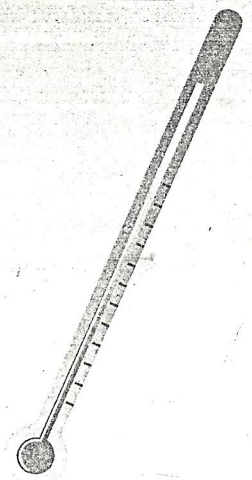
a) são mais precisos, pois dependem da aceleração da gravidade, que é constante.
b) atrasam no verão.
c) adiantam no verão.
d) não sofrem alteração com a mudança de temperatura.
e) tanto *a* como *d* são verdadeiras.

69. (UNISA-SP) Um relógio é controlado por um pêndulo que marca corretamente os segundos a 20°C. O pêndulo é feito de um material cujo coeficiente de dilatação linear é $16 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Quando a temperatura é mantida a 30°C, o atraso do relógio em uma semana é de:

a) 48,4 s b) 96,8 s c) 484 s d) 120 s e) 3 600 s

CAPÍTULO 4

DILATAÇÃO TÉRMICA DOS LÍQUIDOS



1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Quando aquecidos, os líquidos em geral se dilatam e a lei da dilatação é idêntica à que foi estabelecida para os sólidos. Assim, sendo V_i o volume inicial do líquido e $\Delta\theta$ a variação de temperatura sofrida, a variação de volume ΔV é dada por:

$$\Delta V = \gamma V_i \Delta\theta$$

A constante de proporcionalidade γ é denominada *coeficiente de dilatação real* do líquido, apresentando a mesma unidade que os demais coeficientes de dilatação, isto é, o recíproco da unidade de temperatura ($°C^{-1}$, $°F^{-1}$, K^{-1}).

Lembrando que a variação de volume é a diferença entre o volume final e o volume inicial ($\Delta V = V_f - V_i$), vem:

$$V_f - V_i = \gamma V_i \Delta\theta$$

$$V_f = V_i + \gamma V_i \Delta\theta$$

$$V_f = V_i(1 + \gamma\Delta\theta) \qquad \text{(I)}$$

O termo $(1 + \gamma\Delta\theta)$ é o binômio de dilatação real do líquido para a variação de temperatura $\Delta\theta$.

No entanto, os líquidos não apresentam forma própria. Por isso, a análise do comportamento térmico de um líquido é feita estando ele contido num recipiente sólido. Isso evidentemente complica a determinação da dilatação dos líquidos, uma vez que o recipiente também se dilata.

De modo geral, os líquidos se dilatam mais que os sólidos. Por isso, se um recipiente estiver cheio de líquido até a borda, um aumento na temperatura acarreta transbordamento do líquido. Para efeito de comparação, as tabelas seguintes fornecem o coeficiente de dilatação real de alguns líquidos.

Líquido	$\gamma(°C^{-1})$
mercúrio	$1{,}82 \cdot 10^{-4}$
glicerina	$5{,}3 \cdot 10^{-4}$
ácido sulfúrico	$5{,}6 \cdot 10^{-4}$
petróleo	$9{,}0 \cdot 10^{-4}$
álcool etílico	$1{,}10 \cdot 10^{-3}$

Líquido	$\gamma(°C^{-1})$
bissulfeto de carbono	$1{,}14 \cdot 10^{-3}$
benzina	$1{,}18 \cdot 10^{-3}$
tolueno	$1{,}20 \cdot 10^{-3}$
gasolina	$1{,}20 \cdot 10^{-3}$
éter	$1{,}60 \cdot 10^{-3}$

A cada temperatura θ_f corresponde um volume V_f do líquido:

$$V_f = V_i[1 + \gamma(\theta_f - \theta_i)]$$

O gráfico de V_f em função de θ_f está indicado na figura 1.

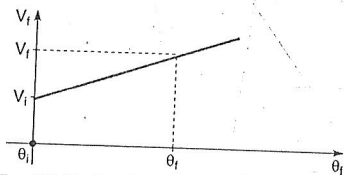


Fig. 1 Gráfico $V_f \times \theta_f$.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Um recipiente contém 200 cm³ de álcool à temperatura de 30°C. Qual será o volume ocupado por esse álcool à temperatura de 50°C? O coeficiente de dilatação cúbica do álcool é $\gamma = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.

Resolução:

temperatura inicial $= \theta_i = 30°C$
temperatura final $= \theta_f = 50°C$
volume inicial $= V_i = 200\,cm^3$
$\gamma = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$
$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 20°C$

Sendo V_f o volume final e ΔV a variação de volume, temos:

$V_f - V_i = \Delta V = V_i\gamma\Delta\theta = (200)(1{,}1 \cdot 10^{-3})(20)$

ou

$\Delta V = 4{,}4\,cm^3$

Portanto:

$V_f = V_i + \Delta V$ $\quad V_f = 204{,}4\,cm^3$

2. Um frasco contém 150 cm³ de mercúrio, à temperatura inicial de 80°C. Qual o volume ocupado pelo mercúrio à temperatura de 280°C? O coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio é $\gamma = 18 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

3. Um recipiente de vidro, de volume interno $V_i = 800\,cm^3$, está completamente cheio de mercúrio, estando o conjunto à temperatura de 20°C. Calcule o volume de mercúrio que extravasa do frasco, quando o conjunto é aquecido até que sua temperatura atinja 70°C. São dados os coeficientes de dilatação cúbica do vidro (γ_V) e do mercúrio (γ_M):

$\gamma_V = 27 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, $\gamma_M = 180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

Resolução:

temperatura inicial $= \theta_i = 20°C$
temperatura final $= \theta_f = 70°C$
$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 50°C$

O vidro e o mercúrio têm o mesmo volume inicial $V_i = 800\,cm^3$. Sendo ΔV_V a variação de volume do vidro e ΔV_M a variação de volume do mercúrio, o volume de mercúrio extravasado (ΔV) é dado por:

$\Delta V = \Delta V_M - \Delta V_V$ (I)

Mas, $\Delta V_M = V_i\gamma_M\Delta\theta$ e $\Delta V_V = V_i\gamma_V\Delta\theta$

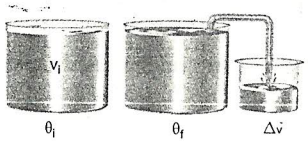
Substituindo em (I), obtemos:

$\Delta V = V_i\gamma_M\Delta\theta - V_i\gamma_V\Delta\theta$

ou $\Delta V = V_i\Delta\theta\,(\gamma_M - \gamma_V)$

Assim: $\Delta V = (800)\,(50)\,(180 \cdot 10^{-6} - 27 \cdot 10^{-6})$

$\Delta V = 6{,}12\,cm^3$



4. Uma garrafa de alumínio de volume interno 500 cm³ está totalmente cheia com um líquido de coeficiente de dilatação cúbica igual a $120 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, estando o conjunto à temperatura de 40°C. Sabendo que o coeficiente de dilatação cúbica do alumínio é igual a $72 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule o volume de líquido que extravasa da garrafa, quando o conjunto é aquecido até a temperatura de 240°C.

5. À temperatura de 20°C enche-se um frasco de vidro com 2 000 cm³ de um líquido. Ao se aquecer o conjunto a 170°C, extravasam 12 cm³ de líquido. Calcule o coeficiente de dilatação cúbica do líquido, sabendo que o do vidro é igual a $27 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.

6. Um recipiente de volume interno 500 cm³ contém 464 cm³ de um líquido, estando o conjunto à temperatura de 10°C. São dados os coeficientes de dilatação cúbica do material de que é feito o recipiente (γ_1) e o do líquido (γ_2):

$\gamma_1 = 6{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $\gamma_2 = 50 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

A que temperatura o recipiente estará completamente cheio de líquido?

7. Consideremos um frasco de vidro de volume interno 600 cm³ à temperatura de 10°C. Sabendo que o coeficiente de dilatação cúbica do vidro é $27 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e o do mercúrio, $180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule o volume de mercúrio que devemos colocar no frasco de vidro, a 10°C, de modo que o volume da parte vazia não se altere ao variar a temperatura.

Resolução:

volume inicial do frasco $= V_{F_i} = 600\,cm^3$
volume inicial de mercúrio $= V_{M_i} = ?$
coeficiente de dilatação cúbica do frasco $= \gamma_F = 27 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio $= \gamma_M = 180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

Para que o volume da parte vazia fique constante, a variação de volume do frasco (ΔV_F) deve ser igual à variação de volume do mercúrio (ΔV_M):

$\Delta V_F = \Delta V_M$ (I)

Mas $\Delta V_F = V_{F_i}\gamma_F\Delta\theta$ e $\Delta V_M = V_{M_i}\gamma_M\Delta\theta$

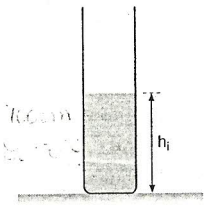
Substituindo em (I), obtemos:

$V_{F_i}\gamma_F\Delta\theta = V_{M_i}\gamma_M\Delta\theta$ ou $V_{M_i} = \frac{\gamma_F}{\gamma_M} \cdot V_{F_i}$

Assim: $V_{M_i} = \frac{27 \cdot 10^{-6}}{180 \cdot 10^{-6}} \cdot 600$ $\quad V_{M_i} = 90\,cm^3$

8. Uma garrafa de aço tem volume interno igual a 1 000 cm³, à temperatura de 20°C. Sabendo que os coeficientes de dilatação cúbica do aço e do mercúrio são respectivamente iguais a $36 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule o volume de mercúrio que devemos colocar na garrafa, a 20°C, de modo que o volume da parte vazia não se altere ao variar a temperatura.

9. Um tubo de vidro cilíndrico, disposto verticalmente, é preenchido com mercúrio até uma altura $h_i = 100{,}0$ cm, estando o conjunto a 30°C. O coeficiente de dilatação linear do vidro é $\alpha = 9{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e o coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio é $\gamma = 180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Aquecendo-se o conjunto até atingir a temperatura de 130°C, calcule a nova altura da coluna de mercúrio (supondo que não haja transbordamento).



Resolução:

temperatura inicial $= \theta_i = 30°C$
temperatura final $= \theta_f = 130°C$
coeficiente de dilatação linear do vidro $= \alpha = 9{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
coeficiente de dilatação superficial do vidro $\beta = 2\alpha = 18 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio $= \gamma = 180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
altura inicial da coluna de mercúrio $= h_i = 100{,}0$ cm
$\Delta\theta = 130°C - 30°C = 100°C$

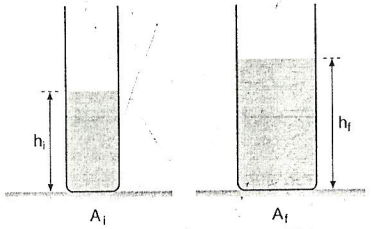


Fig. a *Fig. b*

As figuras *a* e *b* representam, respectivamente, as situações inicial e final, sendo A_i a área da base do cilindro no início e A_f a área da base no final. Sejam V_i e V_f os volumes do mercúrio no início e no final, respectivamente. Temos então:

$V_i = A_i h_i$ (I) e $V_f = A_f h_f$ (II)

Mas, de acordo com a lei da dilatação superficial, temos:

$A_f = A_i(1 + \beta\Delta\theta)$ (III)

Substituindo (III) em (II), obtemos:

$V_f = A_i(1 + \beta\Delta\theta)\, h_f$ (IV)

Por outro lado, de acordo com a lei da dilatação volumétrica, temos:

$V_f = V_i(1 + \gamma\Delta\theta)$ (V)

Substituindo (I) em (V):

$V_f = A_i h_i (1 + \gamma\Delta\theta)$ (VI)

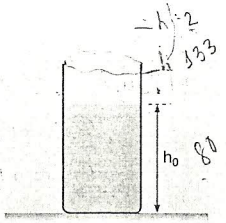
De (IV) e (VI) temos:

$A_i(1 + \beta\Delta\theta)\, h_f = A_i h_i(1 + \gamma\Delta\theta)$

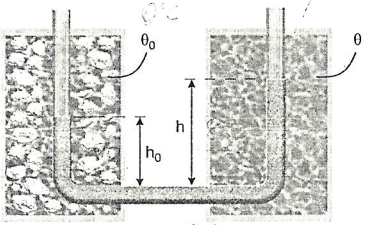
donde $h_f = h_i \dfrac{1 + \gamma\Delta\theta}{1 + \beta\Delta\theta}$

Assim, $h_f = (100)\dfrac{1 + 180 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{1 + 18 \cdot 10^{-6} \cdot 100}$ $\quad h_f = 101{,}6$ cm

10. Consideremos um tubo de vidro cilíndrico, disposto verticalmente e preenchido com um líquido até a altura $h_0 = 80$ cm, estando o conjunto a uma temperatura de 20°C. O coeficiente de dilatação linear do vidro é $\alpha = 9{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e o coeficiente de dilatação cúbica do líquido é $\gamma = 720 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Aquecendo-se o conjunto até atingir a temperatura de 70°C, calcule a nova altura da coluna de líquido (supondo que não haja transbordamento).



11. Dentro de um tubo em *U* disposto verticalmente, coloca-se um líquido de coeficiente de dilatação cúbica γ. Um dos braços do tubo é envolvido por um banho de gelo fundente à temperatura $\theta_0 = 0°C$ e o outro braço é envolvido por um banho de água à temperatura $\theta = 20°C$, como ilustra a figura. Desse modo, as alturas das colunas líquidas nos dois ramos verticais do tubo ficam diferentes: no ramo à temperatura θ_0, a altura é $h_0 = 80{,}0$ cm e no ramo à temperatura θ, a altura é $h = 82{,}0$ cm. Calcule o valor de γ.



Resolução:

$\theta_0 = 0°C$ $\quad h_0 = 80{,}0$ cm
$\theta = 20°C$ $\quad h = 82{,}0$ cm
$\Delta\theta = \theta - \theta_0 = 20°C$

Devido à diferença de temperatura, as densidades do líquido nos dois ramos verticais do tubo são diferentes. Seja d_0 a densidade do líquido à temperatura θ_0 e seja d a densidade do líquido à temperatura θ. Como sabemos do estudo da Hidrostática, se o líquido dentro do tubo está em equilíbrio, devemos ter:

$d_0 h_0 = dh$ (I)

Por outro lado, no capítulo 3, vimos que:

$d = \dfrac{d_0}{1 + \gamma\Delta\theta}$ (II)

Substituindo (II) em (I), obtemos:

$d_0 h_0 = \dfrac{d_0}{1 + \gamma\Delta\theta} h$

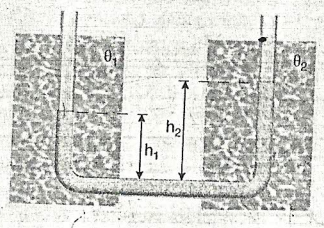
donde $\gamma = \dfrac{h - h_0}{h_0 \cdot \Delta\theta}$

Assim, $\gamma = \dfrac{82{,}0 - 80{,}0}{80{,}0 \cdot 20}$ $\quad \gamma = 1{,}25 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$

Observação:

Como podemos observar, foi possível calcular o coeficiente de dilatação cúbica do líquido, sem conhecer o coeficiente de dilatação do material de que é feito o tubo.

12. A figura representa um líquido dentro de um tubo em U disposto verticalmente, estando os dois braços verticais envolvidos por banhos a temperaturas diferentes: $\theta_1 = 20°C$ e $\theta_2 = 60°C$. Desse modo, as alturas das colunas líquidas nos dois braços verticais do tubo são $h_1 = 60{,}0\,cm$ e $h_2 = 61{,}2\,cm$. Calcule o coeficiente de dilatação cúbica do líquido.



13. À temperatura de 30°C, um sólido de densidade 5,00 g/cm³ flutua em um líquido de densidade 5,20 g/cm³. Sabendo que os coeficientes de dilatação cúbica do sólido e do líquido são, respectivamente, iguais a $20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $450 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, determine a temperatura na qual o sólido ficará totalmente imerso e em equilíbrio, em qualquer posição dentro do líquido.

Resolução:

temperatura inicial $= \theta_i = 30°C$
temperatura final $= \theta_f = ?$
densidade inicial do sólido $= d_{S_i} = 5{,}00\,g/cm^3$
densidade inicial do líquido $= d_{L_i} = 5{,}20\,g/cm^3$
coeficiente de dilatação cúbica do líquido $= \gamma_L = 450 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
coeficiente de dilatação cúbica do sólido $= \gamma_S = 20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

De acordo com o que estudamos na Hidrostática, para que um sólido fique imerso em um líquido, de modo que fique em equilíbrio em qualquer posição dentro do líquido, as densidades do sólido e do líquido deverão ser iguais:

$d_S = d_L$ (I)

Por outro lado, como vimos no capítulo 3, temos:

$$d_S = \frac{d_{S_i}}{1 + \gamma_S \Delta\theta} \quad \text{e} \quad d_L = \frac{d_{L_i}}{1 + \gamma_L \Delta\theta}$$

Substituindo em (I), obtemos:

$$\frac{d_{S_i}}{1 + \gamma_S \Delta\theta} = \frac{d_{L_i}}{1 + \gamma_L \Delta\theta}$$

donde $\Delta\theta = \dfrac{d_{L_i} - d_{S_i}}{d_{S_i}\gamma_L - d_{L_i}\gamma_S}$

Assim, $\Delta\theta = \dfrac{5{,}20 - 5{,}00}{5{,}00 \cdot 450 \cdot 10^{-6} - 5{,}20 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}$

ou $\Delta\theta = 93°C$

Portanto: $\theta_f = \theta_i + \Delta\theta = 30°C + 93°C$ $\quad \theta_f = 123°C$

14. Consideremos um sólido e um líquido que apresentam densidades respectivamente iguais a 8,00 g/cm³ e 8,20 g/cm³, à temperatura de 40°C. Os coeficientes de dilatação cúbica do sólido e do líquido são respectivamente iguais a $40 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $350 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Determine a temperatura na qual o sólido fica imerso e em equilíbrio, em qualquer posição dentro do líquido.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

15. (UF-ES) Um caminhão-tanque com capacidade para 10 000 litros é cheio de gasolina quando a temperatura é de 30°C. Qual a redução de volume sofrida pelo líquido ao ser descarregado numa ocasião em que a temperatura é de 10°C? O coeficiente de dilatação volumétrica da gasolina é igual a $9{,}6 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.

a) 0,96 litro
b) 1,92 litro
c) 9,6 litros
d) 96 litros
e) 192 litros

16. (CESGRANRIO-RJ) Um petroleiro recebe uma carga de $1{,}0 \cdot 10^6$ barris de petróleo ($1{,}6 \cdot 10^5\,m^3$) no golfo Pérsico, a uma temperatura de aproximadamente 50°C. Qual a perda em volume, por efeito de contração térmica, que esta carga apresenta, quando descarregada no sul do Brasil, a uma temperatura de cerca de 20°C? O coeficiente de expansão (dilatação) térmica do petróleo é aproximadamente igual a $1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.

a) 3 barris
b) $3 \cdot 10^1$ barris
c) $3 \cdot 10^2$ barris
d) $3 \cdot 10^3$ barris
e) $3 \cdot 10^4$ barris

17. (UNISA-SP) Um recipiente de ferro tem coeficiente de dilatação linear $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Ele está a 0°C e totalmente cheio de um líquido cujo volume é 120 cm³. Ao se aquecer o conjunto até 200°C, extravasam 12 cm³ do líquido. O coeficiente de dilatação real do líquido é:

a) $17 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
b) $41 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
c) $512 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
d) $536 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
e) $548 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

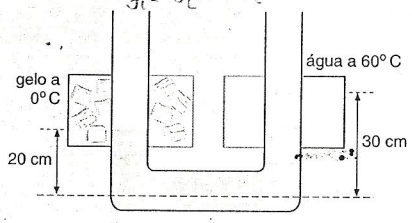
18. (UNISA-SP) Um recipiente de vidro tem a 0°C volume interno de 45 cm³. Sabendo que o coeficiente de dilatação cúbica do vidro é $24 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e o do mercúrio, $180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, a quantidade de mercúrio que se deve colocar no recipiente, a fim de que o volume da parte vazia não se altere ao variar a temperatura, é de:

a) 2,0 cm³
b) 3,0 cm³
c) 4,0 cm³
d) 5,0 cm³
e) 6,0 cm³

19. (FEI-SP) Um recipiente de vidro tem capacidade $C_0 = 91\,000\,cm^3$ a 0°C e contém, a essa temperatura, 90 000 cm³ de mercúrio. A que temperatura o recipiente estará completamente cheio de mercúrio? São dados:

- coeficiente de dilatação linear do vidro $= 3{,}2 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;
- coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio $= 182 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.

20. (FAAP-SP) Um líquido é colocado num tubo em forma de U cujos ramos são envoltos por "camisas". Numa das "camisas" coloca-se gelo fundente (gelo a 0°C) e na outra coloca-se água à temperatura de 60°C. Sabendo que as alturas do líquido nos dois ramos, em relação a uma mesma horizontal do líquido que passa pela sua base, são 20 cm no ramo da camisa do gelo fundente e 30 cm no da água a 60°C, determine o coeficiente de dilatação real do líquido.



21. Um frasco de volume interno V_0 está totalmente cheio com um líquido de coeficiente de dilatação cúbica γ, estando o conjunto à temperatura θ_0. Aquecendo-se o conjunto até a temperatura θ, observa-se que transborda do frasco um volume de líquido igual a V_1. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do material de que é feito o frasco é igual a α, podemos afirmar que:

a) $V_1 = V_0(\theta - \theta_0)(\gamma - \alpha)$
b) $V_1 = V_0\theta(\alpha - \gamma)$
c) $V_1 = V_0(\gamma - 3\alpha)(\theta - \theta_0)$
d) $V_1 = V_0(2\alpha - \gamma)(\theta - \theta_0)$
e) $V_1 = V_0(\theta - \theta_0)(3\alpha - \gamma)$

2. DILATAÇÃO APARENTE

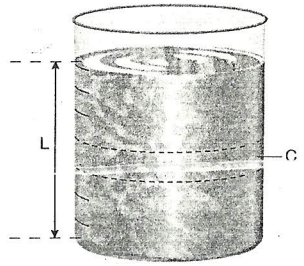


Fig. 2 *Volume inicial do líquido ($V_i = L \cdot C$).*

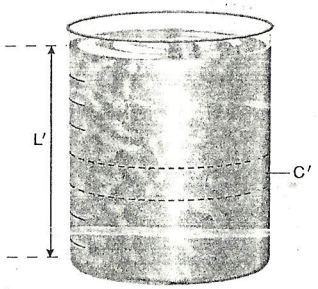


Fig. 3 *Volume final aparente ($V_{ap} = L' \cdot C$) e real ($V_f = L' \cdot C'$).*

Consideremos um líquido contido num frasco de volumetria cuja capacidade de divisão (entre duas marcas consecutivas da graduação) é C, na temperatura de graduação (por exemplo, 20°C), que admitiremos ser a inicial. Se a leitura correspondente ao nível livre do líquido é L (Fig. 2), o volume inicial é:

$$V_i = L \cdot C$$

Por exemplo, se a capacidade de divisão é $C = 1\,m\ell$ e a leitura é $L = 20$, o volume inicial do líquido será $V_i = 20\,m\ell$.

Ocorrendo a variação de temperatura $\Delta\theta$, estabelecido o equilíbrio térmico, o nível livre do líquido passa a corresponder à leitura L' (Fig. 3). Se não levarmos em conta que a capacidade de divisão do frasco se alterou de C para C', teremos para o líquido um volume final *aparente*:

$$V_{ap} = L' \cdot C$$

Exemplificando, se a nova leitura for $L' = 23$ com a capacidade de divisão mantida em $C = 1\,m\ell$, teremos $V_{ap} = 23\,m\ell$.

Chamamos dilatação aparente do líquido, para a variação de temperatura $\Delta\theta$, a diferença entre o volume final aparente do líquido e seu volume inicial:

$$\Delta V_{ap} = V_{ap} - V_i$$

Nos exemplos numéricos sugeridos acima, teremos:

$\Delta V_{ap} = 23 - 20 \qquad \Delta V_{ap} = 3\,m\ell$

A dilatação aparente é, evidentemente, muito fácil de ser determinada, pois corresponde numericamente à simples diferença $(L' - L)$ entre as leituras final e inicial.

Demonstra-se que a dilatação aparente obedece a uma lei análoga à da dilatação real, isto é, a variação aparente de volume (ΔV_{ap}) é diretamente proporcional ao volume inicial (V_i) e à variação de temperatura ($\Delta\theta$) (veja o quadro da p. 101).

$$\Delta V_{ap} = \gamma_{ap} \cdot V_i \cdot \Delta\theta$$

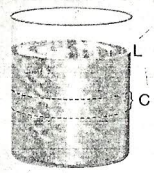
A constante de proporcionalidade γ_{ap} é denominada coeficiente de dilatação aparente do líquido, para o frasco em que se encontra. Sua unidade também é o recíproco da unidade de temperatura ($°C^{-1}$, $°F^{-1}$, K^{-1}). Esse coeficiente de dilatação aparente relaciona-se com o coeficiente de dilatação real γ e com o coeficiente de dilatação volumétrica do sólido por:

$$\gamma_{ap} = \gamma - \gamma_S$$

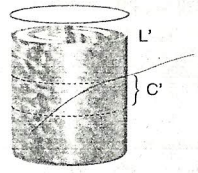
Considerando que $\Delta V_{ap} = V_{ap} - V_i$, substituindo na equação acima, obtemos:

$$V_{ap} - V_i = \gamma_{ap} V_i \Delta\theta$$
$$V_{ap} = V_i + \gamma_{ap} V_i \Delta\theta \qquad V_{ap} = V_i(1 + \gamma_{ap}\Delta\theta)$$

O termo adimensional $(1 + \gamma_{ap}\Delta\theta)$ é o binômio de dilatação aparente do líquido para o frasco em que se encontra e para a variação de temperatura $\Delta\theta$ sofrida.



$V_i = LC$



$\begin{cases} V_{ap} = L'C \\ V_f = L'C' \end{cases}$

$$C' = C(1 + \gamma_S\Delta\theta)$$

$$\begin{cases} V_f = L'C' = \underbrace{L'C}_{V_{ap}}(1 + \gamma_S\Delta\theta) = V_{ap}(1 + \gamma_S\Delta\theta) \qquad \text{(I)} \\ V_f = V_i(1 + \gamma\Delta\theta) \qquad \text{(II)} \end{cases}$$

De (I) e (II) temos:

$$V_{ap}(1 + \gamma_S\Delta\theta) = V_i(1 + \gamma\Delta\theta) \quad \text{ou} \quad V_{ap} = V_i\frac{1 + \gamma\Delta\theta}{1 + \gamma_S\Delta\theta} \qquad \text{(III)}$$

Mas:

$$\frac{1 + \gamma\Delta\theta}{1 + \gamma_S\Delta\theta} = \frac{(1 + \gamma\Delta\theta)\cdot[1 - \gamma_S\Delta\theta]}{(1 + \gamma_S\Delta\theta)\cdot[1 - \gamma_S\Delta\theta]} = \frac{1 - \gamma_S\Delta\theta + \gamma\Delta\theta - \gamma\gamma_S(\Delta\theta)^2}{1 - \gamma_S^2(\Delta\theta)^2} \cong$$

$$\cong 1 - \gamma_S\Delta\theta + \gamma\Delta\theta = 1 + (\gamma - \gamma_S)\Delta\theta$$

pois $\gamma\gamma_S(\Delta\theta)^2$ e $\gamma_S^2(\Delta\theta)^2$ são pequenos em comparação com os outros termos. Substituindo em (III), obtemos:

$$V_{ap} = V_i[1 + \underbrace{(\gamma - \gamma_S)}_{\gamma_{ap}}\Delta\theta] = V_i[1 + \gamma_{ap}\Delta\theta] \quad \text{ou} \quad \Delta V_{ap} = V_i\gamma_{ap}\Delta\theta$$

Observação

Usualmente, para a determinação experimental do coeficiente de dilatação real do líquido, utilizamos a relação $\gamma = \gamma_{ap} + \gamma_S$. Realmente, sendo dado o coeficiente de dilatação volumétrica do material do frasco γ_S, o valor do coeficiente de dilatação aparente é facilmente obtido na experiência, pois ΔV_{ap} corresponde numericamente à variação do nível líquido ($L' - L$). Da equação $\Delta V_{ap} = \gamma_{ap} V_i \Delta\theta$, tiramos o valor de γ_{ap}, que, somado ao valor γ_S, nos dá o coeficiente procurado.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

22. Um frasco de vidro foi graduado em cm^3, a 20°C. Coloca-se dentro do frasco um líquido a 20°C até atingir a marca de 400 cm^3. Quando o conjunto é aquecido até 120°C, observa-se que o líquido atinge a marca de 408 cm^3. Sabendo que o coeficiente de dilatação cúbica do vidro é $\gamma_V = 27 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule o coeficiente de dilatação cúbica real do líquido e o volume real do líquido a 120°C.

Resolução:

temperatura inicial $= \theta_i = 20°C$
temperatura final $= \theta_f = 120°C$
$\Delta\theta = 100°C$

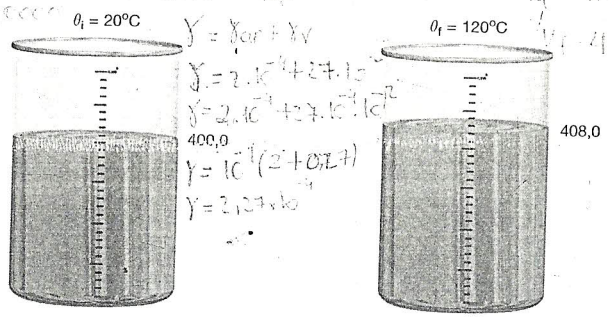


Fig. a V_i = volume inicial real = 400 cm^3.

Fig. b V_{ap} = volume aparente final = 408 cm^3.

À temperatura de 20°C, o líquido atinge a marca de 400 cm^3 (Fig. a). Como o frasco foi graduado a essa temperatura, podemos garantir que o volume inicial real de líquido é 400 cm^3: $V_i = 400\ cm^3$.
À temperatura de 120°C, o líquido atinge a marca de 408 cm^3 (Fig. b). Porém, essa marca não nos dá o volume real do líquido, mas sim o volume aparente (V_{ap}), pois o frasco também se dilatou. Portanto, a 120°C, temos: $V_{ap} = 408{,}0\ cm^3$.
Assim, a variação aparente de volume do líquido, entre 20°C e 120°C, é:
$\Delta V_{ap} = 408\ cm^3 - 400\ cm^3 = 8\ cm^3$

Vimos na teoria que:
$\Delta V_{ap} = V_i \gamma_{ap} \Delta\theta$
onde γ_{ap} é o coeficiente de dilatação volumétrica aparente do líquido. Portanto:

$$\gamma_{ap} = \frac{\Delta V_{ap}}{V_i \Delta\theta} = \frac{8}{400 \cdot 100} \quad \text{ou} \quad \gamma_{ap} = 2 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$$

Sendo γ o coeficiente de dilatação real do líquido e γ_v o coeficiente de dilatação do material de que é feito o frasco (nesse caso, o vidro), vimos também na teoria que:
$\gamma = \gamma_{ap} + \gamma_v$
Assim:
$\gamma = 2 \cdot 10^{-4} + 27 \cdot 10^{-6}$ ou $\boxed{\gamma = 227 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}}$

O volume real (V) do líquido a 120°C pode agora ser calculado:

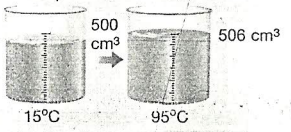
$V = V_i(1 + \gamma\Delta\theta) = 400(1 + 227 \cdot 10^{-6} \cdot 100)$ $\boxed{V = 409{,}1\ cm^3}$

Observação:

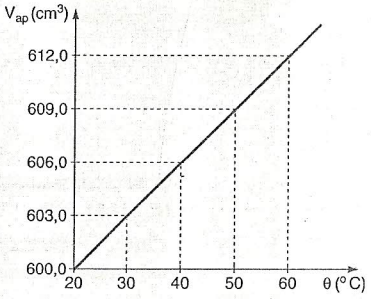
Esse exercício nos mostra como podemos obter o coeficiente de dilatação cúbica real de um líquido, desde que conheçamos o coeficiente de dilatação cúbica do material de que é feito o recipiente. No exercício 11 vimos outro processo, que nos permite obter o coeficiente de dilatação do líquido sem saber o coeficiente de dilatação do recipiente.

23. Consideremos um frasco de vidro graduado em cm^3 a 15°C. Dentro desse frasco coloca-se um líquido a 15°C, até atingir a marca de 500 cm^3. A seguir, aquece-se o conjunto até 95°C e observa-se que o líquido atinge a marca de 506 cm^3. Sabendo que o coeficiente de dilatação cúbica do vidro é $27 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule:

a) a variação aparente de volume do líquido;
b) o coeficiente de dilatação cúbica aparente do líquido;
c) o coeficiente de dilatação cúbica real do líquido;
d) o volume real de líquido a 95°C.



24. A figura nos dá o gráfico do volume aparente em função da temperatura, para um líquido colocado dentro de um frasco de vidro, o qual foi graduado a 20°C. Sabendo que o vidro de que é feito o frasco tem coeficiente de dilatação cúbica igual a $30 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule o coeficiente de dilatação cúbica real do líquido.



25. Um recipiente de vidro, de volume interno $V_i = 800\ cm^3$, está cheio de um líquido, estando o conjunto à temperatura de 20°C. Aquecendo-se o conjunto até 70°C, observa-se que há um transbordamento de 6 cm^3 de líquido. Sabendo que o coeficiente de dilatação cúbica do vidro é $30 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule:

a) o coeficiente de dilatação cúbica aparente do líquido;
b) o coeficiente de dilatação cúbica real do líquido.

Resolução:

a) $\Delta\theta = 70°C - 20°C = 50°C$

O volume de líquido que transbordou é aproximadamente igual à variação aparente de volume do líquido:

$\Delta V_{ap} = 6\,cm^3$

Lembrando que $\Delta V_{ap} = V_i \gamma_{ap} \Delta\theta$

temos: $\gamma_{ap} = \dfrac{\Delta V_{ap}}{V_i \Delta\theta} = \dfrac{6}{(800)(50)}$ $\qquad \gamma_{ap} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

b) O coeficiente de dilatação cúbica do vidro é $\gamma_v = 30 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Sendo γ o coeficiente de dilatação cúbica real do líquido, temos:

$\gamma = \gamma_{ap} + \gamma_v = 1{,}5 \cdot 10^{-4} + 30 \cdot 10^{-6}$ $\qquad \gamma = 180 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

26. Enche-se um frasco de vidro, com 2 000 cm^3 de um líquido, à temperatura de 30°C. Ao se aquecer o conjunto a 180°C, observa-se um transbordamento de 12 cm^3 de líquido. Sabendo que o coeficiente de dilatação cúbica do vidro é $3 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, calcule:

a) o coeficiente de dilatação cúbica aparente do líquido;
b) o coeficiente de dilatação cúbica real do líquido.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

27. Um recipiente cheio de um líquido é aquecido e com isso um pouco desse líquido extravasa do recipiente. O volume de líquido extravasado é igual:

a) à variação real de volume do líquido.
b) à variação de volume do recipiente.
c) à variação aparente de volume do líquido.
d) à soma das variações de volume do líquido e do recipiente.

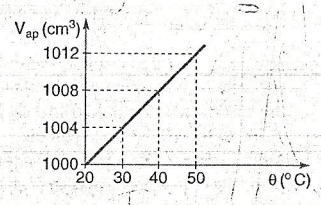
28. (UNISA-SP) Um recipiente de vidro de 150 cm^3 está completamente cheio de um líquido a 20°C. Aquecendo-se o conjunto a 120°C, transbordam 5 cm^3 do líquido. O coeficiente de dilatação volumétrica aparente do líquido é:

a) $3{,}3 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$ c) $1{,}1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$ e) $2{,}2 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$
b) $3{,}3 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$ d) $1{,}1 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

29. (U. E. Londrina-PR) Um recipiente de vidro de capacidade $2 \cdot 10^2\ cm^3$ está completamente cheio de mercúrio, a 0°C. Os coeficientes de dilatação volumétrica do vidro e do mercúrio são, respectivamente, $4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $1{,}8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$. Aquecendo-se o conjunto a 100°C, o volume de mercúrio que extravasa, em cm^3, vale:

a) $2{,}8 \cdot 10^{-4}$ b) $2{,}8 \cdot 10^{-3}$ c) $2{,}8 \cdot 10^{-2}$ d) $2{,}8 \cdot 10^{-1}$ e) 2,8

30. Um frasco de vidro para volumetria foi graduado a 20°C. Colocam-se dentro do frasco 1 000 cm^3 de um líquido a 20°C. O conjunto foi aquecido e foi feito um gráfico do volume aparente em função da temperatura. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do vidro é $9 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule o coeficiente de dilatação cúbica real do líquido.



PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

3. COMPORTAMENTO TÉRMICO DA ÁGUA

Em virtude de as moléculas de água no estado líquido estarem unidas por um tipo especial de ligação denominada "ponte de hidrogênio", a água apresenta um comportamento excepcional quando aquecida.

Verifica-se experimentalmente que, aquecido de 0°C até 4°C, o volume de uma dada massa de água diminui, sofrendo contração. Se o aquecimento prosseguir de 4°C até 100°C, o volume aumenta, ocorrendo dilatação. Admitindo que essa água esteja num hipotético frasco indilatável, o nível do líquido no recipiente desce durante o aquecimento de 0°C a 4°C, passando a subir quando a temperatura aumenta além de 4°C (Fig. 4). Exatamente a 4°C o volume dessa massa de água é mínimo.

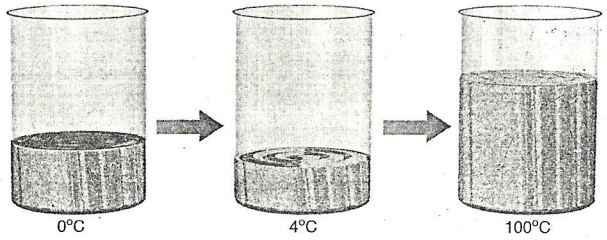


Fig. 4 De 0°C a 4°C há contração; de 4°C a 100°C há dilatação.

Na figura 5, essa variação de volume é mostrada graficamente, sendo o volume colocado em ordenadas e a temperatura em abscissas. É importante observar que, em nenhum dos intervalos de temperatura considerados, o gráfico é uma reta, o que indica não valerem para a água as fórmulas vistas anteriormente para a dilatação dos líquidos em geral.

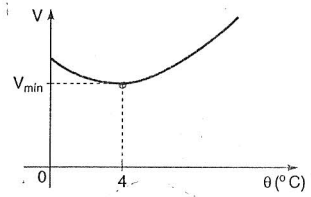


Fig. 5 O gráfico do volume pela temperatura não é retilíneo para a água.

O comportamento observado para a água não é causado apenas pelo afastamento entre as moléculas em virtude da maior agitação térmica molecular, como ocorre para a maioria dos líquidos. À medida que a temperatura da água aumenta, ocorre um concomitante rompimento das pontes de hidrogênio, causando uma aproximação entre as moléculas. Esse efeito predomina sobre o afastamento das moléculas, entre 0°C e 4°C, acarretando a contração referida. Acima de 4°C, o afastamento intermolecular é predominante e, por isso, há dilatação.

Considerando que a densidade corresponde à relação entre a massa e o volume (d = m/v), podemos concluir que, para a água, a densidade aumenta no aquecimento de 0°C a 4°C e diminui quando a temperatura aumenta acima de 4°C, como é mostrado no gráfico da figura 6, no qual a densidade foi colocada em ordenadas e a temperatura em abscissas. A densidade da água apresenta seu valor máximo (1 g/cm^3) na temperatura de 4°C.

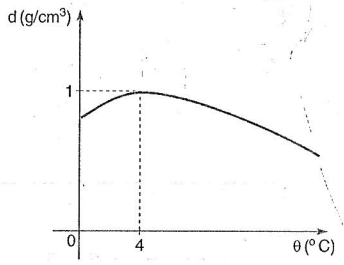


Fig. 6 A 4°C a água tem densidade máxima (1 g/cm³).

Nas regiões de clima muito frio, onde a temperatura cai freqüentemente para valores inferiores a 0°C, sabe-se que, embora lagos, mares e rios congelem na superfície, a água no fundo permanece no estado líquido, o que é providencial para a manutenção da fauna e flora aquáticas.

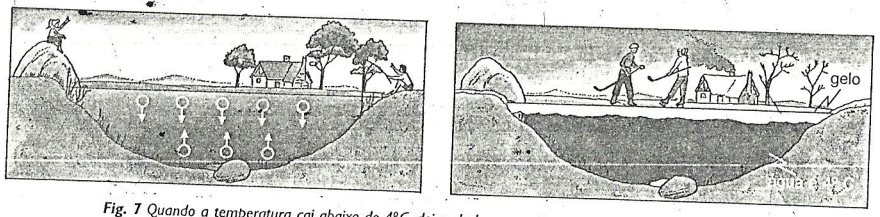


Fig. 7 Quando a temperatura cai abaixo de 4°C, deixa de haver movimentação da água por diferença de densidade.

A explicação dessa ocorrência é baseada no comportamento anômalo da água descrito. Consideremos, como é mostrado na figura 7, um corte de uma porção de água. Se a temperatura ambiente, acima da superfície da água, for superior a 4°C inicialmente (por exemplo, 15°C) e começar a diminuir, o resfriamento de todo o líquido é praticamente uniforme, porque a densidade da água superficial (mais fria) é maior que a da água do fundo (mais quente), tendendo a trocar de posição, o que faz com que a água se misture (Fig. 7a). No entanto, a partir do instante em que a temperatura atinge 4°C, deixa de haver movimentação por diferença de densidade, pois nessa temperatura a água tem densidade máxima (Fig. 7b). Se a temperatura ambiente continuar diminuindo, só se esfria a água da superfície (pois os líquidos são maus condutores térmicos), chegando a se formar uma crosta de gelo, que poderá ganhar em espessura à medida que a temperatura cai. No entanto, a água no fundo permanece no estado líquido.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

31. (PUC-SP) Quando a água é aquecida de 0°C a 100°C, ela se:
a) contrai e depois se dilata.
b) dilata e depois se contrai.
c) contrai sempre.
d) dilata sempre.
e) mantém volume constante.

32. Ao ser aquecido de 0°C até 4°C, sob pressão normal, o volume de água:
a) diminui.
b) aumenta.
c) mantém-se constante.
d) aumenta e depois diminui.
e) diminui e depois aumenta.

33. Ao ser aquecida de 1°C a 5°C, sob pressão normal, a densidade de certa quantidade de água:
a) aumenta.
b) diminui.
c) permanece constante.
d) inicialmente diminui e em seguida aumenta.
e) inicialmente aumenta e em seguida diminui.

34. Se a água tivesse densidade máxima a 0°C, como seria a formação de gelo num lago quando a temperatura caísse a 0°C (ou abaixo de 0°C)?

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

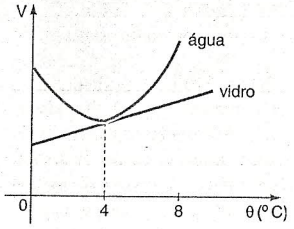
35. (UF-RS) A expressão "dilatação anômala da água" refere-se ao fato de uma determinada massa de água, a pressão constante:
a) possuir volume máximo a 4°C.
b) aumentar sua massa específica quando sua temperatura aumenta de 0°C para 4°C.
c) aumentar de volume quando sua temperatura aumenta de 0°C para 4°C.
d) reduzir de volume quando sua temperatura aumenta a partir de 4°C.
e) possuir uma massa específica constante acima de 4°C.

36. (PUC-RS) Um recipiente contém certa massa de água na temperatura inicial de 2°C e na pressão normal, quando é aquecido, sofre uma variação de temperatura de 3°C. Pode-se afirmar que, nesse caso, o volume de água:
a) diminui e após aumenta.
b) aumenta e após diminui.
c) diminui.
d) aumenta.
e) permanece constante.

37. Ao passar de 1°C para 3°C, um litro de água apresenta a seguinte característica:
a) Aumenta a densidade.
b) Desprende 2 000 calorias.
c) Aumenta de volume.
d) Diminui de densidade.
e) Permanece constante o volume.

38. (F. U. Itaúna-MG) Num recipiente, é aquecido um litro de água, que estava inicialmente a 2°C. É *correto* afirmar que:
a) o volume, a 10°C, será dobrado quando a temperatura atinge 20°C, pois o volume é diretamente proporcional à temperatura.
b) a partir do aquecimento, o volume de água sempre aumenta.
c) o volume de água é máximo a 4°C.
d) a partir de 2°C, a densidade da água diminui com o aquecimento, pois o volume aumenta.
e) a 4°C, o volume de água é menor que a 2°C.

39. (UF-RS) O gráfico mostra a variação do volume V de certa quantidade de água e do volume interno de um recipiente de vidro que a contém, em função de suas temperaturas (θ). Supondo que a 4°C o recipiente se encontre completamente cheio de água, esta transbordará do recipiente, se a temperatura da água e a do recipiente assumirem valores:



a) entre 0°C e 4°C, apenas.
b) acima de 4°C, apenas.
c) abaixo de 4°C, apenas.
d) acima de 10°C, apenas.
e) ou acima ou abaixo de 4°C.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

40. (PUC-SP) O tanque de álcool de 45 ℓ de um automóvel é preenchido completamente pelo motorista numa noite fria (5°C). Em seguida, o motorista guarda o veículo na garagem. Se a temperatura ambiente, na manhã seguinte, for de 25°C, quanto álcool terá vazado do tanque pelo "ladrão"? Despreze a dilatação do tanque.

Dado: coeficiente de dilatação real do álcool etílico $= \gamma = 1{,}12 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$

41. (UNEB-BA) Um recipiente contém um líquido ocupando 50% de seu volume, mesmo que se altere a temperatura do conjunto. Para manter essa porcentagem de ocupação, os coeficientes de dilatação volumétrica do material do frasco e do líquido, respectivamente, guardam a relação de:

a) 1 : 1
b) 1 : 2
c) 1 : 4
d) 1 : 5
e) 1 : 20

42. (UFC) Um bloco, que não se dilata, flutua em um líquido a 0°C, com 80% de seu volume submerso. Quando a temperatura do líquido é elevada para 100°C, o bloco fica totalmente submerso com sua superfície superior coincidindo com o nível do líquido. Determine o coeficiente de dilatação do líquido.

43. (UFOP-MG) Um frasco de vidro, cujo volume é 1 000 cm^3 a 0°C, está completamente cheio de mercúrio a essa temperatura. Quando o conjunto é aquecido até 200°C, transbordam 34 cm^3 de mercúrio.

Dado: coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio $= \gamma = 0{,}18 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.
Calcule:

a) o aumento de volume sofrido pelo mercúrio;
b) o coeficiente de dilatação linear do vidro.

44. (FEI-SP) O coeficiente de dilatação aparente de um líquido é:

a) menor que o real.
b) menor que o coeficiente de dilatação do recipiente.
c) maior que o real.
d) igual ao real.
e) não tem relação com o real.

45. Sabe-se que o coeficiente de dilatação cúbica de um frasco é igual ao coeficiente de dilatação do líquido nele contido. Sabe-se ainda que esse líquido preenche totalmente o frasco. Aquecendo-se o conjunto:

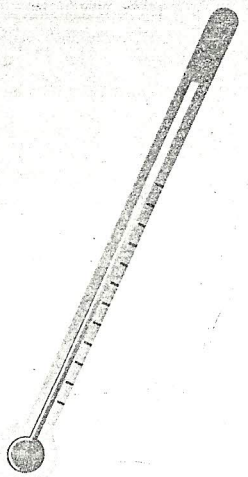
a) o líquido transborda.
b) o nível do líquido baixa, sobrando um espaço vazio dentro do frasco.
c) o líquido continua a preencher totalmente o frasco sem, entretanto, transbordar.
d) não há elementos para uma conclusão.

46. (FCMSC-SP) Um recipiente de vidro, cilíndrico e com diâmetro interno da base (conhecido) igual a d, contendo um certo líquido, é submetido a um aumento de temperatura de Δt (conhecido) sem que o líquido passe para o estado gasoso. Devido a este aquecimento, o nível da superfície do líquido aumenta de h_1 para h_2 (ambos conhecidos), em relação ao fundo do recipiente. Para se determinar o coeficiente de dilatação real do líquido, que outro valor precisaria ainda ser conhecido?

a) Coeficiente de dilatação aparente do líquido.
b) Coeficiente de dilatação linear do vidro.
c) Temperatura inicial do líquido.
d) Volume interno inicial do recipiente.
e) Temperatura final do líquido.

CAPÍTULO 5

CALORIMETRIA



1. O QUE É CALOR

Coloquemos um pedaço de ferro quente (90°C) no interior de um recipiente contendo água fria (5°C), como mostra a figura 1. Durante algum tempo a temperatura do ferro quente abaixará e a da água fria subirá, até que ambas se igualem.

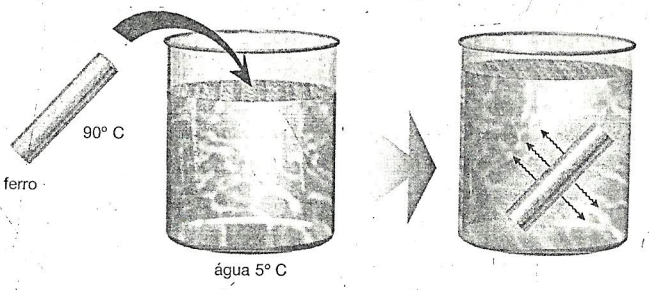


Fig. 1

Fenômenos como esse que acabamos de descrever se produzem sempre que colocamos um corpo quente em presença de outro corpo frio, isolados da influência de outros corpos. De algum modo, o corpo quente atuará sobre o corpo frio, exclusivamente devido à diferença de temperatura existente entre eles, e não em virtude de qualquer ação mecânica.

Interpretamos esse fenômeno como uma forma de energia, chamada *calor*, que se transfere do corpo mais quente para o corpo mais frio.

Calor é a energia que é transferida de um corpo para outro, exclusivamente devido à diferença de temperatura existente entre os corpos.

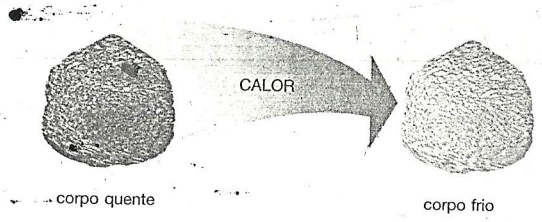


Fig. 2 O calor é transferido do corpo quente para o corpo frio.

Dizemos que:

o corpo quente	o corpo frio
• cede calor	• recebe calor
• perde calor	• ganha calor
• libera calor	• absorve calor

Estando os corpos isolados da influência de outros corpos, o calor cedido pelo corpo quente é inteiramente absorvido pelo corpo frio. É o princípio da conservação de energia.

É importante que entendamos que a troca de calor não é "infinita", pois, decorrido algum tempo, os corpos atingem o equilíbrio térmico, isto é, suas temperaturas se igualam.

De modo geral, quando não houver mudança do estado de agregação das moléculas de nenhum dos corpos envolvidos, ocorrerá o seguinte:

- À medida que o corpo quente for cedendo calor, sua temperatura irá caindo (Fig. 3a).
- À medida que o corpo frio for recebendo calor, sua temperatura irá aumentando (Fig. 3b).
- Evidentemente, haverá um instante em que essas temperaturas se igualarão e cessará a troca de calor (Fig. 3c).

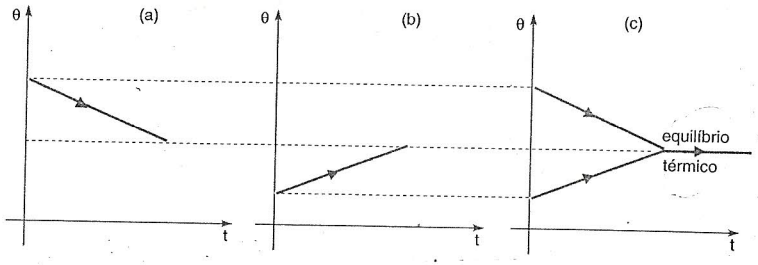


Fig. 3 Evolução da temperatura de cada um dos corpos, quente e frio, quando colocados em contato térmico. Por simplicidade, admitimos os gráficos retilíneos.

2. TEMPERATURA, ENERGIA TÉRMICA E CALOR

Ainda que para a Calorimetria essa definição de calor seja suficiente, vamos nos antecipar à Termodinâmica e estudar um pouco a sua natureza.

O calor é uma "energia em trânsito", isto é, uma energia que está passando de um corpo para outro, ou de um sistema para outro. O motivo é sempre o mesmo: a diferença de temperatura existente entre os dois corpos ou sistemas. É um erro pensarmos que o corpo que cedeu calor possuía mais energia que o outro. Apenas sua temperatura era maior. Para entendermos esse processo vamos definir energia térmica.

A *energia térmica* corresponde à energia cinética de vibração e de translação das moléculas de um sistema. Ela está relacionada diretamente com a temperatura absoluta do sistema e com o número de moléculas que ele possui. Vamos elaborar um exemplo simples: o sistema da figura 4a possui n moléculas de um gás a uma temperatura absoluta de 300 K; o sistema da figura 4b possui $2n$ moléculas do mesmo gás à mesma temperatura absoluta de 300 K.

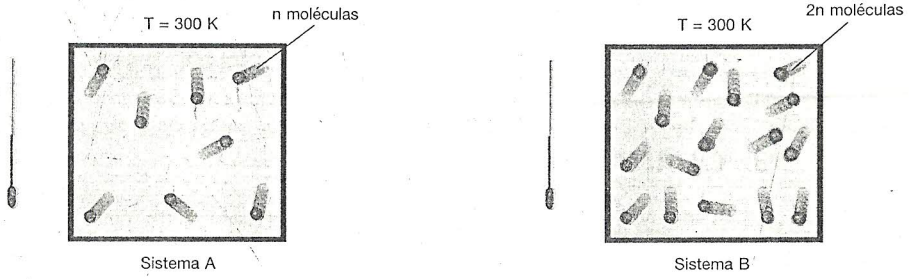


Fig. 4 Dois sistemas, A e B, com a mesma temperatura absoluta (T = 300 K). O sistema A possui n moléculas e o sistema B possui 2n moléculas. Todas as moléculas têm a mesma energia cinética.

Em ambos os sistemas, A e B, as moléculas estão à mesma temperatura absoluta (300 K) e, por conseguinte, cada uma delas tem a mesma energia cinética. No entanto, o sistema B possui mais energia térmica que o sistema A, pois tem o dobro de moléculas. Se colocarmos os sistemas A e B em contato térmico, não haverá troca de calor entre ambos, pois as temperaturas são iguais. Logo, a troca de calor não é função da quantidade de energia armazenada, mas da diferença de temperatura entre os corpos.

Por tudo que vimos até aqui, concluímos que:

A troca de calor entre dois sistemas não depende da energia térmica armazenada em cada um deles, mas sim da diferença de temperatura existente entre ambos.

O calor não é a energia térmica contida no corpo, mas sim uma energia em trânsito, devida exclusivamente à diferença de temperatura entre um corpo e outro.

Finalizando, vamos apresentar um exemplo mostrando bem os conceitos de calor e de energia térmica.

PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

Aquecemos um pedaço de ferro no fogo (Fig. 5a). O calor que ele recebe da chama é incorporado às suas moléculas sob a forma de energia térmica.

A seguir, o ferro quente é colocado sobre o tampo de uma mesa fria e lhe cede calor (Fig. 5b). A mesa o absorve e suas moléculas ganham energia térmica. Sua temperatura aumenta.

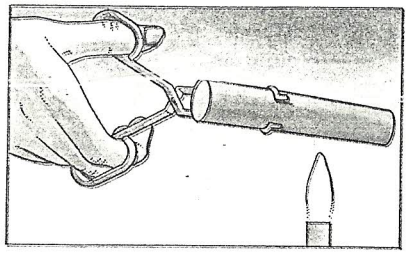
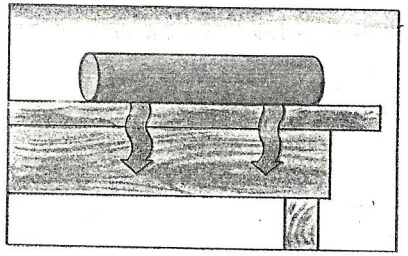


Fig. 5
a) O ferro está recebendo calor da chama.



b) O ferro quente está cedendo calor à mesa fria.

calor → energia térmica → calor → energia térmica

3. QUANTIDADE DE CALOR

Para avaliarmos quantitativamente o calor trocado entre dois corpos, adotamos a grandeza denominada quantidade de calor, que simbolizaremos por Q.

A unidade do calor

No Sistema Internacional de Unidades, a energia é medida em joules (J) e, evidentemente, vale para o calor, que também é uma energia. O joule já foi definido na Mecânica.

Por razões históricas, no entanto, usamos, até hoje, outra unidade de quantidade de calor, a caloria (cal), que assim se define:

> Uma *caloria* é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de um grama de água de 14,5°C a 15,5°C, sob pressão normal.

É comum, também, o uso de outra unidade de calor, a quilocaloria (kcal), múltiplo da caloria e tal que:

$$1 \text{ kcal} = 1\,000 \text{ cal}$$

> Uma *quilocaloria* é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 quilograma de água de 14,5°C a 15,5°C, sob pressão normal.

Em Termodinâmica vamos tomar conhecimento de uma experiência realizada pelo físico inglês James Prescott Joule, que resultará na relação entre a caloria e a unidade joule (J) do SI. Apenas nos anteciparemos a esse resultado, escrevendo que:

$$1 \text{ cal} = 4{,}186 \text{ J} \qquad 1 \text{ J} = 0{,}2388 \text{ cal}$$

Existe ainda outra unidade de calor, não muito usual em exercícios, mas com alguma utilidade prática, chamada Btu (*British thermal unit*):

$$1 \text{ Btu} = 252 \text{ cal} = 1\,055 \text{ J}$$

4. CALOR SENSÍVEL E CALOR LATENTE

Ao apresentar o conceito de calor, imaginamos que os dois corpos sofram variação de temperatura ao trocar calor. No entanto, há situações em que a temperatura de um dos corpos se mantém constante. É o que acontece quando um deles está mudando seu estado de agregação.

Se aquecermos água sob pressão normal, estando ela inicialmente a 10°C, verificaremos que a temperatura registrada pelo termômetro (Fig. 6a) sobe gradativamente até alcançar 100°C. A partir desse instante, embora continue o fornecimento de calor, a temperatura permanece constante e a água passa a sofrer uma mudança de estado, transformando-se em vapor o líquido contido no recipiente.

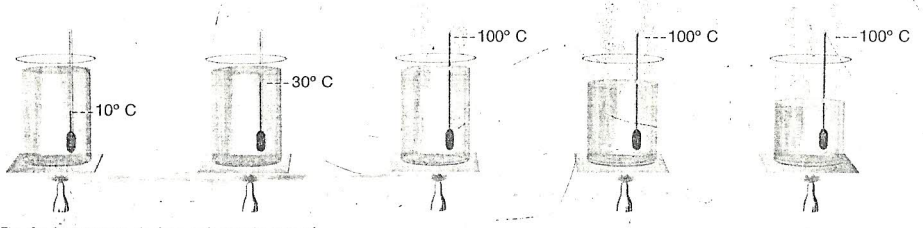


Fig. 6a Aquecimento da água, sob pressão normal.

Representando graficamente o processo, colocando em ordenadas os valores da temperatura e em abscissas o tempo decorrido, obtemos a curva de aquecimento representada na figura 6b. A reta paralela ao eixo dos tempos representa a mudança de estado ocorrida (vaporização), sendo usualmente chamada de patamar.

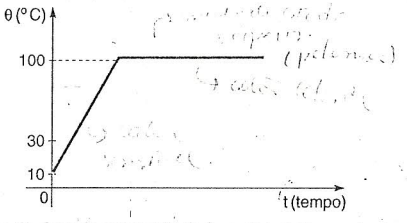


Fig. 6b Curva de aquecimento da água sob pressão normal.

Na experiência descrita, verificou-se que, ao receber calor da chama, a temperatura da água subiu. Esse calor que, ao ser trocado por um sistema, produz variação de temperatura costuma ser denominado *calor sensível*, em vista do fato de sua ação poder ser percebida através da leitura no termômetro. Durante a *mudança de estado*, embora continuasse a ocorrer troca de calor, a *temperatura permaneceu constante*, sendo necessário então introduzir o conceito de *calor latente*.

Define-se *calor latente* de uma mudança de estado a grandeza L que mede numericamente a quantidade de calor que a substância troca por grama durante a

mudança de estado. Por exemplo, para a vaporização da água descrita na experiência, o calor latente vale:

$$L_V = 540\ cal/g$$

Se ocorresse a mudança inversa, isto é, a passagem de água no estado de vapor para água líquida (condensação ou liquefação), a quantidade de calor envolvida no processo teria o mesmo módulo, mas, por convenção, seria negativa, uma vez que teria sido perdida pela substância. Assim, o calor latente de condensação da água vale:

$$L_C = -540\ cal/g$$

Para uma mesma substância, o valor do calor latente depende da transição que está ocorrendo. Quando o gelo (água no estado sólido) se derrete, convertendo-se em água no estado líquido (fusão), o calor latente é: $L_F = 80\ cal/g$. Para a transformação inversa (solidificação da água ou congelamento), o calor latente é: $L_S = -80\ cal/g$.

Como o calor latente L é expresso para a unidade de massa, se tivermos que calcular a quantidade de calor Q envolvida na mudança de estado de certa massa m da substância, deveremos usar a fórmula:

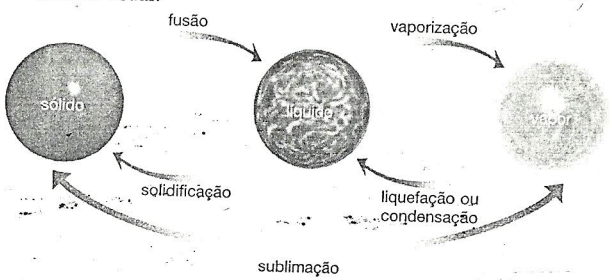
$$Q = mL$$

5. LEIS DAS MUDANÇAS DE ESTADO DE AGREGAÇÃO

Todo elemento, bem como a grande maioria de seus compostos, pode apresentar-se em cada um dos seguintes estados de agregação: sólido, líquido ou gasoso.

Como veremos mais detalhadamente no próximo capítulo, o estado de agregação de cada substância depende da temperatura e da pressão. Neste capítulo, estudaremos a mudança de estado de uma substância mantendo fixa a pressão e alterando sua temperatura com fornecimento ou retirada de calor da substância.

A transição entre um estado de agregação e outro tem a seguinte nomenclatura usual:



Embora não estudemos neste capítulo o mecanismo das mudanças de estado, vamos enunciar mais duas de suas leis fundamentais:

1.ª lei

Para uma dada pressão, cada substância possui uma temperatura fixa de fusão e outra temperatura fixa de vaporização.

2.ª lei

Para uma mesma substância e a uma dada pressão, a temperatura de solidificação coincide com a de fusão, bem como a temperatura de liquefação coincide com a de vaporização.

A tabela abaixo nos fornece, a título de exemplo, a temperatura de fusão (ou de solidificação) e a temperatura de vaporização (ou de liquefação) de algumas substâncias, sob pressão normal (1,0 atm).

Substância	Temperatura de fusão ou de solidificação	Temperatura de vaporização ou de liquefação
água	0°C	100°C
alumínio	660°C	2 330°C
chumbo	327°C	1 750°C
cobre	1 083°C	2 582°C
éter	− 116°C	35°C
zinco	420°C	907°C

Tomemos como exemplo o caso do chumbo: um pedaço dele, sob pressão normal e à temperatura ambiente, está no estado sólido. Se ele for aquecido até a temperatura de 327°C, continuando a receber calor, começará a fundir-se. Enquanto durar a fusão, isto é, enquanto houver um fragmento sólido de chumbo, a temperatura se manterá em 327°C (mantida constante a pressão). Terminada a fusão, estando o chumbo líquido a 327°C, continuando a receber calor, sua temperatura subirá até 1 750°C, quando se iniciará outra mudança de estado de agregação: a vaporização. Durante ela, sua temperatura se manterá em 1 750°C, mantida constante a pressão. Somente quando termina a vaporização, a temperatura volta a subir (Fig. 7).

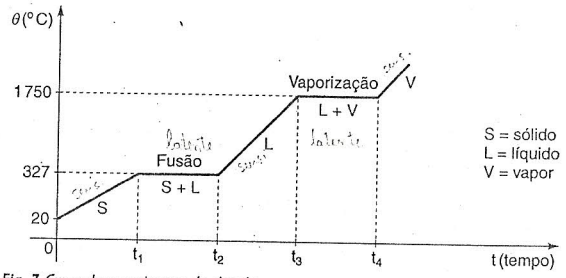


Fig. 7 Curva de aquecimento do chumbo.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Determine a quantidade de calor para fundir um bloco de gelo de massa 500 g que se encontra a 0°C. É dado o calor latente de fusão do gelo 80 cal/g. A pressão é normal.

Resolução:

O gelo já se encontra na temperatura de fusão e, portanto, ao receber calor, funde-se. A quantidade de calor latente é dada por:

$$Q = m \cdot L_f$$

Sendo $m = 500\,g$, $L_f = 80\,cal/g$

$$Q = 500 \cdot 80$$

$Q = 40\,000\,cal$ ou ainda $Q = 40\,kcal$

2. Determine a quantidade de *calor latente* necessária para vaporizar 200 g de água a 100°C, sob pressão normal.
Dado: calor latente de vaporização: $L_V = 540\,cal/g$.

3. O ponto de fusão da platina é 1 755°C e o calor latente é 27 cal/g. Calcule a quantidade de calor necessária para fundir 5,0 g de uma amostra desse metal, que se encontra a 1 755°C, sob pressão normal.

4. Esboce a curva de aquecimento (temperatura × tempo) da água, de −20°C a 150°C. Indique o patamar de fusão e o de vaporização. Admita que a pressão seja normal durante todo o aquecimento.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

5. (AFA-SP) Assinale a alternativa que define corretamente calor.
a) Trata-se de um sinônimo de temperatura em um sistema.
b) É uma forma de energia contida nos sistemas.
c) É uma energia de trânsito, de um sistema a outro, devido à diferença de temperatura entre eles.
d) É uma forma de energia superabundante nos corpos quentes.
e) É uma forma de energia em trânsito, do corpo mais frio para o corpo mais quente.

6. (Mackenzie-SP) A quantidade de calor necessária para que uma unidade de massa de uma substância mude de estado de agregação molecular é chamada calor latente de transformação. No caso da fusão, temos o calor latente de fusão (L_f) e, no caso da solidificação, temos o calor latente de solidificação (L_s). Considerando uma certa substância, sempre num mesmo ambiente, podemos afirmar que:
a) $L_f > |L_s|$
b) $|L_s| > L_f$
c) $L_s = L_f$
d) $L_f = 2|L_s|$
e) $L_s = -L_f$

7. (EFOA-MG) Um cubo de gelo está em fusão. Pode-se, então, afirmar que:
a) a temperatura aumenta havendo absorção de calor.
b) a temperatura aumenta e há liberação de calor.
c) a temperatura diminui e há liberação de calor.
d) a temperatura permanece constante e há absorção de calor.
e) a temperatura permanece constante e há liberação de calor.

8. (UC-MG) A quantidade de calor necessária para derreter 100 g de gelo a 0°C é, em cal:
a) 0,80 b) 8,0 c) 80 d) 800 e) 8 000

Observação:

O calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g.

9. (VUNESP-SP) Num mesmo local e ocasião, massas diferentes de água pura são aquecidas lado a lado, em dois recipientes abertos, desde a temperatura ambiente até começarem a ferver. Assinale a alternativa correta em relação aos valores, para os dois recipientes, das:
- quantidades de calor recebidas pelas massas de água desde o início do aquecimento até começarem a ferver (despreze quaisquer tipos de perda);
- temperaturas finais atingidas pelas massas de água; e
- densidades (ou massas específicas) das massas de água quando estão fervendo.

As quantidades de calor recebidas são:	As temperaturas finais atingidas são:	As densidades (ou massas específicas) são:
a) iguais	iguais	iguais
b) diferentes	diferentes	diferentes
c) iguais	diferentes	diferentes
d) diferentes	iguais	diferentes
e) diferentes	iguais	iguais

10. Esboce a curva de resfriamento da água, de +150°C a 0°C, incluindo a solidificação. Indique os patamares de condensação e de solidificação. Admita que a pressão se mantém constante e igual a 1,0 atm.

6. CALOR SENSÍVEL

Potência de uma fonte térmica

Seja Q a quantidade de calor que uma fonte térmica fornece a um sistema no intervalo de tempo Δt. Definimos potência média da fonte pela razão:

$$P_m = \frac{Q}{\Delta t}$$

Se em intervalos de tempos iguais a fonte fornecer sempre a mesma quantidade de calor, então a potência será constante.

$$P = P_m \implies P = \frac{Q}{\Delta t}, \quad \text{ou ainda} \quad Q = P \cdot \Delta t$$

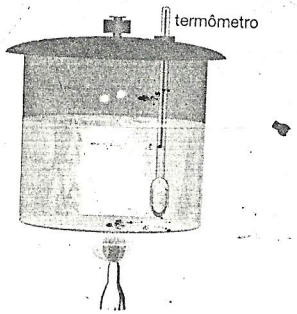


Fig. 8 Fonte de potência constante aquecendo um líquido.

Calor sensível

Na figura 8, o líquido contido no recipiente está sendo aquecido por uma fonte térmica de potência constante. A quantidade de calor fornecida é proporcional ao intervalo de tempo de aquecimento.

Verificamos que a temperatura cresce com o passar do tempo, isto é, a variação de temperatura é proporcional ao tempo de aquecimento (Fig. 9a). Conseqüentemente, a temperatura é também função da quantidade de calor fornecida, isto é, a variação de temperatura é proporcional à quantidade de calor fornecida (Fig. 9b).

Essa variação da temperatura com o fornecimento do calor ao sistema é o que caracteriza o calor sensível.

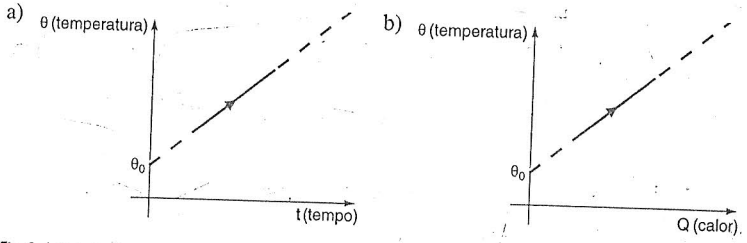


Fig. 9 A variação da temperatura ($\Delta\theta$) é função do tempo de aquecimento (9a) e da quantidade de calor fornecida (9b) ao sistema.

De modo geral, a variação de temperatura $\Delta\theta$ em função da quantidade de calor Q recebida pelo corpo apresenta-se de forma linear, desde que se considere um pequeno intervalo de temperatura.

Capacidade térmica

Vamos idealizar uma experiência usando uma fonte de potência constante e igual a 10 cal/s. Anotemos o tempo de aquecimento, a quantidade de calor fornecida e a variação de temperatura $\Delta\theta$.

Tempo de aquecimento	Quantidade de calor (Q)	Variação de temperatura ($\Delta\theta$)
10 s	100 cal	8°C
20 s	200 cal	16°C
30 s	300 cal	24°C
40 s	400 cal	32°C

A figura 10 é a representação gráfica dos dados da tabela anterior.

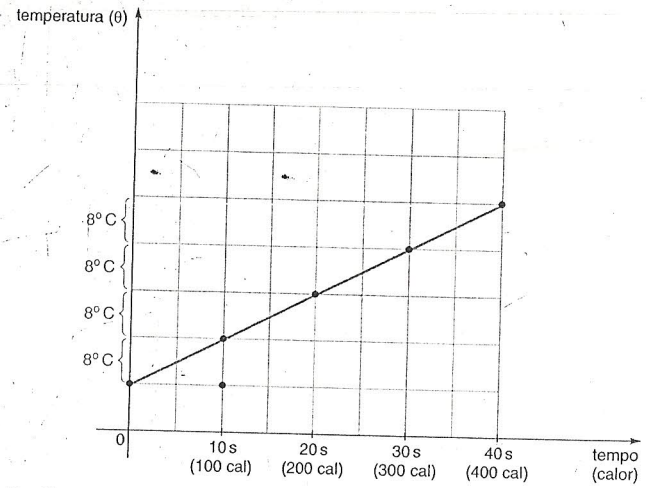


Fig. 10

Analisando o comportamento térmico dessa substância, verificamos que há uma relação constante entre a quantidade de calor (Q) recebida e a variação de temperatura ($\Delta\theta$) apresentada. Para cada 100 cal recebidas, a temperatura varia 8°C.

Portanto, essa relação constante entre a quantidade de calor Q e a respectiva variação de temperatura $\Delta\theta$ é uma grandeza característica do corpo em questão, sendo denominada *capacidade térmica*.

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

No exemplo apresentado, a capacidade térmica do corpo é C = 12,5 cal/°C.

Observe que a unidade usual de capacidade térmica, às vezes chamada também de capacidade calorífica, é caloria por grau Celsius (cal/°C), podendo ainda aparecer a caloria por kelvin (cal/K), que é igual à unidade anterior, uma vez que a variação de temperatura é expressa pelo mesmo número nas escalas Celsius e Kelvin.

Fisicamente podemos entender a capacidade térmica como a medida numérica da quantidade de calor que acarreta uma variação de 1°C (ou 1 K) na temperatura do corpo ao ser recebida por ele. No exemplo anterior, o corpo deve receber 12,5 calorias para que sua temperatura se eleve 1°C.

Calor específico

Se a experiência descrita no item anterior for repetida com corpos da mesma substância mas com diferentes massas, obter-se-ão os resultados expressos na seguinte tabela:

Massa (m)	Capacidade térmica (C)
25 g	12,5 cal/°C
50 g	25 cal/°C
75 g	37,5 cal/°C
100 g	50 cal/°C

Portanto, para corpos de uma mesma substância, a capacidade térmica é diretamente proporcional à massa, uma vez que, variando a massa, a capacidade térmica varia na mesma proporção. Então, a relação entre a capacidade térmica e a massa, para esses corpos da mesma substância, permanece constante:

$$\frac{C}{m} = \frac{12{,}5\ cal/°C}{25\ g} = \frac{25\ cal/°C}{50\ g} = \frac{37{,}5\ cal/°C}{75\ g} = \frac{50\ cal/°C}{100\ g} = 0{,}50\ cal/g°C$$

A relação constante entre a capacidade térmica C e a massa m de corpos da mesma substância é uma grandeza característica da substância em questão, sendo denominada calor específico:

$$c = \frac{C}{m}$$

No exemplo apresentado, o calor específico da substância vale c = 0,50 cal/g°C.
Resulta, da definição de calor específico, a sua unidade usual:

$\frac{cal/g}{°C} = \frac{cal}{g \cdot °C}$, que se lê "caloria por grama e grau Celsius".

Evidentemente, há outras unidades:

$$\frac{cal}{g \cdot °F};\quad \frac{cal}{g \cdot K};\quad \frac{kcal}{kg \cdot °C};\quad \frac{J}{kg \cdot K}\quad (SI)$$

Note que: $1\ \frac{kcal}{kg \cdot °C} = 1\ \frac{cal}{g \cdot °C}$.

Quanto ao significado físico de calor específico, podemos entendê-lo como a medida da quantidade de calor que acarreta, ao ser recebida por um grama da substância, uma variação de 1°C (ou 1 K) em sua temperatura. No exemplo apresentado, cada grama da substância deve receber 0,50 caloria para que sua temperatura se eleve 1°C.

Observações

1ª) Tendo em vista a definição de caloria, o calor específico da água vale: c = 1,0 cal/g°C. Rigorosamente, esse valor corresponde ao intervalo entre 14,5°C e 15,5°C, pois o calor específico de qualquer substância depende da temperatura em torno da qual é considerado. No entanto, essa influência da temperatura é pouco acentuada, não sendo usualmente levada em conta.
O calor específico da água líquida é um dos maiores da natureza. Esse fato confere à água um papel providencial na natureza, pois a água dos rios, lagos e mares constitui um termorregulador da temperatura ambiente, tendo importância primacial no condicionamento dos climas.
Realmente, o elevado calor específico da água faz com que ela troque grandes quantidades de calor sofrendo variações de temperatura pequenas, comparativamente com outras substâncias. Por isso, têm caráter mais ameno os climas das regiões litorâneas e insulares, enquanto os climas continentais, sobretudo onde falta a água (regiões desérticas e semi-desérticas), se caracterizam por elevadas temperaturas durante o dia e temperaturas muito baixas à noite.
Por exemplo, no deserto do Saara é comum a temperatura alcançar 50°C à sombra durante o dia, caindo para 5°C ou menos na noite seguinte.
A título de comparação, a tabela seguinte apresenta os calores específicos de várias substâncias, sob pressão normal e à temperatura de 20°C.

Substância	Calor específico (cal/g°C)
ouro	0,032
mercúrio	0,033
prata	0,056
cobre	0,093
latão	0,094
ferro	0,113
vidro	0,199
alumínio	0,217
éter	0,56
álcool	0,58
água	1,0

2ª) O valor do calor específico de uma substância depende do estado de agregação em que se encontra a substância. Por exemplo, para o caso da água, temos:
- gelo (água sólida): c = 0,50 cal/g°C.
- água líquida: c = 1,0 cal/g°C.
- vapor d'água: c = 0,48 cal/g°C.

7. CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CALOR SENSÍVEL

A capacidade térmica do corpo pode ser escrita, conforme vimos nos itens anteriores, de dois modos:

1º) da sua definição: $C = \frac{Q}{\Delta\theta} \implies Q = C \cdot \Delta\theta$ (I)

2º) da definição de calor específico: $c = \frac{C}{m} \implies C = m \cdot c$ (II)

Substituindo (II) em (I):

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Essa equação nos dá a quantidade de calor trocada por um corpo quando não houver mudança do estado de agregação.

Observações

1ª) Sendo θ_0 e θ_f as temperaturas inicial e final de um corpo, então a variação de sua temperatura será sempre:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_0$$

2ª) Havendo aquecimento do corpo, resultará:

$$\theta_f > \theta_0 \implies \Delta\theta > 0$$

Havendo resfriamento:

$$\theta_f < \theta_0 \implies \Delta\theta < 0$$

3ª) Como a massa e o calor específico são grandezas positivas, o sinal da quantidade de calor (Q) depende do sinal da variação de temperatura ($\Delta\theta$).

• aquecimento $\Delta\theta > 0$	$\implies$	calor recebido pelo corpo $Q > 0$
• resfriamento $\Delta\theta < 0$	$\implies$	calor cedido pelo corpo $Q < 0$

Exemplo:

Consideremos um pedaço de metal frio (10°C) e uma porção de água quente (90°C) no interior de um recipiente ideal (capacidade térmica nula, isto é, que não troca calor com os demais elementos do sistema). Vamos colocar o metal na água e aguardar o equilíbrio térmico. Suponhamos que ele ocorra após 5 minutos e que a temperatura final seja 30°C.

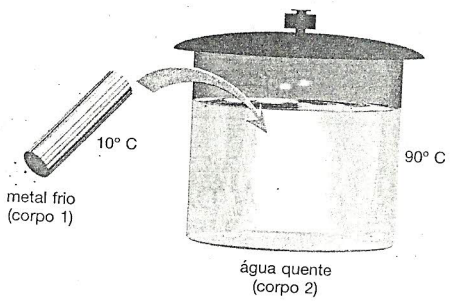
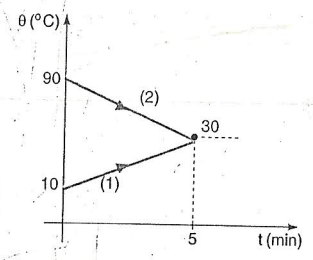


Fig. 11

Graficamente temos:



As variações de temperatura são:
corpo 1: $\Delta\theta_1 = 30 - 10 = +20°C$
corpo 2: $\Delta\theta_2 = 30 - 90 = -60°C$
O corpo (1) se aqueceu e $\Delta\theta_1 > 0$.
O corpo (2) se resfriou e $\Delta\theta_2 < 0$.

As equações são:

metal → $Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta\theta_1 > 0$
água → $Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta\theta_2 < 0$

A água quente cedeu calor para o metal frio.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

11. Calcule a quantidade de calor a ser fornecida a 200 g de uma substância para que ela se aqueça 50°C, sem mudança de estado. Seu calor específico é 0,80 cal/g°C.

Resolução:

A quantidade de calor sensível é dada por:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

Sendo

$m = 200\,g$ $\quad c = 0{,}80\,cal/g°C$ $\quad \Delta\theta = 50°C$

vem:

$Q = 200 \cdot 0{,}80 \cdot 50$

$Q = 8\,000\,cal$ ou $Q = 8{,}0\,kcal$

12. Fornecendo a um corpo de massa 1,0 kg uma quantidade de calor igual a 5,0 kcal, sua temperatura aumenta de 20°C para 60°C, sem, contudo, mudar o estado de agregação. Determine:

a) sua capacidade térmica;

b) o calor específico da substância de que é constituído o corpo.

13. A um corpo forneceram 9,0 kcal, aquecendo-o sem mudar o seu estado de agregação. Sua massa é igual a 200 g e o calor específico da substância de que ele é constituído vale 0,45 cal/g°C. Determine:

a) sua capacidade térmica;

b) a elevação de temperatura.

14. Com a finalidade de determinar o calor específico do alumínio, fez-se a seguinte experiência: aqueceu-se um bloco de 5,0 g desde 20°C e gastaram-se 10 J de calor. Calcule o seu calor específico.

Resolução:

Trabalhemos no SI de unidades:

$Q = 10\,J$

$m = 5{,}0\,g = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\,kg$

$\Delta\theta = 22°C - 20°C = 2°C = 2\,K$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \qquad c = \dfrac{Q}{m \cdot \Delta\theta}$

$c = \dfrac{10}{5{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 2} \qquad c = 1{,}0 \cdot 10^{3}\,\dfrac{J}{kg \cdot K}$

15. Forneceram-se a 1,0 ℓ de água $4{,}2 \cdot 10^4$ J de calor e sua temperatura elevou-se de 20°C a 30°C. Calcule o calor específico da água, no SI. É dada a sua densidade: 1,0 kg/ℓ.

16. Uma fonte térmica apresenta potência constante de 12 kcal/min. Em quanto tempo ela aquece 10 ℓ de água de 10°C a 70°C?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g°C; densidade da água = 1,0 kg/ℓ.

Resolução:

A quantidade de calor para aquecer os 10 ℓ de água é:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

Sendo:

$c = 1{,}0\,cal/g°C$

$\Delta\theta = 70°C - 10°C = 60°C$

$10\,\ell \rightarrow m = 10\,kg = 10 \cdot 10^3\,g = 1{,}0 \cdot 10^4\,g$

vem:

$Q = 1 \cdot 10^4 \cdot 1{,}0 \cdot 60$

$Q = 6{,}0 \cdot 10^5\,cal = 6{,}0 \cdot 10^2\,kcal$

A potência da fonte é:

$P = \dfrac{Q}{\Delta t}$

Então, sendo P = 12 kcal/min, vem:

$\Delta t = \dfrac{Q}{P} \qquad \Delta t = \dfrac{6{,}0 \cdot 10^2}{12} \qquad \Delta t = 50\,min$

17. Um aquecedor elétrico funcionando durante 1,6 minuto aquece, de 20°C até o ponto de ebulição, 2,0 ℓ de água. Admitindo que não haja dissipação de calor, isto é, que todo calor do aquecedor seja utilizado exclusivamente pela água, determine a potência do aquecedor.

Dados: calor específico da água = 1,0 kcal/kg°C; densidade da água = 1,0 kg/ℓ.

18. Em um recipiente de capacidade térmica desprezível, foram aquecidos 20 ℓ de água, usando-se um aquecedor elétrico de potência 4 000 W. Estando o sistema inicialmente a 20°C, qual foi o tempo de aquecimento, sabendo que a temperatura final foi 50°C?

Dados: calor específico da água = $4{,}0 \cdot 10^3$ J/kg°C; densidade da água = 1,0 kg/ℓ.

Observação:

Um watt (1 W) é a unidade de potência do SI correspondente a um joule por segundo.

$$1\,W = 1\,\frac{J}{s}$$

19. Um chuveiro elétrico de potência 4,0 kW deixa passar água com vazão de 10 ℓ/min. A água fria entra a 20°C. Determine a temperatura da água quente que sai do chuveiro.

Dados: $C_{água} = 4{,}0 \cdot 10^3$ J/kg °C; densidade da água = 1,0 kg/ℓ.

Resolução:

A quantidade de calor absorvida pela água durante certo intervalo de tempo Δt é:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

Nessa equação, *m* representa a massa de água que atravessou o chuveiro no intervalo de tempo Δt.

Sendo a potência dada por:

$P = \dfrac{Q}{\Delta t}$, vem: $P = \dfrac{m \cdot c \cdot \Delta\theta}{\Delta t}$

O quociente $\dfrac{m}{\Delta t}$ é denominado vazão (em massa) da água; iremos indicá-lo por Z.

$P = Z \cdot c \cdot \Delta\theta \qquad \Delta\theta = \dfrac{P}{Z \cdot c}$

Sendo:

$P = 4{,}0\,kW = 4\,000\,W$

$c_{água} = 4{,}0 \cdot 10^3\,J/kg°C$

$Z = 10\,\ell/min = 10\,kg/min = \dfrac{10}{60}\,\dfrac{kg}{s} = \dfrac{1}{6}\,kg/s$

Temos:

$\Delta\theta = \dfrac{4\,000}{\frac{1}{6} \cdot 4{,}0 \cdot 10^3}$

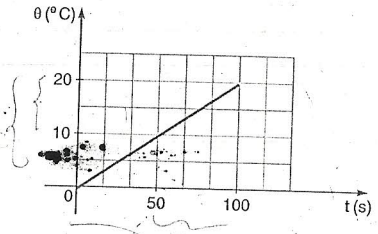
$\Delta\theta = 6{,}0°C$

Como $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$

$\theta_f = \theta_i + \Delta\theta$

$\theta_f = 20 + 6 \qquad \theta_f = 26°C$

20. Uma amostra de metal com capacidade térmica de 250 J/°C absorve totalmente o calor fornecido por uma fonte de potência constante. A evolução da temperatura da amostra, em função do tempo, está registrada no gráfico. Qual é a potência da fonte, em *W*?



Resolução:

Do gráfico podemos concluir que, no intervalo de tempo $\Delta t = 100$ s, a amostra aqueceu-se de $\Delta\theta = 20$°C.

A quantidade de calor fornecida à amostra nesse intervalo de tempo é:

$Q = C \cdot \Delta\theta$

Sendo $C = 250$ J/°C, vem:

$Q = 250 \cdot 20$ $\qquad Q = 5\,000$ J

A potência da fonte é:

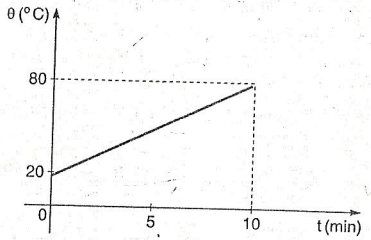
$$P = \frac{Q}{\Delta t} \qquad P = \frac{5\,000}{100}$$

$P = 50$ W

21. Com o objetivo de determinar o calor específico de um líquido, um técnico fez duas experiências.

1ª Experiência:

Com um bico de Bunsen aqueceu 100 g de água, obtendo o gráfico ao lado, que representa a temperatura em função do tempo de aquecimento.

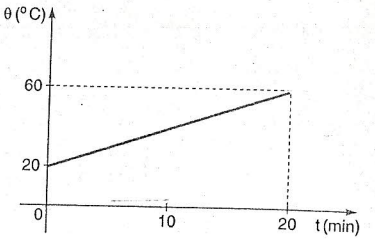


2ª Experiência:

Utilizando o mesmo bico de Bunsen, com a mesma regulagem, aqueceu 1 000 g do líquido, obtendo o gráfico ao lado.

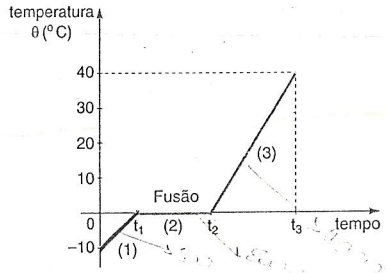
Desprezando o calor absorvido pelos recipientes que continham a água e o líquido, determine:

a) a potência do bico de Bunsen;
b) o calor específico do líquido utilizado na segunda experiência.



22. A curva de aquecimento abaixo refere-se à água. Inicialmente no estado sólido (gelo a −10°C), sofre um aquecimento, funde-se totalmente e, a seguir, no estado líquido, é aquecida até atingir a temperatura de 40°C.

Dados: calor específico, no estado sólido, 0,50 cal/g°C; calor específico, no estado líquido, 1,0 cal/g°C; calor latente de fusão, 80 cal/g.



Sendo a massa igual a 100 g, determine:

a) a quantidade de calor sensível que aqueceu o gelo;
b) a quantidade de calor latente que fundiu o gelo totalmente;
c) a quantidade de calor sensível que aqueceu a água até 40°C;
d) a quantidade total de calor usada.

Resolução:

a) O gelo foi aquecido no intervalo de tempo $(0; t_1)$ e o calor necessário foi:

$Q_1 = m \cdot c_s \cdot \Delta\theta$

$Q_1 = 100 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-10)]$

$Q_1 = 500$ cal

b) A fusão do gelo ocorreu no intervalo de tempo $(t_1; t_2)$ e o calor necessário foi:

$Q_2 = m \cdot L_f$

$Q_2 = 100 \cdot 80$ $\qquad Q_2 = 8\,000$ cal

c) A água resultante da fusão do gelo estava, inicialmente, a 0°C e foi levada a 40°C. Tudo isso ocorreu no intervalo de tempo $(t_2; t_3)$.

$Q_3 = m \cdot c_a \cdot \Delta\theta$

$Q_3 = 100 \cdot 1{,}0 \cdot (40 - 0)$ $\qquad Q_3 = 4\,000$ cal

d) O calor total usado foi:

$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$Q_t = 500 + 8\,000 + 4\,000$

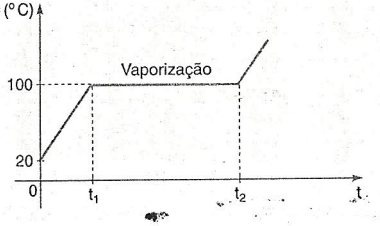
$Q_t = 12\,500$ cal $\qquad$ ou, ainda, $\qquad Q_t = 12{,}5$ kcal

23. O gráfico representa a temperatura θ (°C) em função do tempo t da água que se encontra num recipiente e que está sendo aquecida. A massa inicial de água é 0,50 kg.

Dados: calor específico da água = 1 cal/g°C; calor latente de vaporização = 540 cal/g.

Determine:

a) a quantidade de calor sensível usada durante o aquecimento da água;
b) a quantidade de calor latente usada durante a vaporização total da água;
c) a quantidade total de calor usada até a vaporização total.

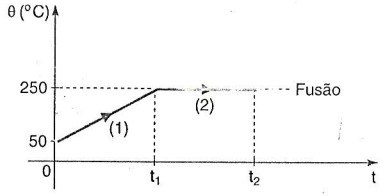


24. A temperatura de fusão de um corpo é 250°C e o calor latente de fusão é 15 cal/g. Sendo sua massa 400 g e estando ele à temperatura de 50°C, determine a quantidade de calor necessária para fundir 100 g dele.

Dado: calor específico no estado sólido = 0,050 cal/g°C.

Resolução:

Inicialmente, constrói-se o diagrama da temperatura θ (°C) em função do tempo t.



(1): representa o aquecimento até a temperatura de fusão (250°C)

(2): representa a fusão (parcial) de 100 g do corpo

$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

$Q_1 = 400 \cdot 0{,}050 \cdot (250 - 50)$ $\qquad Q_1 = 4\,000\,cal$

$Q_2 = m_f \cdot L_f$

$Q_2 = 100 \cdot 15$ $\qquad Q_2 = 1\,500\,cal$

O calor total é:

$Q = Q_1 + Q_2$ $\qquad Q = 4\,000 + 1\,500$ $\qquad Q = 5\,500\,cal$

25. Tem-se uma amostra de 100 g de gelo a −50°C. Pretendendo obter água em equilíbrio térmico com 50 g de vapor, aquecemos o sistema. Admitindo que todo o calor seja integralmente aproveitado pela substância, determine a quantidade total de calor a ser usada.

Dados: $c_s = 0{,}50\,\frac{cal}{g°C}$ (gelo); $L_f = 80\,\frac{cal}{g}$; $c_a = 1{,}0\,\frac{cal}{g°C}$ (água); $L_v = 540\,\frac{cal}{g}$.

26. Certo metal tem calor específico $c = 0{,}20\,cal/g \cdot K$ no estado sólido, ponto de fusão $\theta_f = 1\,300\,K$, calor de fusão $L = 50\,cal/g$. Uma amostra desse metal tem massa $m = 100\,g$ e apresenta-se inicialmente à temperatura $\theta_i = 300\,K$. Fornece-se calor à amostra, até que se funda a metade dela.

a) Esboce o diagrama da temperatura θ (K) em função do tempo t. Indique apenas os valores significativos de temperatura.

b) Determine a quantidade total de calor fornecida ao metal.

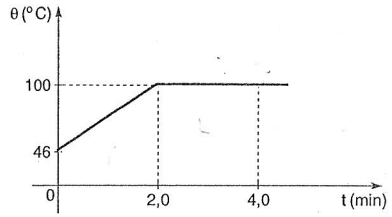
27. 1 kg de gelo está à temperatura t = −10°C. Calcule a quantidade de calor necessária para fazer com que a água que o constitui entre em ebulição.

Dados: calor latente de fusão do gelo = 79,7 cal/g; calor latente de vaporização da água = 539 cal/g; calor específico do gelo = 0,55 cal/g.

Observação:

Considere que a água não será vaporizada.

28. Em uma panela foram aquecidos 0,20 kg de água através do bico de gás de um fogão. O gráfico mostra a temperatura θ (°C) em função do tempo t (min). Supõe-se que o bico de gás forneça calor com potência térmica constante e que todo o calor seja aproveitado integralmente para aquecer a água.



Dados: calor específico da água = = 1,0 cal/g°C; calor latente de vaporização = 540 cal/g.

Determine:

a) a quantidade de calor absorvida pela água nos 2,0 minutos iniciais;

b) a potência térmica da fonte (bico de gás);

c) a massa de água que vaporizou após 4 minutos de aquecimento.

Resolução:

a) Nos 2 minutos iniciais, a água aqueceu-se de 46°C até 100°C.

$\Delta\theta = 100°C - 46°C = 54°C$

A quantidade de calor absorvida é dada por:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

Sendo:

$m = 0{,}20\,kg = 200\,g$

$c = 1{,}0\,cal/g°C$

vem:

$Q = 200 \cdot 1{,}0 \cdot 54$

$Q = 10\,800\,cal$ ou $Q = 10{,}8\,kcal$

b) A potência da fonte se calcula por:

$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{10\,800}{2}$ $\qquad P = 5\,400\,cal/min$

c) Observe, no gráfico, que a água entrou em ebulição no instante $t_1 = 2{,}0\,min$. Em 4,0 minutos de aquecimento teremos:

$\Delta t = 4{,}0 - 2{,}0$

$\Delta t = 2{,}0\,min$ (de vaporização)

Nesses 2 minutos de vaporização, a quantidade de calor fornecida à água foi:

$Q = P \cdot \Delta t$

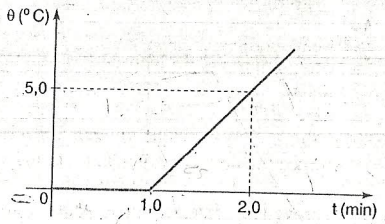
$Q = 5\,400 \cdot 2{,}0$ $\qquad Q = 10\,800\,cal$

Sendo $Q = m_v \cdot L_v$, a massa de água vaporizada (m_v) será: $m_v = \frac{Q}{L_v}$.

Sendo

$Q = 10\,800\,cal$ e $L_v = 540\,cal/g$, vem: $\qquad m_v = \frac{10\,800}{540}$ $\qquad m_v = 20\,g$

29. Em um recipiente adiabático (recipiente termicamente isolado) há um bloco de gelo, de massa *m*, em equilíbrio térmico com 150 g de água. A pressão é mantida constante e igual a 1,0 atm. O sistema é levado a uma fonte térmica que lhe fornece calor com potência constante, e ela permitiu que fosse levantado o diagrama temperatura em função do tempo que se mostra ao lado.



Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g°C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.
Determine a massa inicial do gelo.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

30. (AFA-SP) A massa de 1,0 kg de água, ao sofrer uma elevação de temperatura de 5,0°C para 95°C, absorve o calor de, aproximadamente:

a) 5,0 kcal
b) 90 kcal
c) 200 kcal
d) 1 000 kcal
e) 90 000 kcal

Dado: c = 1,0 kcal/kg°C (água).

31. (EFOCB) A quantidade de calor que se deve fornecer a um quilograma de uma substância para elevar sua temperatura de 5,0°C é igual a 3 000 calorias.
O calor específico da substância, no intervalo de temperatura considerado, é dado em cal/g°C pelo valor:

a) 3,0
b) 15
c) 2,7
d) 1,7
e) 0,60

32. (UE-CE) Cedem-se 684 cal a 200 g de ferro que estão a uma temperatura de 10°C. Sabendo que o calor específico do ferro vale 0,114 cal/g°C, concluímos que a temperatura final do ferro será:

a) 10°C
b) 20°C
c) 30°C
d) 40°C
e) 50°C

33. (UFPEL-RS) Duas esferas metálicas, maciças, do tamanho de uma bolinha de tênis, de mesma massa, porém de materiais diferentes, são mergulhadas durante 15 minutos em água fervente. A seguir são colocadas sobre um grande bloco de gelo a 0°C. A massa de gelo derretida será a mesma para as duas esferas? Justifique.

34. (UNIP-SP) 2,1 kJ de calor foram fornecidos a 0,10 kg de água, cujo calor específico sensível é $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg K. A variação de temperatura sofrida pela água vale:

a) 0,50 K
b) 2,0 K
c) 5,0 K
d) 10 K
e) 20 K

Observação: Admita que não houve mudança de estado.

35. (Mackenzie-SP) Considere as afirmativas:

I – O calor absorvido ou cedido por um corpo depende, além da temperatura, da massa e da natureza da substância que constitui o corpo.
II – Capacidade térmica de um corpo é a razão entre a quantidade de calor a ele cedida e a elevação de temperatura correspondente.

III – Um corpo pode receber calor sem aumentar a sua temperatura.

Assinale:

a) somente I é correta.
b) somente II é correta.
c) somente II e III são corretas.
d) todas são corretas.
e) nenhuma é correta.

36. Se o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g, qual é o seu valor no SI? Sabe-se que 1 cal = 4,2 J.

37. (UF-RS) Sabe-se que 1 J = 1 W · s. Qual das alternativas abaixo possui a dimensão de calor específico no SI de unidades?

a) W · s/kg · K
b) W · s/g · °C
c) W/kg · K
d) W/s · kg · K
e) W/g · K

38. (UF-RS) Um aquecedor elétrico de 110 W, instalado no interior de um calorímetro, é acionado durante 5 minutos, verificando-se a fusão de 100 g de gelo, que se encontravam a 0°C. Que valor apontam esses dados para o calor de fusão do gelo, em J/g?

a) 5,5
b) 33
c) 80
d) 330
e) 335

39. (CESGRANRIO-RJ) Numa casa de praia, deseja-se aquecer 1,0 litro de água num recipiente termicamente isolado, por meio de um aquecedor elétrico de 420 W. A água foi introduzida no recipiente a 10°C. Sabendo-se que o calor específico da água é igual a $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg°C, o tempo necessário para a água começar a ferver será aproximadamente de:

a) 5,0 minutos
b) 10 minutos
c) 15 minutos
d) 42 minutos
e) 1,0 hora

40. (ACAFE-SC) Um aquecedor eleva a temperatura de 360 g de água de 25°C para 30°C em 30 segundos. Para aumentar a temperatura de 900 g de álcool de 20°C para 30°C, o tempo gasto por este mesmo aquecedor, em segundos, é representado pela alternativa:

a) 50
b) 60
c) 70
d) 80
e) 90

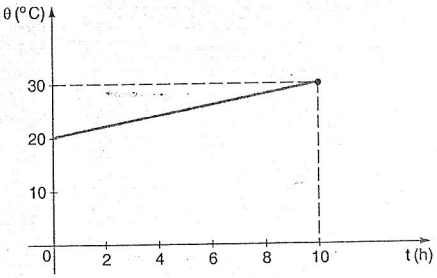
Dados: $c_{água} = 1$ cal/g°C; $c_{álcool} = 0{,}6$ cal/g°C.

41. (FUVEST-SP) Um aquecedor de água, que utiliza energia solar, absorve num dia ensolarado uma potência de 2 000 W. Para aquecer 100 litros de água, de 15°C a 40°C, nesse aquecedor, desprezando-se às perdas, serão necessários aproximadamente:

a) 10 minutos
b) 20 minutos
c) 40 minutos
d) 80 minutos
e) 160 minutos

Dado: calor específico da água = 4 000 J · kg^{-1} · $°C^{-1}$.

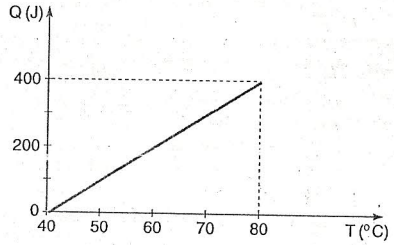
42. (UF-PE) Um tanque contém 3 000 litros de água cuja temperatura é elevada, segundo o gráfico ao lado, durante um período de 10 horas, devido à variação da temperatura externa. Qual a potência, em watts (W), consumida durante este período? Considere a massa específica da água constante neste intervalo de temperatura.
Dados: densidade da água: $\mu = 1{,}0$ kg/ℓ; calor específico da água: c = $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg · °C.



43. (FUVEST-SP) Um recipiente contendo 3 600 g de água à temperatura inicial de 80°C é posto num local onde a temperatura ambiente permanece sempre igual a 20°C. Após 5,0 horas o recipiente e a água entram em equilíbrio térmico com o meio ambiente. Durante esse período, ao final de cada hora, as seguintes temperaturas foram registradas para a água: 55°C, 40°C, 30°C, 24°C e 20°C. Pedem-se:

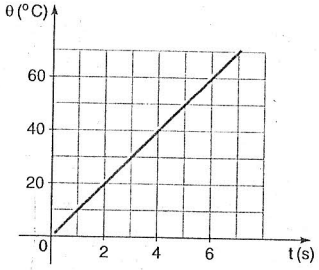
a) um esboço indicando valores nos eixos, do gráfico da temperatura da água em função do tempo;
b) em média, quantas calorias por segundo a água transferiu para o ambiente.

44. (UF-PE) Um corpo de massa igual a 25 g está inicialmente a uma temperatura de 40°C. Se o gráfico abaixo representa a quantidade de calor em joules necessária para variar sua temperatura, determine em unidades de 10^{-2} J/g°C o calor específico da substância de que é feito o corpo.



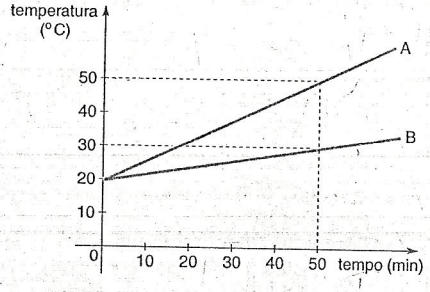
45. (FCMSC-SP) Um corpo recebe calor de uma fonte, na razão constante de 20 calorias por segundo, sem trocar calor com outros corpos. A temperatura θ do corpo em função do tempo t está descrita no gráfico abaixo. A capacidade térmica do corpo, em cal/°C, é igual a:

a) 0,050
b) 0,50
c) 2,0
d) 10
e) 20

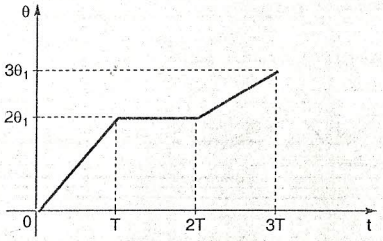


46. (UF-PA) Dois corpos, A e B, são aquecidos, separadamente, pela mesma fonte de calor que fornece 120 cal/min. A massa do corpo A é 600 gramas e a do corpo B, 200 gramas. Analisando o gráfico abaixo, verifica-se que o calor específico do corpo A (c_A) e o calor específico do corpo B (c_B) obedecem à relação:

a) $c_A = c_B/9$
b) $c_A = c_B/6$
c) $c_A = c_B/3$
d) $c_A = 2\,c_B$
e) $c_A = 3\,c_B$



47. (UNIP-SP) O diagrama abaixo representa a temperatura θ de um corpo, inicialmente no estado sólido, em função do tempo t, quando ele é aquecido por uma fonte de calor de potência constante.

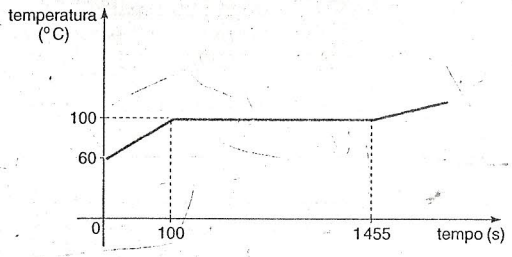


Com relação aos calores específicos desta substância nos estados sólido e líquido, podemos afirmar:

a) são iguais.
b) no estado sólido é a metade.
c) no estado sólido é o dobro.
d) no estado sólido valem 2/3 do calor específico no estado líquido.
e) faltam dados para uma conclusão.

48. (Mackenzie-SP) Uma fonte calorífica fornece calor, com potência constante, a 500 gramas de água (calor específico: 1,0 cal · g^{-1} · $°C^{-1}$) sob pressão normal. A temperatura da água varia de acordo com o gráfico ao lado, o qual não está desenhado em escala. Nessas condições, o calor latente de vaporização da água é:

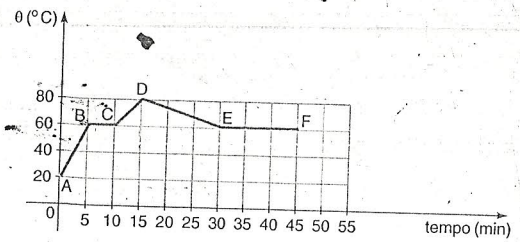
a) −540 cal · g^{-1}
b) 539 cal · g^{-1}
c) 540 cal · g^{-1}
d) 541 cal · g^{-1}
e) 542 cal · g^{-1}



49. (ITA-SP) Um fogareiro é capaz de fornecer 250 calorias por segundo. Colocando-se sobre o fogareiro uma chaleira de alumínio de massa 500 g, tendo no seu interior 1,2 kg de água à temperatura ambiente de 25°C, a água começará a ferver após 10 minutos de aquecimento. Admitindo-se que a água ferve a 100°C e que o calor específico da chaleira de alumínio é 0,23 cal/g°C e o da água 1,0 cal/g°C, pode-se afirmar que:

a) toda a energia fornecida pelo fogareiro é consumida no aquecimento da chaleira com água, levando a água à ebulição.
b) somente uma fração inferior a 30% da energia fornecida pela chama é gasta no aquecimento da chaleira com água, levando a água à ebulição.
c) uma fração entre 30 e 40% da energia fornecida pelo fogareiro é perdida.
d) 50% da energia fornecida pelo fogareiro é perdida.
e) a relação entre a energia consumida no aquecimento da chaleira com água e a energia fornecida pelo fogão em 10 minutos situa-se entre 0,70 e 0,90.

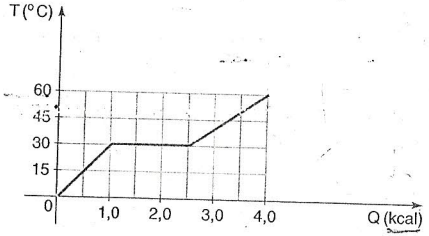
50. (FUVEST-SP) Determinada massa de uma substância, inicialmente no estado sólido, encontra-se num recipiente. Um elemento aquecedor, que lhe fornece uma potência constante, é ligado no instante t = 0 e desligado num certo instante. O gráfico a seguir indica a temperatura θ da substância, em função do tempo.



a) Em que instante o aquecedor foi desligado e em que intervalo de tempo a substância está totalmente sólida?
b) Descreva que fenômeno físico está ocorrendo no trecho BC e que fenômeno físico está ocorrendo no trecho EF.

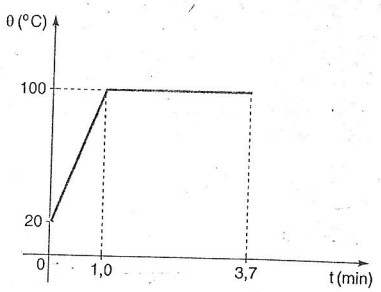
51. (EFOA-MG) O diagrama abaixo mostra a variação de temperatura de certa massa de uma substância em função do calor recebido. Sabe-se que o calor de fusão desta substância é 30 cal/g e que a 0°C ela se encontrava no estado sólido. Nestas condições verifica-se que a massa da substância é aproximadamente:

a) 50 g
b) 100 g
c) 150 g
d) 200 g
e) 250 g

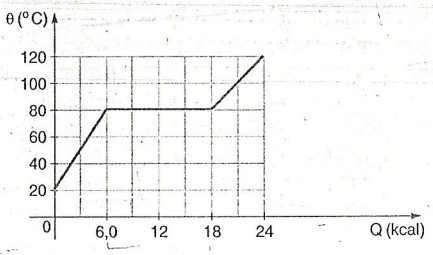


52. (FUVEST-SP) O gráfico ao lado representa a temperatura θ (°C) em função do tempo de aquecimento t (min) da água contida numa panela que está sendo aquecida por um fogão. A panela contém inicialmente 0,20 kg de água, e a potência calorífica fornecida pelo fogão é constante. O calor latente de vaporização da água é de 540 cal/g. Determine:

a) a quantidade de calor absorvida pela água no primeiro minuto;
b) a massa de água que ainda permanece na panela após 3,7 min de aquecimento.



53. (UF-RN) A figura representa a temperatura de 200 gramas de uma substância, inicialmente no estado líquido, em função do calor por ela absorvido.



Podemos afirmar que:

I) O calor específico do líquido é 0,6 cal/g°C.
II) A temperatura de ebulição é 120°C.
III) O calor latente de vaporização é 60 cal/g.
IV) O calor específico no estado de vapor é 0,75 cal/g°C.

Das afirmações acima, as corretas são:

a) I e IV b) I e III c) I e II d) II e III e) III e IV

54. (PUC-SP) Temos 50 g de gelo a 0°C. Que quantidade de calor devemos fornecer à massa de gelo para obter 50 g de água a 10°C?

Dados: $L_f = 80$ cal/g; calor específico da água c = 1,0 cal/g°C; ponto de fusão do gelo, 0°C.

55. (CESUPA-PA) A quantidade de calor que deve ser retirada de 200 g de água ($c_a = 1$ cal/g°C) a 20°C para convertê-la em gelo a 0°C ($L_f = 80$ cal/g), em kcal, é:

a) 10 d) 40
b) 20 e) 50
c) 30

56. (UNEB-BA) Um bloco de gelo, de massa 20 g, está a −8°C sob pressão de 1,0 atm. Para se obter somente líquido a 0°C, deve-se fornecer calor ao bloco, em calorias, igual a:

a) 80 c) 1 600 e) 1 680
b) 880 d) 1 640

Dados: $C_{gelo} = 0{,}50$ cal/g°C; $L_{fusão} = 80$ cal/g.

8. CALORÍMETRO. EQUIVALENTE EM ÁGUA

Quando se realizam experiências para determinar calores específicos, capacidades térmicas, etc., utilizam-se dispositivos denominados calorímetros, existindo vários tipos. O mais usado e mais simples é o calorímetro de mistura ou de água (Fig. 12). Ele consta fundamentalmente de um recipiente, que contém certa quantidade conhecida de água, isolado termicamente do exterior para que o ambiente não interfira no equilíbrio térmico. Faz parte do calorímetro de mistura um termômetro para avaliar a temperatura inicial da água e a temperatura final, depois das trocas de calor.

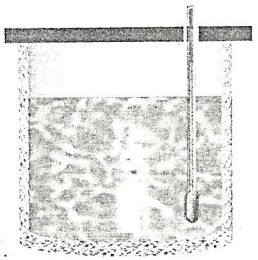


Fig. 12 O calorímetro de mistura.

Logicamente, é desejável que o calorímetro interfira o mínimo possível na troca de calor no seu interior. Seria ideal o calorímetro que tivesse capacidade térmica nula, mas isso, evidentemente, é impossível. Então, na prática, o bom calorímetro é aquele que possui capacidade térmica bem pequena, se possível desprezível, em vista das quantidades de calor trocadas envolvidas no processo calorimétrico.

Com certa freqüência, a capacidade térmica de um calorímetro é dada indiretamente através do seu equivalente em água. Chama-se equivalente em água (E) do calorímetro a massa de água que apresenta a mesma capacidade térmica que o calorímetro, sendo ambas as capacidades numericamente iguais.

Assim, por exemplo, quando se diz que o equivalente em água do calorímetro é 20 gramas, temos:

$$E = m_{água} = 20\,g$$
$$C_{calorímetro} = C_{água} = m_{água} \cdot c_{água} = E \cdot C_{água} = 20 \cdot 1$$
$$C_{calorímetro} = C_{água} = 20\,cal/°C$$

A capacidade térmica dos 20 gramas de água e também do calorímetro é igual a 20 cal/°C.

9. PRINCÍPIO GERAL DAS TROCAS DE CALOR

Quando dois corpos em diferentes temperaturas são colocados num recinto termicamente isolado do ambiente, eles trocam calor entre si até ser atingido o equilíbrio térmico. É lógico que os módulos das quantidades de calor devem ser iguais, embora os sinais sejam opostos. Realmente, se o corpo inicialmente mais quente perdeu 100 calorias durante o processo, o corpo inicialmente mais frio recebeu 100 calorias no mesmo intervalo de tempo. Portanto:

$$Q_1 = -100\,cal \qquad e \qquad Q_2 = +100\,cal$$

Em vista do exposto, podemos escrever para as duas quantidades de calor trocadas:

$$Q_1 = -Q_2 \qquad ou \qquad Q_1 + Q_2 = 0$$

O que foi considerado para dois corpos vale logicamente para qualquer número de corpos trocando calor, o que nos permite enunciar o princípio geral das trocas de calor.

> Quando dois ou mais corpos trocam calor entre si até ser atingido o equilíbrio térmico, é nulo o somatório das quantidades de calor trocadas.

$$Q_1 + Q_2 + ... + Q_n = 0 \qquad ou \qquad \Sigma Q = 0$$

Logicamente, a soma considerada é algébrica, podendo as quantidades de calor ser positivas ou negativas, conforme sejam recebidas ou perdidas no processo.

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

57 Misturamos massas iguais de água fria a 10°C e de água quente a 90°C. Qual é a temperatura de equilíbrio térmico?

Resolução:

Como as massas de água fria e quente são iguais, a temperatura de equilíbrio térmico é dada pela média aritmética das temperaturas das "duas águas".

$$\theta_f = \frac{10 + 90}{2} \qquad \theta_f = 50°C$$

Observação:

Somente é válido o cálculo da temperatura de equilíbrio por média aritmética das temperaturas quando tivermos massas iguais de uma mesma substância.

58. (FUVEST-SP) Uma dona de casa em Santos, para seguir a receita de um bolo, precisa de uma xícara de água a 50°C. Infelizmente, embora a cozinha seja bem aparelhada, ela não tem termômetro. Como pode a dona de casa resolver o problema? (Você pode propor qualquer procedimento correto, desde que não envolva termômetro.)

59 Numa garrafa térmica de capacidade térmica desprezível misturamos três quantidades de água a temperatura e volume diferentes:

(1) $V_1 = 2{,}0\,\ell$ $\qquad \theta_1 = 10°C$
(2) $V_2 = 1{,}0\,\ell$ $\qquad \theta_2 = 20°C$
(3) $V_3 = 2{,}5\,\ell$ $\qquad \theta_3 = 94°C$

Calcule a temperatura final da água na garrafa térmica.

Resolução:

Apliquemos o princípio geral das trocas de calor, ou seja:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

Para tanto, calculamos a variação de temperatura $\Delta\theta$, de cada quantidade de água, por:

$$\Delta\theta = \theta_{final} - \theta_{inicial}$$

Observemos também que a cada 1,0 litro d'água corresponde uma massa de 1,0 kg.

$Q_1 = m_1 \cdot c \cdot \Delta\theta = 2{,}0 \times 1{,}0 \cdot (\theta_f - 10)$
$Q_2 = m_2 \cdot c \cdot \Delta\theta = 1{,}0 \times 1{,}0 \cdot (\theta_f - 20)$
$Q_3 = m_3 \cdot c \cdot \Delta\theta = 2{,}5 \times 1 \cdot (\theta_f - 94)$

Fazendo $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$, vem:

$2{,}0 \times 1{,}0(\theta_f - 10) + 1{,}0 \times 1{,}0(\theta_f - 20) + 2{,}5 \cdot 1{,}0(\theta_f - 94) = 0$
$2{,}0 \cdot \theta_f - 20 + 1{,}0 \cdot \theta_f - 20 + 2{,}5 \cdot \theta_f - 235 = 0$
$5{,}5 \cdot \theta_f = 275$

$$\theta_f = 50°C$$

60. Em um calorímetro ideal há 500 g de água fria a 10°C. Acrescentam-se mais 500 g de água, porém a 50°C. Finalmente, acrescenta-se uma terceira porção de água a 20°C, e a temperatura de equilíbrio da mistura é 25°C. Calcule a massa total de água no calorímetro.

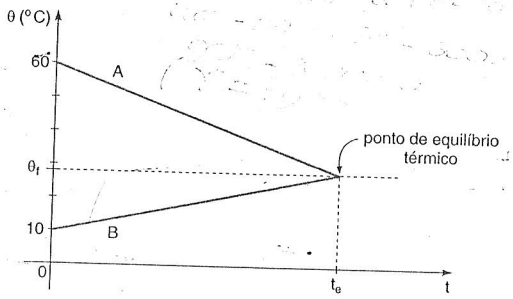
61. Um corpo *A* de 200 g e calor específico 0,2 cal/g°C a 60°C é colocado em contato térmico com um corpo B de 100 g e calor específico 0,6 cal/g°C a 10°C. Ambos foram colocados em um recipiente adiabático.

a) Esboce num diagrama $\theta \times t$ a evolução das temperaturas de ambos os corpos até o equilíbrio térmico.

b) Calcule a temperatura final.

Resolução:

a) O corpo *A* é o mais quente e sua temperatura vai abaixando com o tempo. O corpo *B* é o mais frio e sua temperatura vai aumentando com o tempo, até que se dê o equilíbrio térmico entre ambos.



b) Para calcular a temperatura final aplicamos o princípio das trocas de calor:

$Q_A + Q_B = 0$

$m_A \cdot c_A \cdot (\theta_f - \theta_A) + m_B \cdot c_B \cdot (\theta_f - \theta_B) = 0$

$200 \cdot 0{,}2 \cdot (\theta_f - 60) + 100 \cdot 0{,}6 \cdot (\theta_f - 10) = 0$

$40 \cdot \theta_f - 2\,400 + 60 \cdot \theta_f - 600 = 0$

$100 \cdot \theta_f = 3\,000$

$\theta_f = 30°C$

62. Em uma mesma fonte térmica aqueceram-se dois corpos sólidos (1) e (2), sem que eles mudassem de estado. O primeiro, de massa 2 m, foi aquecido durante um intervalo de tempo *T* e sofreu elevação de temperatura de 200°C. O segundo, de massa *m*, foi aquecido durante um intervalo de tempo 2T e sofreu elevação de temperatura de 300°C. Sendo c_1 e c_2 os respectivos calores específicos, determine o valor de c_1/c_2.

63. Um cubo de alumínio de 25 g é colocado num recipiente de capacidade térmica desprezível, contendo 55 g de água a 22°C. A temperatura do sistema passa a ser então 20°C. Sabendo que o calor específico do alumínio é 0,22 cal/g°C e o da água é 1,0 cal/g°C:

a) esboce num diagrama $\theta \times t$ a evolução da temperatura de ambos até o equilíbrio térmico.

b) determine a temperatura inicial do cubo de alumínio.

Resolução:

As duas figuras ilustram o problema. A figura *a* indica a situação inicial, ao passo que a figura *b* indica a situação final.

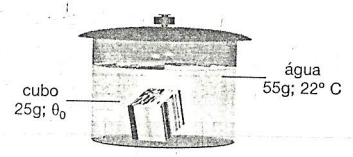


Fig. a

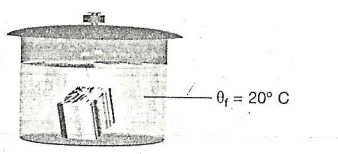


Fig. b

a) Enquanto a temperatura da água abaixou, de 22°C para 20°C, ela cedeu calor ao cubo, que teve sua temperatura elevada de θ_o para 20°C.

b) Para obter a temperatura de equilíbrio térmico (θ_f) basta fazermos:

$Q_{rec.} + Q_{ced.} = 0$

$Q_1 + Q_2 = 0$

$m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta\theta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta\theta_2 = 0$

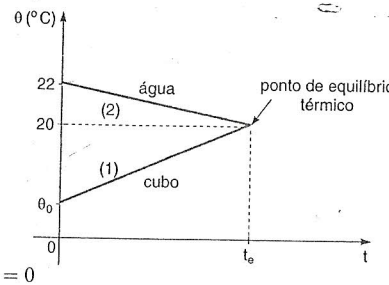
$25 \cdot 0{,}22 \cdot (20 - \theta_o) + 55 \cdot 1{,}0 \cdot (20 - 22) = 0$

$110 - 5{,}5 \cdot \theta_o + 55 \cdot (-2) = 0$

$110 - 5{,}5 \cdot \theta_o - 110 = 0$

$-5{,}5 \cdot \theta_o = 0$

$\theta_o = 0°C$



64. Um pequeno cilindro de alumínio, de massa m = 50 g, está colocado numa estufa. Num certo instante tira-se o cilindro da estufa que é rapidamente jogado dentro de uma garrafa térmica, contendo 330 gramas de água. Observa-se que a temperatura dentro da garrafa eleva-se de 19°C para 20°C. Calcule a temperatura da estufa, no instante em que o cilindro foi retirado dela.

Dados: calor específico médio do alumínio $c_{Al} = 0{,}22$ cal/g°C; calor específico da água $c_{água} = 1{,}0$ cal/g°C.

65. Misturamos, num calorímetro ideal, m_1, gramas de água a 10°C com m_2 gramas de água a 80°C e obtemos 7,0 kg de água morna a 40°C. Determine a massa m_1 de água fria e a massa m_2 de água quente.

Resolução:

$Q_1 + Q_2 = 0$

$m_1 \cdot c \cdot \Delta\theta_1 + m_2 \cdot c \cdot \Delta\theta_2 = 0 \qquad (\div c)$

$m_1 \cdot (40 - 10) + m_2 \cdot (40 - 80) = 0$

$30\,m_1 - 40\,m_2 = 0$

$30\,m_1 = 40\,m_2 \qquad m_1 = \frac{4}{3}\,m_2 \qquad (I)$

Por outro lado, a soma das massas de água quente e fria nos dá a massa total da mistura.

$m_1 + m_2 = 7{,}0$ (em kg) (II)

Substituindo (I) em (II), vem:

$\frac{4}{3} m_2 + m_2 = 7,0$

$\frac{4 m_2 + 3 m_2}{3} = 7,0 \qquad 7,0 m_2 = 21 \qquad m_2 = 3 kg$

Voltando em (I):

$m_1 = \frac{4}{3} \cdot 3 \qquad m_1 = 4,0 kg$

66. Uma senhora deseja banhar seu filho em água morna à temperatura de 37°C e, para isso, conta com um recipiente de capacidade 20 ℓ, água "fria" a 20°C e "quente" a 60°C. Admitindo que a massa específica da água é 1 g/cm³, que o calor específico é 1 cal/g°C e que ambos são constantes e independem da temperatura, calcular as quantidades de água "fria" e "quente" que devem ser misturadas.

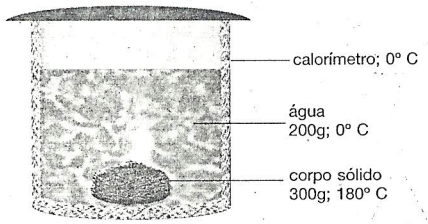
67. Em um calorímetro de equivalente em água igual a 100 g há 200 g de água a 0°C. Um corpo sólido de massa 300 g e calor específico 0,20 cal/g°C, a 180°C, é colocado no interior do calorímetro.

a) Esboce um diagrama da temperatura em função do tempo para os três.
b) Determine a temperatura final da mistura.

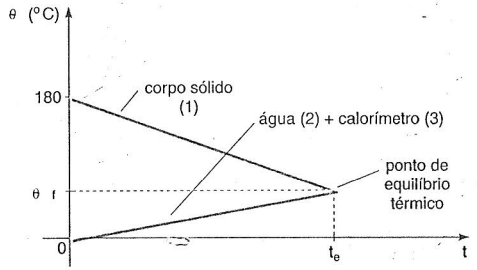
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g°C.

Resolução:

A figura ao lado ilustra a situação inicial proposta.



a) No início estavam a água e o calorímetro em equilíbrio térmico e a 0°C. *Ambos* recebendo calor do corpo sólido aquecem-se até que seja atingido o equilíbrio térmico com o corpo sólido.



b) Para obtermos a temperatura final de equilíbrio térmico basta fazer: $\Sigma Q = 0$.
Observemos, porém, que a quantidade de calor absorvida pelo calorímetro deve ser calculada em função do seu equivalente em água (E = 100 g). Isso significa que a capacidade térmica do calorímetro é a mesma que apresentariam 100 g de água. Logo:

$C = m \cdot c_a = 100 \cdot 1,0 \qquad C = 100 cal/°C$

Finalmente: $Q_{\substack{absorvido \\ calorímetro}} = Q_3 = C \cdot \Delta\theta_3$

Voltando ao princípio geral das trocas de calor:

$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$
$m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta\theta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta\theta_2 + C \cdot \Delta\theta_3 = 0$
$300 \cdot 0,20 \cdot (\theta_f - 180) + 200 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 0) + 100 \cdot (\theta_f - 0) = 0$
$60 \cdot \theta_f - 10\,800 + 200 \cdot \theta_f + 100 \cdot \theta_f = 0$
$360 \cdot \theta_f = 10\,800$

$\theta_f = 30°C$

68. Em um calorímetro de capacidade calorífica 20 cal/°C contendo 200 g de água a 25°C, coloca-se um bloco de cobre de massa 500 g a 75°C. Sabendo que o calor específico da água é 1,0 cal/g°C e do cobre, 0,093 cal/g°C, determine a temperatura final de equilíbrio térmico.

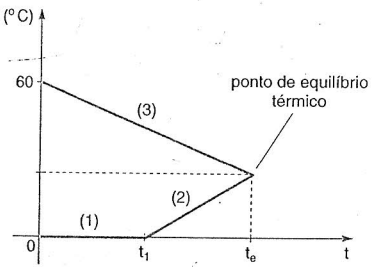
69. Colocaram-se, num calorímetro de capacidade térmica desprezível, 250 g de água à temperatura de 60°C juntamente com *m* gramas de gelo fundente (0°C). O equilíbrio térmico foi atingido a 20°C.

a) Esboce num diagrama temperatura × tempo a evolução da temperatura da água quente e do gelo, até o ponto de equilíbrio térmico.
b) Determine a massa *m* do gelo colocado.

Dados: $c_{água} = 1,0 cal/g°C$; $L_f = 80 cal/g$.

Resolução:

a) A água quente cede calor ao gelo e sua temperatura vai decrescendo com o tempo. O bloco de gelo, inicialmente, funde-se, mantendo constante a sua temperatura durante a fusão. Em seguida, a água fria resultante dessa fusão aquece-se, de 0°C a 60°C.



b) Para se obter *m* basta fazer:
$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$
$m \cdot L_f + m \cdot c \cdot \Delta\theta_2 + m_3 \cdot c \cdot \Delta\theta_3 = 0$
$m \cdot 80 + m \cdot 1 \cdot (20 - 0) + 250 \cdot 1 \cdot (20 - 60) = 0$
$m \cdot 80 + m \cdot 20 - 10\,000 = 0$

$100 \cdot m = 10\,000 \qquad m = 100 g$

70. Num calorímetro são colocados *m* gramas de água a 4°C e *M* gramas de gelo fundente. Calcule a razão m/M, sabendo que todo o gelo se funde e que a temperatura final de equilíbrio é 1°C.

Dados: calor específico da água c = 1 cal/g°C; calor latente de fusão do gelo L = 80 cal/g.

71. Em um calorímetro ideal foram colocados 100 g de água à temperatura θ e 50 g de gelo a 0°C. Após algum tempo verificou-se que metade do gelo colocado boiava na água.

a) Qual é a temperatura final da mistura?

b) Qual era a temperatura inicial (θ) da água?

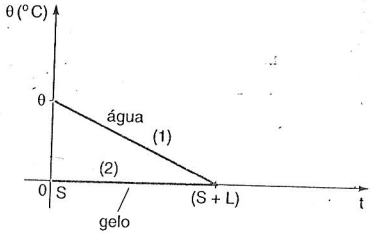
Dados: $c_{água} = 1{,}0$ cal/g°C; $L_f = 80$ cal/g.

Resolução:

a) Havendo gelo em equilíbrio térmico com água (líquida), concluímos que a temperatura da mistura é igual à temperatura de fusão do gelo, isto é:

$$\theta_f = 0°C$$

b) Façamos o diagrama $\theta \times t$ mostrando o que ocorreu com cada corpo.



Observemos também que a massa de gelo fundida foi:

$m_f = 100 - 50$

$m_f = 50$ g

Para se obter θ, basta fazer:

$Q_1 + Q_2 = 0$

$m_a \cdot c_a \cdot (0 - \theta) + m_f \cdot L_f = 0$

$100 \cdot 1 \cdot (-\theta) + 50 \cdot 80 = 0$

$-100 \cdot \theta + 4\,000 = 0$

$\theta = \dfrac{4\,000}{100}$ $\qquad \theta = 40°C$

Observação:

A massa de gelo que não fundiu (os outros 50 g) não troca calor com a água, pois nem sequer sofreu variação de temperatura ($\theta_o = \theta_f = 0°C$ para o gelo).

72. Em uma garrafa térmica de capacidade calorífica nula colocaram-se 200 g de água a 20°C e m gramas de gelo a 0°C. No final havia 50 g de gelo boiando na água.

a) Qual é a temperatura de equilíbrio térmico?

b) Calcule a massa m do gelo colocado inicialmente.

Dados: calor específico da água: $c = 1{,}0$ cal/g°C; calor latente de fusão do gelo: $L_f = 80$ cal/g.

73. Em um calorímetro ideal misturam-se m gramas de vapor d'água a 100°C com 270 gramas de gelo a 0°C. Sabendo que metade da massa do vapor condensou, determine:

a) a temperatura final da mistura;

b) o valor da massa m do vapor d'água ($L_f = 80$ cal/g e $L_{cond} = -540$ cal/g).

74. Em um calorímetro ideal misturamos 220 g de gelo em fusão com 110 g de água a uma temperatura θ. Determine o valor de θ para que, no equilíbrio térmico, se tenham massas iguais de água e gelo.

Dados: $c_{água} = 1{,}0$ cal/g°C; $L_f = 80$ cal/g (gelo).

Resolução:

Temos uma massa total, entre água e gelo, de:

$m_t = 220 + 110$ $\qquad m_t = 330$ g

Como queremos massas iguais de água e gelo, no final, basta dividir por 2 a massa total.

$$m_a = m_g = \frac{330}{2} \qquad m_a = m_g = 165\text{ g}$$

A massa de gelo que se funde (m_f) é a diferença entre a massa inicial e a final:

$m_f = 220 - 165$ $\qquad m_f = 55$ g (fundida)

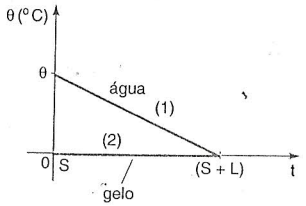
Para obter θ, basta fazer:

$Q_1 + Q_2 = 0$

$m_a \cdot c_a \cdot \Delta\theta + m_f \cdot L_f = 0$

$110 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - \theta) + 55 \cdot 80 = 0$

$-110 \cdot \theta + 4\,400 = 0$ $\qquad \theta = 40°C$



Observemos novamente, como no exercício 72, que a massa de gelo que não fundiu não troca calor com a água.

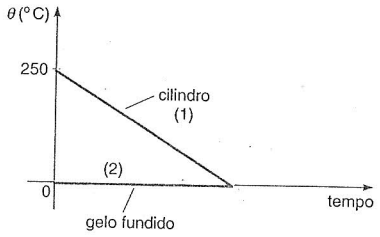
75. Dentro de um calorímetro ideal misturam-se 200 g de água, a uma temperatura T, com 500 g de gelo a 0°C. Para que no final se tenham massas iguais de água e gelo, qual deve ser a temperatura T?

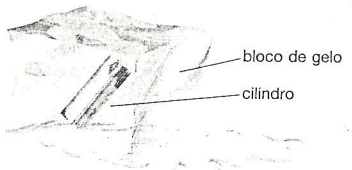
Dados: $c_{água} = 1{,}0$ cal/g°C; $L_f = 80$ cal/g (calor latente de fusão do gelo).

76. Em um grande bloco de gelo a 0°C fez-se uma cavidade e no seu interior alojou-se um cilindro de latão, à temperatura de 250°C. Estando o sistema termicamente isolado do meio ambiente, verificou-se, após algum tempo, que se formaram 2,5 kg de água líquida e que a temperatura do cilindro caíra para 0°C. Sendo o calor específico do latão igual a 0,40 cal/g°C, determine a massa do cilindro.

Dado: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:





$Q_1 + Q_2 = 0$

$m \cdot c \cdot \Delta\theta + m_f \cdot L_f = 0$

$m \cdot 0{,}40 \cdot (0 - 250) + 2{,}5 \cdot 80 = 0$ (com m em kg)

$-100 \cdot m + 200 = 0$

$m = 2{,}0\,kg$

77. Num calorímetro contendo 330 g de água a 2,5°C são postos 100 g de gelo a 0°C. Desprezando a capacidade térmica do calorímetro, determine a temperatura de equilíbrio do sistema e a massa de água resultante.

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g°C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

78. No interior de um calorímetro ideal encontram-se 400 g de água e 100 g de gelo, em equilíbrio térmico. Um cilindro de metal de massa 2,0 kg, calor específico 0,10 cal/g°C e temperatura de 250°C é colocado no interior do calorímetro. Determine a temperatura de equilíbrio térmico.

Dado: L = 80 cal/g (gelo).

Resolução:

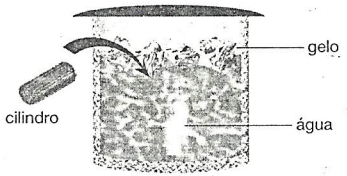
Temos:

1) água: $\theta_o = 0°C$; $m_a = 100\,g$

2) gelo: $\theta_o = 0°C$; $m_g = 100\,g$

3) cilindro: $\theta_c = 250°C$; $m_c = 2\,kg = 2\,000\,g$; $c_c = 0{,}10\,cal/g°C$

Não sabemos, em princípio, se o calor cedido pelo cilindro é capaz de fundir toda a massa de gelo. Façamos um cálculo estimativo.



1º) Para fundir todo o gelo:

$Q_f = m_f \cdot L_f = 100 \cdot 80$

$Q_f = 8\,000\,cal$

2º) Máxima quantidade de calor que o cilindro cederia, baixando sua temperatura de 250°C a 0°C:

$Q_{ced} = m_c \cdot c_c\,\Delta\theta$

$Q_{ced} = 2\,000 \cdot 0{,}10 \cdot (0 - 250)$

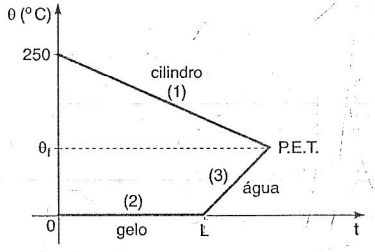
$Q_{ced} = -50\,000\,cal$

Observe que o cilindro "quente" é capaz de fundir todo o gelo, pois este requer apenas 8 000 cal para sua total fusão.

Desta maneira concluímos que a temperatura final (θ_f) de equilíbrio é positiva:

$0°C < \theta_f < 250°C$

As curvas de fusão, aquecimento ou resfriamento para os três corpos serão dadas pelo diagrama $\theta \times t$ ao lado.



Para obter a temperatura final, basta fazer:

$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

$m_c \cdot c_c \cdot (\theta_f - \theta_c) + m_f \cdot L_f + m_t \cdot c_a \cdot c_a \cdot (\theta_f - 0) = 0$ (I)

Observe que:

1º) O gelo fundirá totalmente. Logo, $m_f = m_g = 100\,g$.

2º) Quando o gelo derreter, convertendo-se em água (líquida) a 0°C, teremos formada uma massa total de água:

$m_t = 100 + 400$ $\quad m_t = 500\,g$

Substituindo-se os valores numéricos na equação anterior (I), vem:

$$2\,000 \cdot 0{,}10 \cdot (\theta_f - 250) + 100 \cdot 80 + 500 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0) = 0$$

$$200\,\theta_f - 50\,000 + 8\,000 + 500\,\theta_f = 0$$

$$700\,\theta_f = 42\,000$$

$$\theta_f = 60°C$$

79. No interior de um calorímetro ideal temos 250 g de água em equilíbrio térmico com 150 g de gelo. Introduzimos um metal quente no seu interior, com as seguintes características: $m_3 = 0{,}10\,kg$; $c = 0{,}20\,cal/g°C$; temperatura $\theta_m = 120°C$. Determine a nova temperatura de equilíbrio térmico do sistema: água – gelo – metal.

Dado: $L_f = 80\,cal/g$ (gelo).

Resolução:

Temos:

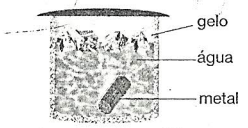
1) água: $m_1 = 250\,g$; $\theta_a = 0°C$; $c_a = 1{,}0\,cal/g°C$

2) gelo: $m_2 = 150\,g$; $\theta_g = 0°C$; $L_f = 80\,cal/g$

3) metal: $m_3 = 100\,g$; $\theta_m = 120°C$; $c_m = 0{,}20\,cal/g°C$

Balanço energético estimativo

Não sabemos, em princípio, se o calor cedido pelo metal será suficiente para derreter todo o gelo. Façamos um cálculo estimativo.



1º) Para fundir todo o gelo seria necessário:

$$Q_1 = m_1 \cdot L_f = 150 \times 80 = 12\,000\,cal = 12\,kcal$$

2º) Cálculo da máxima quantidade de calor que o metal cederia se se resfriasse de 120°C a 0°C:

$$Q_3 = m_3 \cdot c_3 \cdot \Delta\theta_3 = 100 \times 0{,}2 \times (0 - 120) = -2\,400\,cal = -2{,}4\,kcal$$

Observemos que essa quantidade de calor é insuficiente para fundir toda a massa de gelo, pois:

$|Q_1| > |Q_3|$ e ainda $\dfrac{|Q_3|}{|Q_1|} = \dfrac{2{,}4}{12} = 0{,}20$ ou 20%

Logo, concluímos que a temperatura final do sistema é 0°C, e restará ainda 80% do gelo boiando na água.

80. Em um calorímetro de capacidade térmica desprezível há 978 g de água em equilíbrio térmico com 50 g de gelo boiando. Um cilindro de alumínio, de massa 100 g e à temperatura de 200°C, é colocado no calorímetro.
Dados: $c_{água} = 1{,}0\ cal/g°C$; $L_f = 80\ cal/g$ (gelo) e $c_{Al} = 0{,}20\ cal/g°C$. Determine a temperatura final da mistura e descreva a situação final.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

81. (EFOA-MG) Um corpo de alumínio com massa de 10 g e temperatura de 80 °C é submerso em água, com massa de 10 g e temperatura de 20 °C. Considere só as trocas de calor entre o alumínio e a água; a temperatura de equilíbrio térmico é de:

a) 50 °C
b) 30 °C
c) 40 °C
d) 60 °C
e) 70 °C

Dado: calor específico do alumínio: $c = 0{,}20\ cal/g°C$.

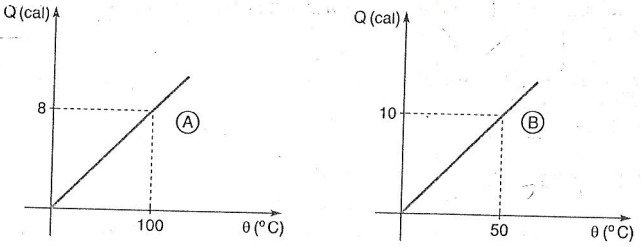
82. (UFLA-MG) Num calorímetro de capacidade térmica 10 cal/ °C, tem-se uma substância líquida de massa 200 g, calor específico 0,2 cal/g°C a 60 °C. Adiciona-se nesse calorímetro uma massa de 100 g e de calor específico 0,1 cal/g°C à temperatura de 30 °C. A temperatura de equilíbrio será de:

a) 55 °C
b) 45 °C
c) 25 °C
d) 30 °C
e) 70 °C

83. (AFA-SP) Derramando-se 50 cm^3 de café quente (80 °C) em um copo de leite morno (40 °C), obtêm-se 250 cm^3 de café com leite a uma temperatura aproximada de:

a) 48 °C
b) 55 °C
c) 60 °C
d) 65 °C
e) 78 °C

84. (EFOA-MG) Duas substâncias, *A* e *B*, apresentam os seguintes gráficos para 200 g de massa:



Misturando-se as duas substâncias, *A* a 100 °C, e *B* a 50 °C, a temperatura de equilíbrio é aproximadamente:

a) 75,0 °C
b) 64,3 °C
c) 86,7 °C
d) 72,2 °C
e) 50,0 °C

85. (Mackenzie-SP) Um calorímetro de capacidade térmica 40 cal/°C contém 110 g de água (calor específico = 1,0 cal/g °C) a 90 °C. A massa de alumínio (calor específico = 0,20 cal/g °C) a 20 °C que devemos colocar nesse calorímetro para esfriar a água a 80 °C é:

a) 200 g
b) 180 g
c) 150 g
d) 125 g
e) 75 g

86. (UF-RJ) Três amostras de um mesmo líquido são introduzidas num calorímetro adiabático de capacidade térmica desprezível: uma de 12 g a 25 °C, outra de 18 g a 15 °C e a terceira de 30 g a 5 °C. Calcule a temperatura do líquido quando se estabelecer o equilíbrio térmico no interior do calorímetro.

87. (AFA-SP) Uma porção de gelo a 0 °C é colocada no interior de um recipiente adiabático onde existem 200 g de água a 10 °C. Ao final de algum tempo, verifica-se que no recipiente existe apenas água a 0 °C. A massa de gelo utilizada no experimento foi:

a) 25 g
b) 40 g
c) 50 g
d) 75 g
e) 225 g

Dados: $L_{fusão} = 80\ cal/g$; $c = 1{,}0\ cal/g°C$.

88. (PUC-RJ) Quando misturamos 100 g de gelo a 0 °C com 900 g de água a 20 °C em um recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, a temperatura final de equilíbrio é igual a:

a) 4 °C
b) 10 °C
c) 14 °C
d) 15 °C
e) 20 °C

Dados: calor de fusão do gelo = 80 cal/g; calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

89. (AFA-SP) Misturam-se 625 g de gelo a 0 °C com 1 000 g de água a 50 °C em um calorímetro de capacidade térmica desprezível. A temperatura de equilíbrio da mistura resultante, em °C, será, aproximadamente, igual a:

a) 10
b) 18
c) 27
d) 38
e) zero

Dados: calor específico da água: $c = 1{,}0\ cal/g°C$; calor latente de fusão do gelo: $L_f = 80\ cal/g$.

90. (ITA-SP) Num dia de calor em que a temperatura ambiente era de 30 °C, João pegou um copo de refrigerante, com volume de 200 cm^3, à temperatura ambiente e mergulhou nele dois cubos de gelo de massa 15 g cada um. O gelo estava à temperatura de −4,0 °C e derreteu-se por completo. Supondo que o refrigerante tem o mesmo calor específico que a água, a temperatura final da bebida de João ficou sendo de, aproximadamente:

a) 15 °C
b) 25 °C
c) 0 °C
d) 12 °C
e) 20 °C

Dados: $c_{gelo} = 0{,}5\ \frac{cal}{g°C}$; $L_{gelo} = 80\ \frac{cal}{g}$.

91. (U. E. Londrina-PR) Um recipiente de capacidade térmica 50 cal/°C contém 200 g de água a 40 °C. Introduzem-se no recipiente 50 g de gelo a 0 °C. Admitindo que não há trocas de calor com o ambiente, a temperatura final de equilíbrio, em °C, é:

a) 24
b) 20
c) 15
d) 12
e) zero

Dados: calor específico da água = 1 cal/g °C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

92. (PUC-SP) Uma camada de gelo, a 0 °C, tem a espessura de 10 cm. Sabendo que a densidade do gelo é aproximadamente igual a 0,90 g/cm³ e o seu calor latente de fusão é 80 cal/g, pedem-se:

a) a massa de gelo contida em 1,0 m² dessa camada (justifique sua resposta);
b) a quantidade de energia solar, em cal, que cada m² da camada deve absorver para se tornar água a 10 °C. Justifique sua resposta.

93. (UNICAMP-SP) Em um aquário de 10 ℓ, completamente cheio de água, encontra-se um pequeno aquecedor de 60 W. Sabendo-se que em 25 minutos a temperatura da água aumentou 2 °C, pergunta-se:

a) que quantidade de energia foi absorvida pela água?
b) que fração de energia fornecida pelo aquecedor foi perdida para o exterior?

Dados: calor específico da água = 1 cal/g °C; 1 cal = 4,0 J.

94. (ITA-SP) A potência elétrica dissipada por um aquecedor de imersão é de 200 W. Mergulha-se o aquecedor num recipiente que contém 1 litro de água a 20 °C. Supondo que 70% da potência dissipada pelo aquecedor seja aproveitada para o aquecimento da água, quanto tempo será necessário para que a temperatura da água atinja 90 °C? (1 cal = 4,2 J)

a) 2,1 s
b) $2{,}1 \cdot 10^3$ s
c) $5 \cdot 10^2$ s
d) $1{,}2 \cdot 10^2$ s
e) $5 \cdot 10^3$ s

95. (E. E. Mauá-SP) Uma fonte de calor é utilizada para produzir ebulição num líquido contido num recipiente. São dados: *do líquido*: T_0 = temperatura inicial, m = massa, c = calor específico, L = calor de ebulição, T = temperatura de ebulição; *da fonte*: P = potência fornecida pela fonte ao líquido (P = constante).
Determine o tempo necessário para que todo o líquido passe a vapor.

96. (Mackenzie-SP) O carvão, ao queimar, libera 6 000 cal por grama. Queimando 70 g desse carvão, 20% do calor liberado é usado para aquecer em 15 °C 8 kg de um líquido. Não havendo mudança do estado de agregação, podemos afirmar que o calor específico desse líquido é:

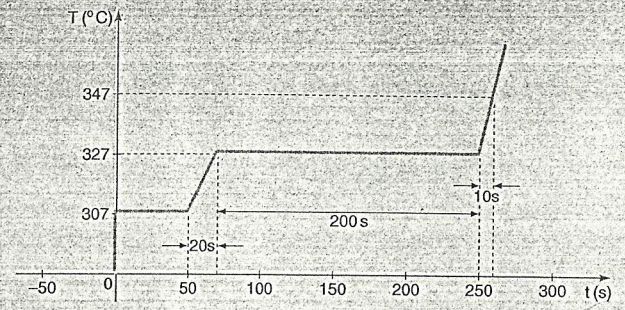
a) 0,8 cal/g °C
b) 0,7 cal/g °C
c) 0,6 cal/g °C
d) 0,4 cal/g °C
e) 0,2 cal/g °C

97. (ITA-SP) Uma roda d'água converte em eletricidade, com uma eficiência de 30%, a energia de 200 litros de água por segundo caindo de uma altura de 5 metros. A eletricidade gerada é utilizada para esquentar 50 litros de água de 15 °C a 65 °C. O tempo aproximado que leva a água para esquentar até a temperatura desejada é:

a) 15 minutos
b) meia hora
c) uma hora
d) uma hora e meia
e) duas horas

98. (FUVEST-SP) Um recipiente de paredes finas contém 100 g de uma liga metálica. O gráfico representa a temperatura *T* da liga em função do tempo *t*. Até o instante t = 50 s, a liga recebe de um aquecedor a potência $P_0 = 30$ W; a partir desse instante, passa a receber a potência $P_1 = 43$ W. A temperatura de fusão da liga é 327 °C e a de ebulição é superior a 1 500 °C. Na situação considerada, a liga perde calor para o ambiente a uma taxa constante. Avalie:

a) a quantidade de calor perdida pela liga, a cada segundo, em *J*.
b) a energia (em *J*) necessária para fundir 1 g da liga.
c) a energia (em *J*) necessária para elevar, em 1 °C, a temperatura de 1 g da liga no estado líquido.



d) a energia (em *J*) necessária para elevar, em 1 °C, a temperatura de 1 g da liga no estado sólido.

99. (Mackenzie-SP) Comparativamente, a quantidade de energia necessária para elevar de 1,0 °C a temperatura de 1,0 g de água (c = 1,0 cal/g °C), sob pressão normal, é a mesma de quando se comprime uma mola em cerca de 10 cm. Sabendo que 1,0 cal = 4,2 J, podemos afirmar que a constante elástica desta mola é:

a) $8{,}4 \cdot 10^2$ N/m
b) $4{,}2 \cdot 10^2$ N/m
c) 8,4 N/m
d) 4,2 N/m
e) $8{,}4 \cdot 10^{-2}$ N/m

100. (FUVEST-SP) Uma garrafa térmica contém 100 g de água a 10 °C. Coloca-se dentro dela 200 g de gelo a -10 °C. Supondo que as trocas de calor se dão apenas entre a água e o gelo e usando os respectivos calores específicos, podemos afirmar que, quando o equilíbrio térmico é novamente atingido, a temperatura final *T* e a massa final de gelo *m* serão:

a) T > 0 °C e m = 0 g
b) T < 0 °C e m = 200 g
c) T = 0 °C e m = 200 g
d) T = 0 °C e m > 200 g
e) T = 0 °C e m < 200 g

Dados: calor específico da água = 1 cal/g °C; calor específico do gelo = 0,5 cal/g °C.

101. (ITA-SP) Um bloco de massa m_1 e calor específico c_1, à temperatura θ_1, é posto em contato com um bloco de outro material, com massa, calor específico e temperatura, respectivamente m_2, c_2 e θ_2. Depois de estabelecido o equilíbrio térmico entre os dois blocos, sendo c_1 e c_2 constantes e supondo que as trocas de calor com o resto do universo sejam desprezíveis, a temperatura final θ deverá ser igual a:

a) $\dfrac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1 + m_2}$

b) $\dfrac{m_1c_1 - m_2c_2}{m_1c_1 - m_2c_2}(\theta_2 - \theta_1)$

c) $\dfrac{c_1\theta_1 + c_2\theta_2}{c_1 + c_2}$

d) $\dfrac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2}{m_1c_1 + m_2c_2}$

e) $\dfrac{m_1c_1 + m_2c_2}{m_1c_1 + m_2c_2}(\theta_1 - \theta_2)$

102. (FUVEST-SP) Colocam-se 50 g de gelo a 0 °C em 100 g de água. Após certo tempo verifica-se que existem 30 g de gelo boiando na água e em equilíbrio térmico. Admitindo-se que não ocorreu troca de calor com o ambiente e que o calor latente de fusão do gelo é 80 cal/g:

a) Qual a temperatura final da mistura?
b) Qual a temperatura inicial da água?

103. (AMAN) Três corpos, A, B e C, encontram-se às temperaturas de 30 °C, 40 °C e 50 °C, respectivamente. Numa experiência ideal colocaram-se os corpos A e B no interior de um calorímetro e se obteve uma temperatura de equilíbrio igual a 35 °C. Colocaram-se depois, no interior do calorímetro, apenas os corpos B e C. A temperatura de equilíbrio foi de 42 °C. Se a experiência for com os corpos A e C, a temperatura de equilíbrio entre eles valerá:
Obs.: despreze a massa do calorímetro.

a) 30 °C
b) 34 °C
c) 42,5 °C
d) 38,5 °C
e) 46 °C

104. (PUCC-SP) O calor de fusão do gelo é 80 cal/g e o calor específico da água é 1 cal/g°C. Se forem misturados, em um recipiente isolante térmico, 200 g de água a 60 °C e 200 g de gelo a 0 °C, resultará, após ser atingido o equilíbrio térmico:

a) água a 30 °C.
b) água a 15 °C.
c) água a 0 °C.
d) gelo a 0 °C.
e) água e gelo a 0 °C.

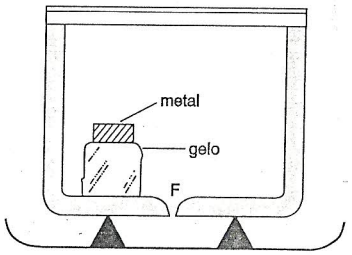
105. (EFEI-MG) Um ferreiro prepara ferraduras para cavalos aquecendo-as ao fogo até que cheguem a 800 °C, a fim de moldá-las. Uma ferradura de ferro de massa igual a 500 g, naquela temperatura, foi jogada num tanque contendo 5,0 ℓ de água a temperatura ambiente, 25 °C. A que temperatura chega o sistema água + ferradura? Considere este sistema composto, isolado. Suponha que:
- o calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C;
- o calor específico do ferro é igual a 0,200 cal/g °C;
- a densidade da água a 25 °C é igual a 1,0 g/cm^3.

106. (E. Naval) Uma pequena massa de vapor d'água a 100 °C é lançada sobre uma liga metálica, condensando-se. A liga encontra-se inicialmente na sua temperatura de fusão, que é 90 °C, e o seu calor latente de fusão é de 5,0 cal/g; sabendo-se que o calor latente de vaporização da água é de 540 cal/g, a razão entre a massa do vapor condensado e a massa da parte do metal fundido, nesta ordem, é de:

a) $\frac{1}{108}$
b) $\frac{5}{90}$
c) $\frac{1}{60}$
d) $\frac{2}{37}$
e) $\frac{1}{110}$

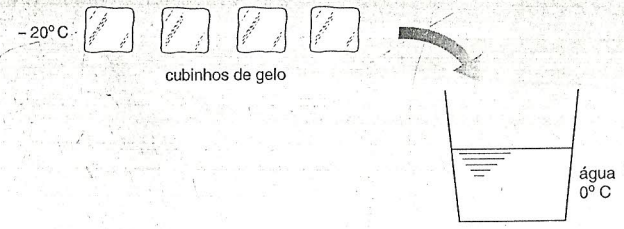
Dado: $C_{H_2O} = 1{,}0$ cal/g °C.

107. (FEI-SP) O calorímetro da figura, de capacidade térmica desprezível, tem um furo F. Colocaram-se no calorímetro $m_1 = 30$ g de gelo fundente ($\theta_f = 0$ °C), calor latente de fusão $L = 80$ cal/g e $m_2 = 100$ g de um metal de calor específico $c = 0{,}20$ cal/g °C à temperatura θ_m. Atingido o equilíbrio térmico entre o gelo e o metal, observa-se que restou 1/3 da massa inicial do gelo. Qual a temperatura θ_m?



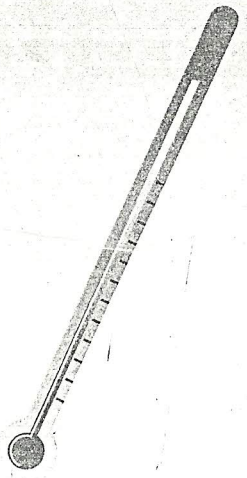
108. (FAAP-SP) Tem-se um calorímetro de cobre cuja massa é 10 g e calor específico 0,094 cal/g°C. Introduzem-se no calorímetro 100 g de água e a temperatura de equilíbrio é 20 °C. Joga-se então no interior do calorímetro uma pedra de gelo de 20 g a 0 °C. Pergunta-se:
a) O gelo se funde completamente?
b) Qual a temperatura final do sistema?
Dados: calor de fusão do gelo = 80 cal/g; calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

109. Em um recipiente termicamente isolado colocamos 80 g de água a 0 °C. A capacidade térmica do recipiente é nula. Dispomos ainda de muitos cubinhos de gelo a −20 °C, todos com massa de 1,0 g. Vamos adicioná-los um a um à água, até que tenhamos uma mistura de massas iguais de gelo e água em equilíbrio térmico. Calcule a quantidade de cubinhos adicionados.
Dados: $c_{gelo} = 0{,}50 \frac{cal}{g\,°C}$; $|L_{solid}| = |L_{fusão}| = 80$ cal/g (para a água). Não há perdas de calor.



CAPÍTULO 6

MUDANÇAS DE ESTADO



1. OS ESTADOS DE AGREGAÇÃO DA MATÉRIA

A matéria pode se apresentar basicamente na natureza em três estados: o *estado sólido*, o *estado líquido* e o *estado gasoso*. Esses três estados de agregação diferem um do outro pelo arranjo dos átomos ou moléculas da substância e pela intensidade das forças entre eles, denominadas forças de coesão. Em vez de estados de agregação, podemos também falar em fases da substância: fase sólida, fase líquida e fase gasosa.

O *estado sólido* se caracteriza pelo fato de os átomos (ou moléculas) constituintes estarem sujeitos a forças de coesão de grande intensidade, que fazem com que haja uma vibração atômica (ou molecular) bem reduzida. Em virtude disso, na fase sólida, as substâncias possuem volume e forma constantes, sendo praticamente incompressíveis.

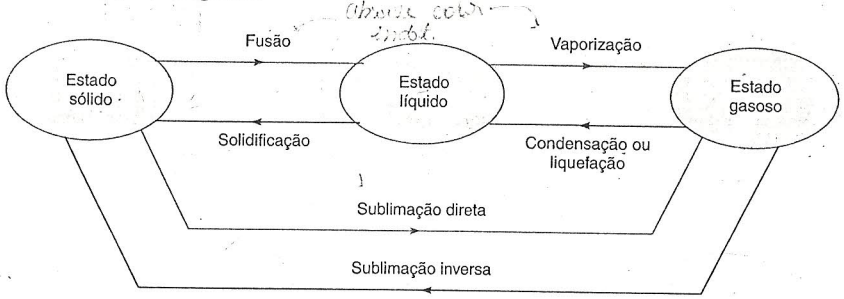
Já no *estado líquido*, as forças de coesão têm menor intensidade, permitindo uma movimentação atômica (ou molecular) mais acentuada, mas ainda suficiente para garantir um volume constante para as substâncias nessa fase, embora a forma seja variável. Do mesmo modo que os sólidos, os líquidos também são praticamente incompressíveis.

As forças de coesão apresentam intensidade muito pequena no *estado gasoso*. Em conseqüência, temos uma agitação atômica (ou molecular) muito acentuada, de modo que as partículas que constituem a substância nessa fase movimentam-se desordenadamente e com grande velocidade. Por isso, os gases e vapores não apresentam nem forma nem volume fixos, sendo dotados de notável expansibilidade e compressibilidade. As substâncias no estado gasoso tendem a ocupar todo o espaço que lhes é oferecido, adquirindo a forma do recipiente onde estão.

A fase em que uma substância se encontra é função dos valores da pressão e da temperatura a que está sujeita. Assim, existem diversos valores de pressão e temperatura para os quais a substância é sólida; outros para os quais é líquida e ainda valores para os quais a substância é gasosa (gás ou vapor).

O estado de uma substância depende dos valores da sua temperatura e pressão.

Logicamente, se forem modificados os valores da pressão ou da temperatura, ou de ambas, a substância pode sofrer uma mudança de fase ou de estado de agregação. Cada mudança de estado tem um nome característico, como é mostrado no esquema seguinte:



As mudanças de estado fusão, vaporização e sublimação direta ocorrem com *absorção de calor*, sendo por isso denominadas *endotérmicas*. As inversas, solidificação, condensação (ou liquefação) e sublimação inversa, acontecem com *perda de calor*, sendo denominadas *exotérmicas*.

2. DIAGRAMA DE FASES

Considerando o diagrama de pressão (p) × temperatura (θ), cada ponto dele representa uma situação, em que a substância pode estar representada por um par de valores de pressão e temperatura (Fig. 1). A região do gráfico onde estão todas as situações possíveis para a substância é limitada pela temperatura de −273°C (zero absoluto) e pela pressão nula. Esse diagrama constitui o diagrama de fases da substância, pois todas as fases da substância estão nele representadas.

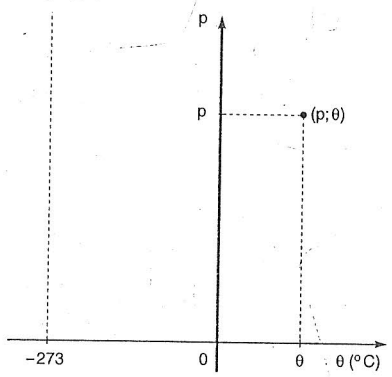


Fig. 1 Diagrama pressão × temperatura.

A cada par de valores (p; θ) corresponderá um estado da substância.

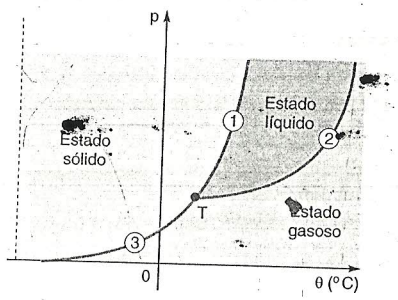


Fig. 2 Diagrama de fases de uma substância.

Por conseguinte, no diagrama de fases, há vários pontos (cada um representado por um par de valores de pressão e temperatura) que correspondem ao estado sólido da substância. Outros pontos correspondem ao estado líquido e outros ao estado gasoso. Assim, o diagrama se apresenta dividido em três partes bem definidas, cada uma correspondendo a uma fase da substância (Fig. 2).

Essas partes são separadas por curvas que correspondem aos pares de valores de pressão e temperatura em que ocorrem as mudanças de fase. Na figura 2, temos:

① Curva de fusão (entre as fases sólida e líquida);
② Curva de vaporização (entre as fases líquida e gasosa);
③ Curva de sublimação (entre as fases sólida e gasosa).

Cada ponto de uma curva representa a coexistência entre as duas fases correspondentes da substância. Assim, um ponto da curva de fusão representa uma situação em que as fases líquida e sólida da substância podem coexistir. Igualmente, cada ponto da curva de vaporização é representativo de uma situação em que podem coexistir as fases líquida e gasosa. A curva de sublimação é constituída pelos pontos que representam a coexistência das fases sólida e gasosa.

O ponto comum às três curvas é denominado *ponto triplo* da substância, sendo figurativo de uma situação em que coexistem as três fases da substância. Por exemplo, para o dióxido de carbono (CO_2), o ponto triplo corresponde à pressão de 5,1 atmosferas e à temperatura de −56,6°C.

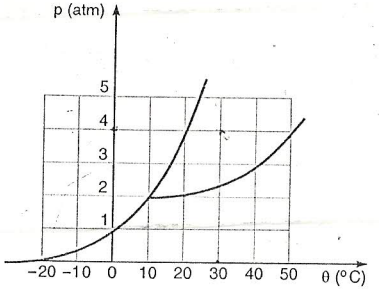
Observação

A fusão, do modo como foi apresentada, ocorre com os sólidos cristalinos, isto é, aqueles nos quais as moléculas se dispõem ordenadamente num retículo. No entanto, certas substâncias, como o vidro, embora apresentem consistência de sólidos, não têm estrutura cristalina, podendo ser consideradas, em termos estruturais, como líquidos com altíssima viscosidade. Tais "sólidos", quando aquecidos, sofrem um processo denominado *fusão pastosa*, que não apresenta as características de uma mudança de estado típica. Admite-se que, nesse caso, com o aquecimento, a substância vá se tornando cada vez menos viscosa, passando por um "estado intermediário pastoso", antes de adquirir características propriamente líquidas. Durante esse processo, a temperatura não se mantém constante.

Outra situação que pode ocorrer quando uma substância composta é aquecida é sua decomposição antes de ser atingida a temperatura de mudança de estado. Isso acontece, por exemplo, com a madeira.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 A figura a seguir representa o diagrama de fases de determinada substância pura.



a) Em que fase se encontra a substância quando estiver sob pressão de 4 atmosferas e à temperatura de 30°C?
b) Se a substância for submetida à pressão de 3 atmosferas e à temperatura de 40°C, o que ocorre?
c) O que acontece com a substância quando sua temperatura é 10°C e está sob pressão de 2 atmosferas?
d) Suponhamos que a substância seja mantida sob pressão constante de 3 atmosferas. Se sua temperatura for aumentada de 30°C para 50°C, ocorrerá uma mudança de fase. Qual o nome dessa mudança de fase?

Resolução:

a) A figura *a* nos dá os nomes das fases em que se encontra a substância para cada região do diagrama de fases. Nessa figura temos:
MT é a curva de sublimação;
TN é a curva de fusão (ou solidificação);
TP é a curva de vaporização (ou condensação);
T é o ponto triplo.

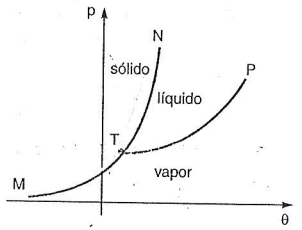


Fig. a

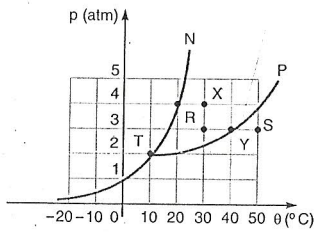


Fig. b

Quando a substância está sob pressão de 4 atmosferas e à temperatura de 30°C, seu estado corresponde ao ponto *X* da figura *b*. Comparando as figuras *a* e *b*, vemos que o ponto *X* está na região de líquido e, portanto, a fase em que se encontra a substância é a fase líquida.

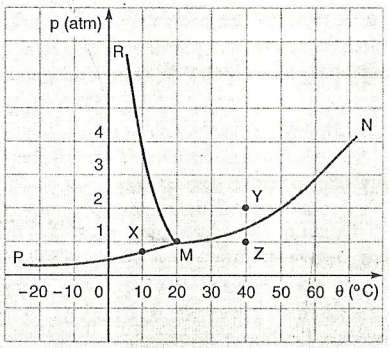
b) Quando a substância está sob pressão de 3 atmosferas e à temperatura de 40°C, seu estado corresponde ao ponto *Y* da figura *b*, o qual está situado na curva de vaporização (ou condensação). Isso significa que a substância *poderá* coexistir nas fases líquida e gasosa, mas não é necessário que haja as duas fases: poderemos ter apenas a fase líquida ou apenas a fase gasosa.

c) A temperatura de 10°C e a pressão de 2 atmosferas correspondem ao ponto triplo (ponto *T* na figura *b*). *Poderemos* então ter a coexistência das fases sólida, líquida e gasosa. Mas isso não quer dizer que necessariamente haja as três fases: poderemos ter apenas uma das fases ou apenas duas delas.

d) Sob pressão de 3 atmosferas, a mudança de temperatura de 30°C para 50°C corresponde à passagem do ponto *R* para o ponto *S* da figura *b*, isto é, corresponde a uma passagem do estado líquido para o estado de vapor. Portanto, houve uma *vaporização*.

2. Uma substância pura tem seu diagrama de fases representado na figura a seguir.

a) Em que estado se encontra a substância quando está sob pressão de 1 atm e à temperatura de 50°C?
b) Em que estado se encontra a substância quando está à temperatura de −10°C e sob pressão de 3 atm?
c) Qual o nome da curva PM?
d) Qual o significado do ponto *X* assinalado na figura?
e) Se a substância é conduzida do estado representado pelo ponto *Y* ao estado representado pelo ponto *Z*, ocorre uma mudança de fase. Qual o nome dessa mudança de fase?



3. Dê o nome da mudança de fase ocorrida em cada transformação dada a seguir:

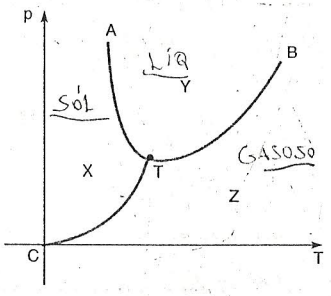
a) sólido ⟶ líquido
b) líquido ⟶ sólido
c) líquido ⟶ vapor
d) vapor ⟶ líquido
e) sólido ⟶ vapor

4. Consideremos uma substância pura sob pressão menor que a pressão do seu ponto triplo. Em qual estado de agregação essa substância *não* pode estar em equilíbrio?

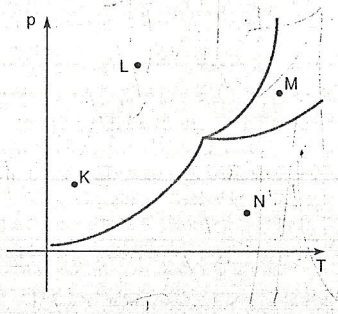
EXERCÍCIOS DE REFORÇO

5. A figura indica um diagrama de pressão contra temperatura para a substância H_2O. As curvas CTA e CTB indicam pontos onde a substância coexiste em equilíbrio em pelo menos dois estados. As regiões indicadas pelas letras *X*, *Y* e *Z* representam os estados:

a) sólido, líquido e gasoso.
b) líquido, gasoso e sólido.
c) gasoso, líquido e sólido.
d) líquido, sólido e gasoso.



6. (UF-GO) Numere a coluna II de acordo com a coluna I, considerando o diagrama de fases de uma substância, mostrado na figura.

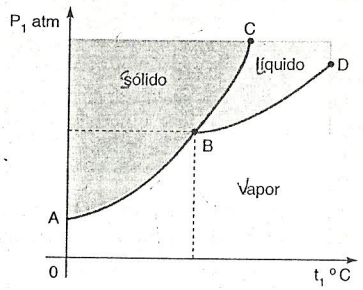


coluna I	coluna II
(1) Transformação de *L* para *M*	condensação ( )
(2) Transformação de *M* para *N*	fusão ( )
(3) Transformação de *K* para *N*	solidificação ( )
(4) Transformação de *N* para *M*	sublimação ( )
(5) Transformação de *M* para *L*	vaporização ( )

A seqüência correta dos números da coluna II, de cima para baixo, é:

a) 2-4-1-5-3
b) 4-3-5-1-2
c) 3-1-2-4-5
d) 3-2-5-1-4
e) 4-1-5-3-2

7. (U. C. Salvador-BA) Uma substância tem seu diagrama de fases representado no gráfico da pressão em função da temperatura na figura abaixo.



Analise as afirmações:

I – A curva AB é a curva da vaporização.
II – A curva BC é a curva da fusão.
III – A curva BD é a curva da solidificação.
IV – O ponto *B* é o ponto triplo.

Quais estão corretas?

a) Apenas I e II
b) Apenas I e III
c) Apenas II e III
d) Apenas III e IV
e) Apenas II e IV

3. TRANSIÇÃO SÓLIDO ⟷ LÍQUIDO

A curva de fusão representa, como vimos, as situações em que coexistem as fases sólida e líquida da substância. O aspecto dessa curva é diferente, conforme a substância, ao sofrer fusão, se expanda ou se contraia.

Substâncias que se expandem na fusão

A maioria das substâncias se expande ao sofrer fusão. É um processo endotérmico, isto é, a substância absorve calor.

A curva de fusão tem o aspecto apresentado na figura 3. Se considerarmos a substância inicialmente no estado sólido, observamos que, ao aquecer a substância sob pressão p_1, ela sofre fusão na temperatura θ_1. Se o aquecimento for realizado sob pressão maior p_2, a fusão ocorrerá numa temperatura mais alta θ_2.

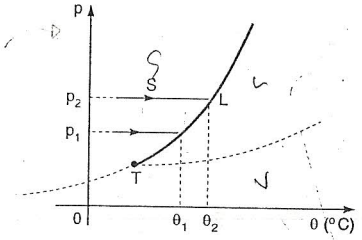


Fig. 3 A temperatura de fusão aumenta com a pressão.

A explicação para tal fato é a seguinte: essas substâncias, ao sofrerem fusão, aumentam de volume, isto é, suas moléculas se afastam umas das outras. Ao aumentarmos a pressão, contrariamos essa tendência natural de afastamento,

tornando mais difícil a transição, que só vai ocorrer numa temperatura mais alta, quando é maior o grau de agitação molecular.

Substâncias que se contraem na fusão

Algumas substâncias, entre as quais a água, o ferro, o bismuto e o antimônio, sofrem uma contração de volume ao se fundirem. A curva de fusão tem o aspecto apresentado na figura 4.

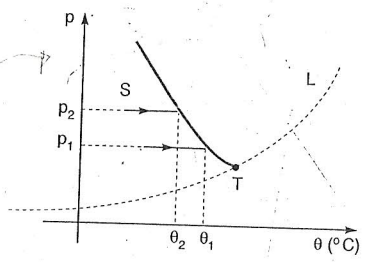


Fig. 4 A temperatura de fusão diminui com a pressão.

Considerando inicialmente uma dessas substâncias no estado sólido, a fusão ocorre na temperatura θ_1, quando o aquecimento é feito sob pressão p_1. Aquecendo-a sob pressão maior p_2, a fusão vai ocorrer numa temperatura mais baixa θ_2.

Por exemplo, o gelo se derrete a 0°C sob pressão normal (1 atm), mas se a pressão for aproximadamente 8 atmosferas, a fusão do gelo ocorre na temperatura de −0,06°C.

O que acontece nesse caso é que, ao sofrerem fusão, essas substâncias diminuem de volume, ocorrendo uma aproximação entre suas moléculas. O aumento da pressão favorece essa tendência, facilitando a transição, que ocorre numa temperatura mais baixa.

Exemplos:

a) A água se contrai na fusão e se expande na solidificação. Assim, se enchermos uma garrafa (de vidro) com água líquida e a tamparmos, colocando-a em seguida num congelador, a água ao se transformar em gelo aumentará de volume, quebrando a garrafa.

b) Quando a água líquida se transforma em gelo, há um aumento de volume e, portanto, uma diminuição de densidade. Isso explica o fato de podermos observar blocos de gelo flutuando na água, como por exemplo os *icebergs*.

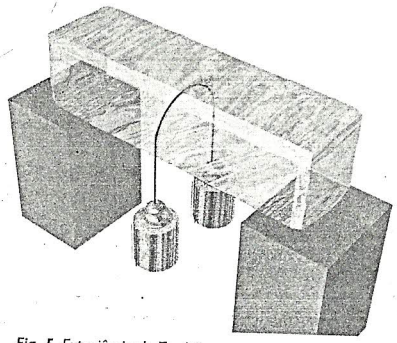


Fig. 5 Experiência de Tyndall.

Experiência de Tyndall

O fenômeno de *regelo* é explicado pela variação do ponto de fusão do gelo conforme a pressão. Um bloco de gelo em temperatura abaixo de 0°C é atravessado por um fio metálico tracionado por corpos em suas extremidades, sem que o bloco se parta (Fig. 5). O que acontece é a fusão do gelo situado embaixo do fio numa temperatura menor que 0°C em virtude do aumento de pressão determinado pela ação do fio sobre o gelo. À medida que o fio vai atravessando a água formada, esta fica aliviada do acréscimo de pressão e volta a se congelar (regelo). Por isso, o fio pode atravessar completamente o bloco de gelo, sem que este fique dividido.

O patinador no gelo

Quando um patinador desliza sobre uma pista de gelo, a pressão exercida pelas lâminas dos patins provoca a fusão do gelo (AB, na figura 6). Esse fato facilita o deslizamento dos patins. Logo que o patinador passa, a pressão volta ao estado inicial (CD, na figura 6) e a água torna ao estado sólido (regelo).

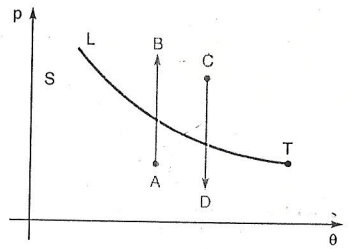


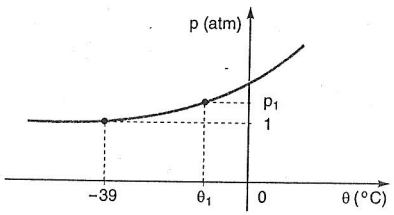
Fig. 6

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

O mercúrio é uma substância que se expande ao se fundir (e se contrai ao se solidificar). Sabe-se que o mercúrio funde a −39°C quando está sob pressão de 1 atm. O que ocorre com a temperatura de fusão se a pressão passar a um valor maior que 1 atm?

Resolução:

Sendo o mercúrio uma substância que se expande ao se fundir, sua curva de fusão deve ser do tipo representado na figura. Vemos então que, sob pressão $p_1 > 1$ atm, a temperatura de fusão passa para um valor $\theta_1 > -39$°C, isto é, a temperatura de fusão aumenta.

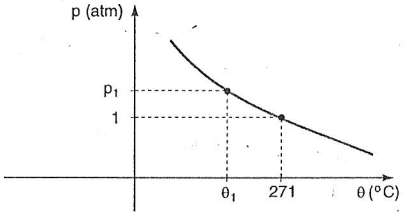


9. Sob pressão de uma atmosfera, o alumínio funde a 659°C. Sabendo que o alumínio se expande ao se fundir, o que ocorre com a temperatura de fusão, se a pressão for reduzida?

10. O bismuto diminui de volume ao se fundir (e se expande ao se solidificar). Sabe-se que a temperatura de fusão do bismuto é 271°C quando submetido à pressão de 1 atm. O que ocorre com a temperatura de fusão se a pressão for aumentada?

Resolução:

Sendo o bismuto uma substância que se contrai ao se fundir, sua curva de fusão é do tipo representado na figura.
Vemos então que, sob pressão $p_1 > 1$ atm, a temperatura de fusão passa para um valor $\theta_1 < 271°C$, isto é, a temperatura de fusão diminui.



11. Sob pressão de 1 atm, o ferro funde a 1 530°C. Sabendo que o ferro se contrai ao se fundir, o que ocorre com a temperatura de fusão se a pressão for reduzida?

12. Consideremos um *iceberg* flutuando no oceano. É possível acontecer que a base do *iceberg* esteja se fundindo enquanto o topo não? Por quê?

13. Sob pressão de 1 atm e à temperatura de 0°C, a densidade do gelo é $d_G = 0{,}917\ g/cm^3$ e a densidade da água líquida é $d_A = 1\ g/cm^3$. Consideremos um bloco de gelo a 0°C e sob pressão de 1 atm. Calcule a variação porcentual de volume sofrida por esse bloco de gelo ao se fundir.

Resolução:

Sejam m a massa do bloco, V_G o volume do gelo e V_A o volume da água líquida resultante da fusão do gelo. Temos:

$$\begin{cases} d_G = \dfrac{m}{V_G} \Longrightarrow V_G = \dfrac{m}{d_G} \\ d_A = \dfrac{m}{V_A} \Longrightarrow V_A = \dfrac{m}{d_A} \end{cases}$$

Seja ΔV a variação de volume:

$\Delta V = V_A - V_G$

Como o gelo se contrai ao fundir, temos $V_A < V_G$ e portanto $\Delta V < 0$. Temos então:

$$\Delta V = V_A - V_G = \frac{m}{d_A} - \frac{m}{d_G}$$

Façamos agora a divisão da variação de volume pelo volume *inicial* (V_G), para obtermos a variação porcentual:

$$\frac{\Delta V}{V_G} = \frac{\dfrac{m}{d_A} - \dfrac{m}{d_G}}{\dfrac{m}{d_G}} = \frac{\dfrac{1}{d_A} - \dfrac{1}{d_G}}{\dfrac{1}{d_G}} = \frac{d_G - d_A}{d_A} = \frac{0{,}917 - 1}{1} = -0{,}083 = \frac{-8{,}3}{100} = -8{,}3\%$$

Portanto, a variação porcentual de volume foi de −8,3%, isto é, o volume diminuiu de 8,3% em relação ao volume inicial.

14. Consideremos certa quantidade de água líquida a 0°C e sob pressão de 1 atm. Calcule a variação porcentual de volume sofrida por essa porção de água ao solidificar-se (sob pressão de 1 atm e à temperatura de 0°C, a densidade do gelo é 0,917 g/cm³ e a da água líquida é 1 g/cm³).

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

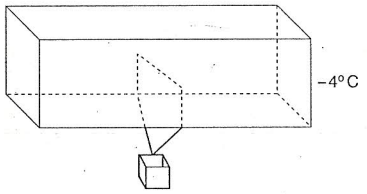
15. (F. M. Santos-SP) O bismuto aumenta de volume ao solidificar-se. Um aumento de pressão sobre uma amostra de bismuto:

a) faz com que diminua sua temperatura de fusão.
b) faz com que aumente sua temperatura de fusão.
c) não altera sua temperatura de fusão.
d) pode alterar sua temperatura de fusão, dependendo da geometria da amostra.

16. A água aumenta seu volume quando é solidificada a partir do estado líquido. O CO_2 diminui seu volume quando é solidificado a partir do estado líquido. Podemos dizer sobre os pontos de fusão dessas substâncias que:

a) os pontos de fusão de ambas aumentam com o aumento da pressão.
b) o ponto de fusão da água aumenta enquanto o do CO_2 diminui com o aumento da pressão.
c) o ponto de fusão da água diminui enquanto o do CO_2 aumenta com o aumento da pressão.
d) os pontos de fusão de ambas permanecem constantes com a pressão.

17. (UF-PR) Pode-se atravessar uma barra de gelo a −4°C usando-se um arame com um peso adequado, conforme a figura, sem que a barra fique dividida em duas partes (experiência de Tyndall). Qual é a explicação para tal fenômeno?



a) A pressão exercida pelo arame sobre o gelo abaixa seu ponto de ebulição.
b) O gelo já cortado pelo arame, devido à baixa temperatura, funde-se novamente.
c) A pressão exercida pelo arame sobre o gelo aumenta seu ponto de fusão, mantendo a barra sempre sólida.
d) O arame estando naturalmente mais aquecido funde o gelo; esse calor, uma vez perdido para a atmosfera, deixa a barra novamente sólida.
e) A pressão exercida pelo arame abaixa o ponto de fusão do gelo que se funde a −4°C. O arame penetra no bloco e com o "alívio da pressão" o bloco se solidifica novamente (regelo).

4. SOBREFUSÃO

Sobrefusão ou *superfusão* é o nome que se dá ao fenômeno pelo qual um líquido é mantido nesse estado de agregação numa temperatura inferior ao seu ponto de solidificação. Por exemplo, se retirarmos calor lentamente da água sob pressão normal, é possível mantê-la líquida em temperaturas inferiores a 0°C. Isso é ilustrado, na figura 7, através do gráfico da temperatura de certa massa de água em função do tempo de retirada de calor: a água em superfusão é levada até a temperatura de −4°C.

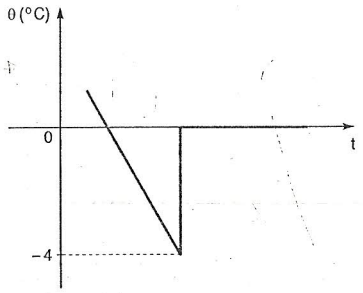


Fig. 7 Sobrefusão da água.

A simples agitação do sistema ou a introdução de um núcleo de solidificação (um fragmento sólido, por exemplo) produz a imediata solidificação da quantidade que já deveria ter-se solidificado e um aumento da temperatura até o ponto de solidificação. Se a retirada de calor prosseguir, a solidificação continuará se processando normalmente até que todo o líquido tenha se transformado em sólido.

É comum gotículas de água em nuvens muito altas estarem em sobrefusão, pela pequena quantidade de líquido e ausência de um núcleo de solidificação. A passagem de um avião através de uma nuvem desse tipo pode interromper o fenômeno, e a água das gotículas congelar-se sobre a superfície do aparelho.

6

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

18 Em um recipiente temos 200 g de água sob pressão de 1,0 atm e no estado de sobrefusão à temperatura de −8,0°C. Agitando-se a água, nota-se que uma parte dela solidifica-se subitamente. Calcule a massa de água que se solidifica.
Dados: c = calor específico da água líquida = 1,0 cal/g°C; L_f = calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:

Seja m_A a massa de água líquida em estado de sobrefusão, isto é, $m_A = 200$ g. Quando essa massa de água foi resfriada de 0°C a −8°C, ela perdeu uma quantidade de calor Q dada por:

$Q = m_A \cdot c \cdot |\Delta\theta| = 200 \cdot 1 \cdot 8$

$Q = 1\,600$ cal (I)

Se a água tivesse perdido essa quantidade de calor a 0°C, sem ocorrer a sobrefusão, teríamos a formação de uma massa m_G de gelo que obedeceria à equação:

$Q = m_G \cdot L$

$Q = m_G \cdot 80$ (II)

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$1\,600 = m_G \cdot 80$

donde: $m_G = 20$ g

19 Para a situação do problema anterior, calcule a porcentagem de gelo que se formou, em relação à quantidade inicial de água em sobrefusão.

Resolução:

$$\frac{m_G}{m_A} = \frac{20}{200} = 0{,}1 = \frac{10}{100} = 10\%$$

Portanto, houve transformação em gelo de 10% da quantidade inicial de água.

20. Consideremos um recipiente contendo 400 g de água em sobrefusão, à temperatura de −6,0°C e sob pressão de 1,0 atm. Agitando-se o sistema, parte da água líquida transforma-se em gelo. Calcule a massa de gelo que se formou.
Dados: calor específico da água líquida = 1,0 cal/g°C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

21. Em um recipiente tem-se água em estado de sobrefusão a −2,0°C, sob pressão de 1,0 atm. Agitando-se o sistema, uma parte da água transforma-se em gelo. Calcule a porcentagem da água líquida que se transforma em gelo.
Dados: calor específico da água líquida = 1,0 cal/g°C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

6

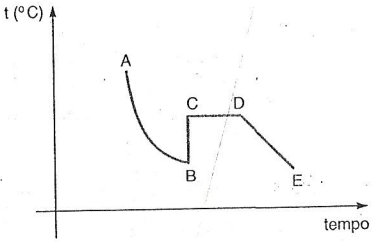
EXERCÍCIOS DE REFORÇO

22. O que acontece quando se agita um recipiente contendo água em sobrefusão?
a) Necessariamente, toda a água solidificar-se-á, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
b) Parte da água solidificar-se-á, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
c) Parte da água solidificar-se-á, acarretando um aumento na temperatura do recipiente.
d) Necessariamente, toda a água solidificar-se-á, acarretando um aumento na temperatura do recipiente.

23. (FEI-SP) 100 g de água encontram-se no estado de sobrefusão à temperatura de −4,0°C e sob pressão absoluta de 1,0 atm. Caso o equilíbrio instável seja perturbado, com uma agitação por exemplo, qual a massa de água que irá solidificar-se subitamente?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g°C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

24. (E. E. Itajubá-MG) Tomando-se certos cuidados, consegue-se baixar a temperatura de 1 000 g de água a −7,0°C, sob pressão de 1,0 atm. Desprezando-se a massa do recipiente que contém a água, a solidificação brusca desta produzirá uma pedra de gelo de massa:
a) 70,5 g
b) 87,5 g
c) 80,5 g
d) 114,3 g
e) 1 000 g

25. (UFF-RJ) No gráfico temperatura-tempo do resfriamento de um líquido, apresentado ao lado, temos que:
a) AB, CD e DE correspondem a estados líquidos.
b) apenas em AB ocorre estado líquido.
c) em CD ocorrem, simultaneamente, estados líquido e sólido.
d) apenas em DE ocorre estado líquido.
e) o gráfico está errado.



5. TRANSIÇÃO LÍQUIDO ⟺ VAPOR

A passagem de uma substância do estado líquido para o estado de vapor chama-se genericamente *vaporização*, podendo ocorrer de duas formas básicas: a *evaporação* e a *ebulição* (fervura).

A evaporação é a passagem espontânea para o estado de vapor através apenas da superfície do líquido exposta ao ambiente, e ocorre em qualquer temperatura. Esse fenômeno (e os fatores que atuam sobre ele) será estudado adiante.

A ebulição, fervura ou vaporização típica, que trataremos de agora em diante simplesmente como vaporização, ocorre numa temperatura bem definida para cada substância, sendo função da pressão sob a qual ocorre o processo.

Vimos anteriormente que a curva de vaporização representa a substância nos estados líquido e gasoso. Essa curva está compreendida entre dois pontos bem definidos: o *ponto triplo T* e o *ponto crítico C* (Fig. 8).

Cada substância tem o seu ponto triplo (T) e o seu ponto crítico (C).

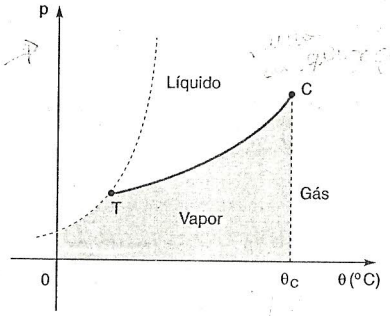


Fig. 8 A curva de vaporização está compreendida entre os pontos triplo (T) e crítico (C).

Ponto triplo (T)

Como vimos anteriormente, o ponto triplo representa uma situação especial de pressão e temperatura em que coexistem as três fases: sólido, líquido e vapor.

Ponto crítico (C)

O ponto crítico é definido por uma temperatura especial denominada temperatura crítica e pela pressão crítica. Observemos as figuras 9a e 9b: abaixo da temperatura crítica θ_C é possível passar-se do estado líquido para o gasoso por uma simples descompressão isotérmica, e é possível retornarmos de vapor para o estado líquido comprimindo isotermicamente a substância (Fig. 9a); já, se estivermos trabalhando acima da temperatura crítica θ_C, será impossível passarmos do estado gasoso para o estado líquido comprimindo ou descomprimindo isotermicamente o vapor (Fig. 9b).

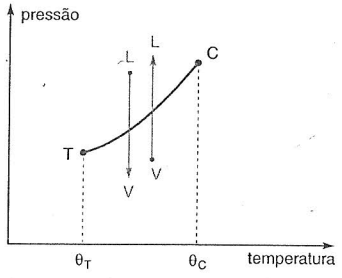


Fig. 9a

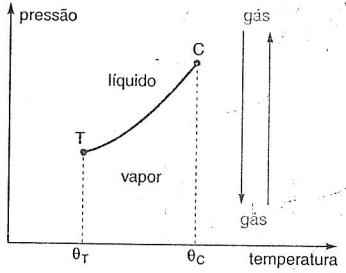


Fig. 9b

Gás e vapor

A substância no estado gasoso, abaixo da temperatura crítica, é chamada de *vapor*. Estando a substância no estado gasoso, acima da temperatura crítica, ela é chamada de *gás*.

Gás é um estado da substância no qual é impossível condensá-la por uma simples compressão isotérmica.

Verificam-se ainda alguns fenômenos de transição que vamos descrever abaixo.

a) Estando a substância no estado gasoso, numa temperatura inferior ou igual à temperatura crítica, quando comprimida à temperatura constante, tem sua pressão aumentada até um valor máximo F. A partir daí, prosseguindo a diminuição de volume, ocorre a liquefação da substância, permanecendo constante a pressão (Fig. 10).

A pressão F em que ocorre a transição para líquido é denominada *pressão máxima de vapor* (Fig. 11).

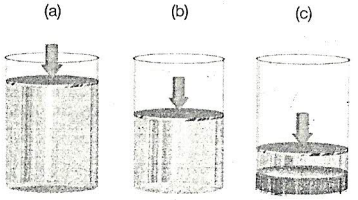


Fig. 10 O vapor sofre liquefação por compressão isotérmica. A temperatura é inferior a θ_C.
(a) a pressão é inferior a F
(b) a pressão é igual a F (pressão máxima de vapor)
(c) a pressão continua igual a F

Para temperatura inferior a θ_C e pressão igual à pressão máxima de vapor, coexistem no sistema o líquido e o vapor.

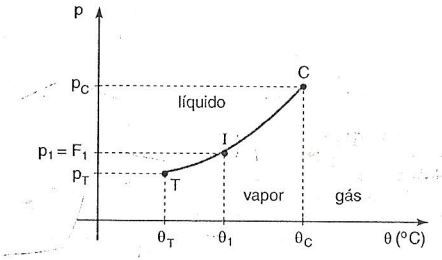


Fig. 11 F_1 é a pressão máxima de vapor.

b) Se a mesma experiência descrita for realizada estando a substância numa temperatura superior à temperatura crítica, por mais que se diminua o volume e aumente a pressão, não ocorrerá a passagem para o estado líquido (Fig. 12). O grau de agitação das moléculas é tal que, por mais que as moléculas sejam aproximadas, a intensidade das forças de coesão não é suficiente para determinar a mudança no estado de agregação.

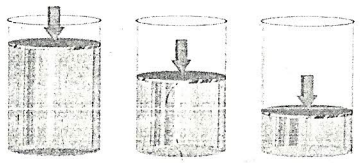


Fig. 12 O gás não se liquefaz por compressão isotérmica. A temperatura é maior que θ_C.

Para temperaturas superiores a θ_C, por maior que seja a pressão exercida sobre o gás, não se consegue a liquefação.

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

Observações

1ª) A pressão máxima de vapor (F) depende da correspondente temperatura do vapor (Fig. 11).

2ª) Nos limites da curva T – C da figura 11, podemos escolher qualquer ponto e teremos, para cada temperatura θ_i, a correspondente pressão máxima de vapor $p_i = F_i$.

3ª) No ponto triplo coexistem as três fases e, por extensão, a pressão p_T é a correspondente pressão máxima de vapor da temperatura θ_T.

4ª) No ponto crítico (C) a pressão crítica p_C é, por extensão, a pressão máxima de vapor ($F_C = p_C$), correspondente à temperatura crítica (θ_C).

Na tabela a seguir apresentamos valores da temperatura crítica (θ_C) e da respectiva pressão crítica ($p_C = F_C$) de algumas substâncias. Observe que estes valores representam as coordenadas do ponto crítico no gráfico pressão × volume (Fig. 11).

Substância	Temperatura crítica (θ_C)	Pressão crítica (F_C)
água	374°C	218 atm
dióxido de carbono	31°C	73 atm
amônia	132°C	112 atm
oxigênio	−119°C	49,7 atm
argônio	−122°C	48 atm
hidrogênio	−240°C	12,8 atm
hélio	−268°C	2,26 atm

Com base nessa tabela podemos, por exemplo, concluir que no estado gasoso a água só se liquefaz por compressão isotérmica em temperatura inferior ou igual a 374°C (vapor), não havendo liquefação se a temperatura for maior que 374°C (gás). O hélio, o oxigênio e outras substâncias durante muito tempo foram denominados gases permanentes, pois sua liquefação só se verifica em temperaturas extremamente baixas, que apenas em data recente puderam ser atingidas.

Toda vez que, num recipiente fechado, sob pressão e temperatura constantes, um líquido estiver em presença de seu vapor (Fig. 13), este estará exercendo a pressão máxima F para aquela temperatura. O vapor nessas condições é denominado *vapor saturante*. Se o recipiente for aberto, escapando parte do vapor, uma parte do líquido se vaporiza para que a pressão se mantenha constante no valor F. Caso o recipiente seja conservado aberto, o líquido se vaporiza completamente, na tentativa infrutífera de não permitir que a pressão fique abaixo da pressão máxima F. Quando o líquido deixar de existir, teremos no interior do recipiente apenas vapor, exercendo uma pressão inferior à pressão máxima. Nessa situação, o vapor é denominado *vapor seco*.

Fig. 13

Uma situação interessante de equilíbrio líquido-vapor é a que ocorre nos botijões de "gás" liquefeito de petróleo, usados na cozinha. Na verdade, no interior de um botijão, o que existe é líquido em presença do seu vapor saturante exercendo a pressão máxima F. No momento da utilização, a válvula é aberta, saindo o vapor que é queimado. O vapor que sai do botijão é reposto pela vaporização do líquido no seu interior. Os populares isqueiros descartáveis funcionam segundo o mesmo processo.

6. INFLUÊNCIA DA PRESSÃO NO PONTO DE EBULIÇÃO

A temperatura em que uma substância ferve depende da pressão a que está submetida. A curva de vaporização (Fig. 14) indica como se dá essa influência da pressão sobre a temperatura de ebulição: se a pressão reinante sobre o líquido for p_1, a ebulição ocorre na temperatura θ_1; aumentando a pressão para p_2, a ebulição vai ocorrer numa temperatura mais elevada θ_2. Tomemos o caso da água como exemplo. Sob pressão normal (1 atm), isto é, ao nível do mar, a água ferve a 100°C.

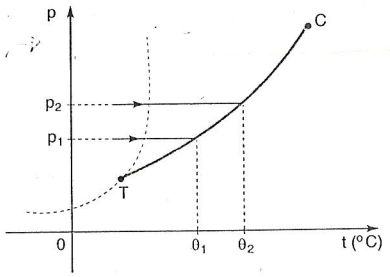


Fig. 14 A temperatura de ebulição aumenta com o aumento da pressão sobre o líquido.

No interior de uma "panela de pressão" temos uma pressão interna maior que a pressão atmosférica e a água ferve em temperaturas superiores a 100°C. Há alguns tipos de panela de pressão em que a água ferve somente a 120°C. Evidentemente, isso acelera o cozimento dos alimentos.

Por outro lado, a baixa pressão diminui a temperatura de ebulição. Nos locais montanhosos, por exemplo, a pressão é menor do que 1 atm e a água ferve a temperaturas inferiores a 100°C.

A presença de bolhas gasosas no interior do líquido é fundamental para a ocorrência da ebulição, pois a vaporização ocorre principalmente no interior dessas bolhas, as quais, chegando à superfície livre do líquido, rompem-se libertando o vapor. Se eliminarmos as bolhas previamente existentes no líquido, poderemos levá-lo acima de sua temperatura de ebulição, ocorrendo então o seu *superaquecimento*.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

26. Ao nível do mar, a temperatura de ebulição da água é 100°C. Na cidade de São Paulo, que está aproximadamente 700 metros acima do nível do mar, a temperatura de ebulição da água é maior ou menor que 100°C?

27. Quando tiramos da geladeira uma garrafa de cerveja, notamos que, depois de algum tempo, a garrafa está molhada. Explique por quê.

28. A água contida em uma panela entra em ebulição mais rapidamente com a panela tampada ou destampada?

29. Consideremos uma panela de pressão totalmente vedada, contendo água. Se colocarmos essa panela no fogo, poderá haver ebulição da água?

30. Usando uma panela comum, os alimentos cozinharão mais depressa na praia ou na montanha? Justifique. Admita que a potência da fonte de calor seja a mesma e capaz de produzir a ebulição da água.

Resolução:

Na praia, a pressão atmosférica é normal (1 atm) e a água ferverá a 100°C. Na montanha, a pressão atmosférica é menor que 1 atm e o ponto de ebulição cairá. A água ferverá em temperatura inferior a 100°C e essa será a temperatura na panela. Assim, mais rapidamente cozinharão os alimentos na praia, onde a temperatura na panela é 100°C.

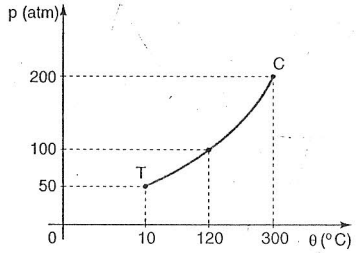
31. Observe, na tabela ao lado, a altitude de algumas cidades do Brasil.

a) Em quais delas a temperatura de ebulição da água é 100°C?
b) Acampando nas montanhas de Atibaia ou nas praias de Fortaleza, onde o feijão vai cozinhar mais depressa? Use a panela comum.
c) Por que em São Paulo a água ferve a 98°C?

Cidade	Altitude (m)
Fortaleza	0
Salvador	0
São Paulo	700
Atibaia (SP)	1 200

32. O gráfico ao lado nos dá a curva T – C (curva de vaporização) de uma substância hipotética.

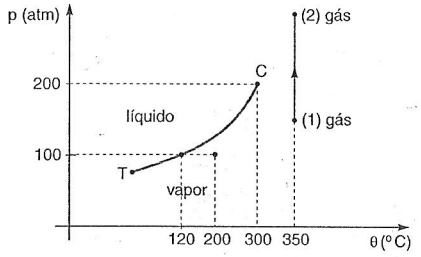
a) Qual é o valor da pressão máxima de vapor a 120°C?
b) Qual é o estado da substância à temperatura de 200°C sob pressão de 100 atm?
c) É possível liquefazer a substância mantendo-a na temperatura de 350°C?



Resolução:

a) A 120°C o gráfico nos fornece uma leitura direta da pressão máxima de vapor: 100 atm.

b)

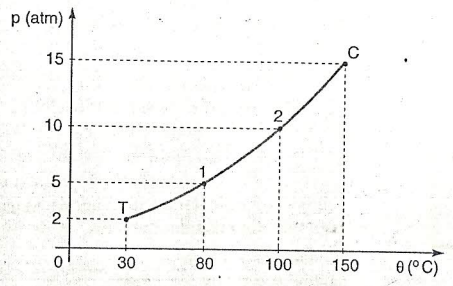


Sob pressão de 100 atm e temperatura de 200°C obtivemos o ponto *A*, correspondente ao estado gasoso de vapor.

c) O gráfico indica 300°C para a temperatura crítica. Logo, a 350°C temos gás. Não é possível liquefazê-lo por compressão isotérmica (mantendo os 350°C). Veja no gráfico o segmento (1) – (2).

33. O gráfico a seguir mostra a curva de vaporização de uma substância hipotética.

a) Qual é o estado da substância a 200°C? É possível obter vapor saturante a essa temperatura?
b) Qual é a pressão máxima de vapor a 80°C? E a 100°C?
c) Estando o vapor saturante em equilíbrio com líquido a 150°C, qual é a pressão?
d) A 30°C e 2 atm, quais fases coexistem?
e) A 80°C e 10 atm, qual é o estado da substância?



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

34. (UNISA-SP) Temperatura crítica é aquela:

a) na qual um sólido sofre sublimação.
b) abaixo da qual um líquido não pode evaporar.
c) na qual a pressão saturante de vapor é igual à pressão atmosférica.
d) acima da qual um gás não pode ser liquefeito.
e) coexistem as três fases: sólida, líquida e gasosa.

35. (VUNESP-SP) Aquece-se certa quantidade de água. A temperatura em que irá ferver depende da:

a) temperatura inicial da água.
b) massa da água.
c) pressão ambiente.
d) rapidez com que o calor é fornecido.
e) quantidade total do calor fornecido.

36. (CESESP-PE) Quando um líquido está em equilíbrio dinâmico com o seu vapor, quais das seguintes condições podem existir?

I) Não há transferência de moléculas entre o líquido e o vapor.
II) A pressão do vapor tem um valor constante.
III) Os processos opostos (vaporização e condensação) se realizam com igual velocidade.
IV) A concentração do vapor varia com o tempo.

a) I
b) II e III
c) I, II e III
d) II e IV
e) I e II

37. (F. M. Santos-SP) Verifique se cada afirmação abaixo é verdadeira ou falsa.

I) A pressão máxima de vapor de uma substância cresce com a temperatura da substância.
II) O ponto triplo de uma substância é caracterizado por um par de valores da pressão e temperatura, para os quais podem coexistir em equilíbrio o sólido, o líquido e o vapor da substância.
III) É possível que a água ferva à temperatura de 70°C.

38. (Fund. Carlos Chagas-SP) A pressão máxima de vapor de um líquido depende da estrutura de suas moléculas e:

a) do volume ocupado pelo líquido.
b) do volume ocupado pelo vapor.
c) da massa específica do vapor.
d) da massa do líquido.
e) da temperatura do líquido.

39. (UF-PR) No fundo de uma mina, a 500 metros de profundidade, é colocada para ferver uma certa porção de água em um recipiente aberto. Para esta situação, esperamos que a água entre em ebulição:

a) a 100°C.
b) a uma temperatura inferior a 100°C.
c) a uma temperatura superior a 100°C.
d) a 360 K.
e) Não conseguiria entrar em ebulição.

40. (ACAFE-SC) Em Camboriú, a pressão atmosférica equivale a 76 cmHg e a água ferve a 100°C. Em relação a Camboriú, no Pico da Neblina, ponto culminante do Brasil, a pressão atmosférica e o ponto de ebulição da água são, respectivamente:

a) menor e menor.
b) maior e maior.
c) maior e menor.
d) menor e maior.
e) igual e igual.

7. EVAPORAÇÃO

A *evaporação* é a passagem espontânea e contínua de um líquido para o estado de vapor, que ocorre em qualquer temperatura, através da superfície do líquido exposta ao ambiente. Essa transição é uma conseqüência da agitação térmica molecular: algumas moléculas do líquido podem adquirir energia cinética suficiente para vencer a força de coesão com as demais moléculas e passam para o meio exterior.

A evaporação, como a vaporização típica, é um processo endotérmico, absorvendo calor durante sua realização. Por isso, quando um líquido se evapora, ele produz o "frio por evaporação". É por esse motivo que uma pessoa ao sair molhada de uma piscina sente frio: a evaporação da água retira calor de sua pele.

Chamamos velocidade de evaporação (v) a relação entre a massa de líquido que se evapora (Δm) e o intervalo de tempo em que essa evaporação ocorre (Δt): $v = \frac{\Delta m}{\Delta t}$. A unidade usual de velocidade de evaporação é gramas por segundo (g/s).

Os fatores que influem sobre a velocidade de evaporação são fundamentalmente os seguintes:

a) *Natureza do líquido*

Verifica-se que, nas mesmas condições, há líquidos que se evaporam rapidamente, sendo denominados *voláteis*, e líquidos que se evaporam lentamente, sendo denominados *fixos* ou *estáveis*. Entre os líquidos voláteis estão o éter, o álcool e a gasolina. São líquidos fixos ou estáveis o mercúrio e os óleos.

b) *Área da superfície livre*

Vimos que o fenômeno de evaporação ocorre na superfície do líquido exposta ao ambiente, pois é através dessa superfície que as moléculas podem

abandonar o líquido. É lógico, então, que quanto maior for a área da superfície livre do líquido, tanto maior será a velocidade de evaporação. É por isso que se estende a roupa no varal para que seque mais rapidamente.

c) *Pressão externa*

A pressão exercida sobre a superfície livre do líquido representa um obstáculo para a saída das moléculas. Sendo assim, quanto maior essa pressão externa, tanto menor será a velocidade com que o líquido se evapora. No vácuo, onde a pressão externa tende a zero, a vaporização (evaporação) é rapidíssima, praticamente instantânea.

d) *Temperatura*

Vimos que o fenômeno da evaporação é resultado da agitação térmica molecular. Logo, o aumento de temperatura deve causar um aumento na velocidade de evaporação, pois aumenta a energia cinética das moléculas do líquido.

e) *Concentração de vapor no ambiente*

Na verdade, durante a evaporação, há movimentação de moléculas em dois sentidos: moléculas de líquido abandonam o líquido e moléculas de vapor penetram no líquido (Fig. 15). Normalmente, o fluxo de moléculas que saem é maior que o fluxo de moléculas que entram. Ao se calcular a velocidade de evaporação, considera-se logicamente o saldo entre as moléculas que saem e as que entram. Se a concentração de vapor do líquido no ambiente for grande, esse saldo será pequeno, sendo baixa, por conseguinte, a velocidade de evaporação.

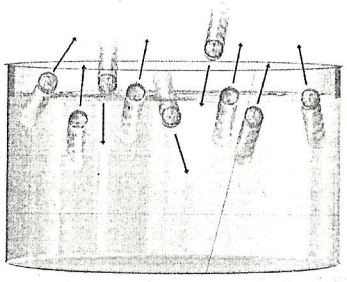


Fig. 15 Evaporação: o fluxo de moléculas saindo é maior que o fluxo entrando.

Podemos dizer, portanto, que um líquido volátil, mantido num recipiente fechado, evapora-se até que o fluxo de moléculas nos dois sentidos se iguale: dizemos então que o ambiente sobre o líquido está saturado de vapor (vapor saturante). Num ambiente aberto, o líquido acaba por desaparecer completamente, pois o vapor formado tende a se expandir, afastando-se do líquido e mantendo relativamente baixa a concentração do vapor. Como vimos anteriormente, essa evaporação contínua do líquido visa manter o vapor exercendo, enquanto existir líquido, a pressão máxima de vapor F.

A concentração de vapor de água na atmosfera caracteriza a *umidade do ar*. Quando a umidade do ar é muito elevada, a velocidade de evaporação da água é baixa. Ao contrário, em dias secos, quando a umidade do ar é pouca, a água evapora-se rapidamente. É por isso que, num ambiente quente, sentimo-nos melhor se a umidade for baixa, pois assim o suor evapora-se rapidamente fazendo com que o nosso corpo perca calor: é um eficiente processo de termorregulação de nosso organismo. Por isso, abanos e ventiladores, numa região úmida, minoram o desconforto, pois, afastando o vapor através de uma corrente de ar, aumentam a velocidade de evaporação.

8. TRANSIÇÃO SÓLIDO ⟷ VAPOR

A passagem do estado sólido para o estado gasoso (vapor) constitui a *sublimação*. A passagem contrária costuma ser denominada *sublimação inversa*, *ressublimação* ou *cristalização*.

Essa mudança de estado, para uma dada substância, só ocorre em pressões inferiores à do ponto triplo. Há substâncias, como a cânfora e o iodo, em que essa transição corresponde às pressões ambientes. Por isso, em condições ambientes, o iodo e a cânfora quando aquecidos passam diretamente do estado sólido para o estado de vapor.

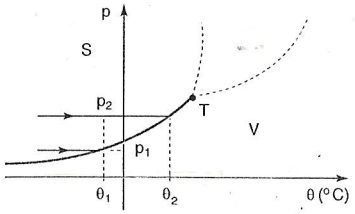


Fig. 16 A temperatura de sublimação aumenta com o aumento de pressão.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

41. O álcool contido em um recipiente aberto está a uma temperatura ligeiramente inferior à do álcool contido num recipiente fechado. Por quê?

42. A água guardada em um recipiente de barro (moringa) fica mais fresca que a água guardada em um recipiente de vidro. Por quê?

Resolução:

A moringa de barro é porosa e permite que algumas moléculas d'água atravessem sua parede. Essas moléculas sofrem evaporação. No entanto, para evaporar, elas necessitam de calor, e o retiram da água da moringa. Assim, esfria-se a água.

43. Por que um banhista, ao sair molhado da água, sente um "friozinho"?

Resolução:

A água do corpo do banhista tende a evaporar. Esse é um processo endotérmico, isto é, ela necessita de calor e vai "roubá-lo" do corpo do banhista. É um processo quase semelhante ao da moringa de barro.

44. Por que, ao passarmos éter sobre a pele, sentimos um "friozinho" no local?

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

45. (FCMSC-SP) À temperatura ambiente, a acetona evapora mais rapidamente do que a água. Sendo assim, pode-se concluir que, em relação à água, a acetona apresenta:

a) ponto de ebulição mais alto.
b) ligações intermoleculares mais fracas.
c) pressão de vapor menor.
d) pontes de hidrogênio em maior número.
e) configuração geométrica menos simétrica.

46. (Fund. Carlos Chagas-SP) Alguns líquidos, como o cloreto de etila, são utilizados como anestésicos locais. Isto porque esses líquidos:

a) são pouco viscosos, penetrando facilmente nos poros.
b) se volatilizam rapidamente, resfriando a pele.
c) são constituídos por moléculas apolares, agindo sobre os nervos periféricos.
d) se evaporam lentamente, mantendo a pele "umedecida".
e) contêm átomos de cloro, permitindo uma assepsia adequada.

47. (FUVEST-SP) Nos dias frios, quando uma pessoa expele ar pela boca, forma-se uma espécie de "fumaça" junto ao seu rosto. Isso ocorre porque a pessoa:

a) expele ar quente que condensa o vapor d'água existente na atmosfera.
b) expele ar quente e úmido que se esfria, ocorrendo a condensação dos vapores expelidos.
c) expele ar frio que provoca a condensação do vapor d'água na atmosfera.
d) provoca a evaporação da água existente no ar.
e) provoca a liquefação do ar, com seu calor.

48. (UFG-GO) É comum, entre estudantes do segundo grau, a idéia de que a Física é uma disciplina difícil, muito teórica e de pouca utilidade para a nossa vida. Alguns até dizem p'ra quê Física no vestibular se nunca mais vou precisar dela? Esta concepção é equivocada, pois os conceitos, leis e princípios da Física estão presentes na compreensão de muitas situações do cotidiano. Por exemplo:

I) os alimentos cozinham mais rapidamente numa panela de pressão do que numa panela comum, porque com o aumento da pressão a água entra em ebulição a uma temperatura maior que 100°C;
II) ao esquecer aquela cervejinha dentro do congelador, você a encontra estourada. Isso aconteceu porque a temperatura muito baixa faz o vidro trincar;
III) costuma-se utilizar bolinhas de naftalina em armários para afastar insetos. Passado algum tempo, nota-se que as bolinhas desaparecem. Isso acontece, não porque a barata comeu a naftalina, mas porque esta sublimou à temperatura ambiente.

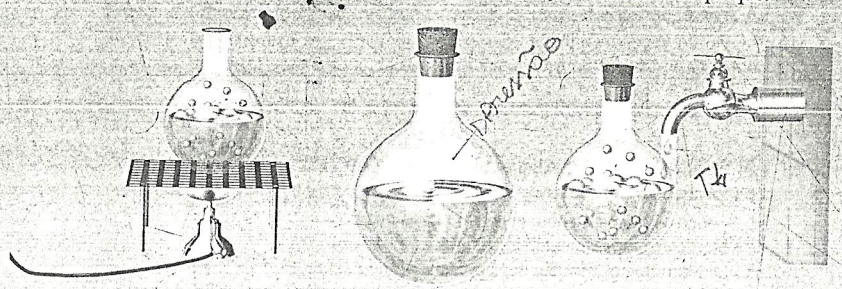
Quais são as afirmativas verdadeiras?

49. (UF-PR) Pode-se conseguir a sublimação do gelo quando ele é submetido a:

a) pressão e temperatura inferiores às do ponto tríplice.
b) pressão e temperatura inferiores às do ponto crítico.
c) pressão e temperatura superiores às do ponto tríplice.
d) pressão e temperatura superiores às do ponto crítico.
e) não se consegue a sublimação do gelo; ele sempre se transforma em água para depois produzir a vaporização.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

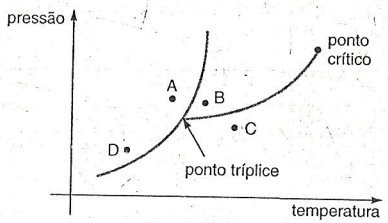
50. (ITA-SP) Numa aula prática sobre ebulição faz-se a seguinte experiência: leva-se até a fervura a água de um balão (não completamente cheio). Em seguida fecha-se o frasco e retira-se do fogo. Efetuando-se um *resfriamento brusco* do balão, a água *volta a ferver*. Isso se dá porque:



a) na ausência do ar, a água ferve com maior facilidade.
b) a redução da pressão do vapor no frasco é mais rápida que a queda de temperatura do líquido; o abaixamento isotérmico da pressão abaixa a temperatura de ebulição.
c) com o resfriamento, a água se contrai expulsando bolhas de ar que estavam no seio do líquido.
d) com o resfriamento brusco, a água evapora violentamente, pois, baixando a pressão, aumenta a temperatura de vaporização.
e) com o resfriamento brusco, o caminho livre médio das moléculas no líquido aumenta.

Enunciado para as questões de números 51 a 54.

A figura representa o diagrama de fases de uma substância simples.



51. Se a substância for comprimida isotermicamente a partir do estado *C*, ela poderá sofrer:
a) fusão
b) solidificação
c) liquefação
d) sublimação

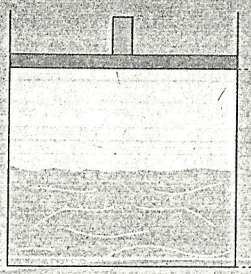
52. Uma mudança do estado *A* para o estado *B* chama-se:
a) fusão
b) ebulição
c) sublimação
e) condensação

53. Em *B* a substância se encontra na fase:
a) sólida
b) líquida
c) de vapor
d) de gás

54. Se a substância for expandida isotermicamente a partir do estado *A*, ela poderá sofrer:
a) fusão
b) ebulição
c) sublimação
d) solidificação

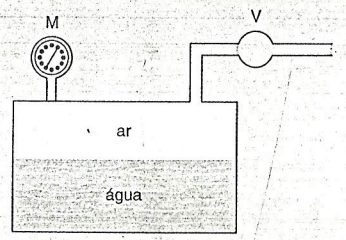
55. (FEI-SP) Duas vasilhas contendo água são mantidas em cidades *A* e *B* à mesma temperatura. Sabe-se que em *A* a água está fervendo, mas em *B* a água não está fervendo. Pode-se afirmar que:
a) é impossível o fenômeno descrito.
b) a altitude de *A* é maior que a de *B*.
c) a altitude de *B* é maior que a de *A*.
d) a temperatura ambiente em *A* é maior que em *B*.

56. (PUC-SP) Um cilindro dotado de êmbolo contém certo líquido em equilíbrio com seu próprio vapor. Se reduzirmos o volume *V* (veja a figura), sem alterar a temperatura:
a) mais líquido se vaporizará.
b) mais vapor se condensará.
c) a proporção de líquido e vapor não se alterará.
d) o líquido ferverá.
e) nenhuma das respostas anteriores é satisfatória.



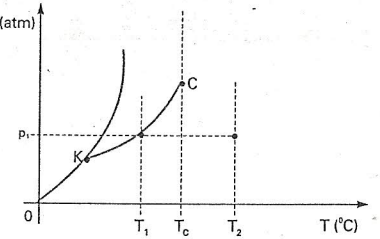
57. (PUC-SP) Para a situação da questão anterior, após a diminuição do volume *V*, a pressão do vapor:
a) é maior que antes.
b) é menor que antes.
c) é a mesma que antes.
d) não se pode saber.
e) nenhuma das anteriores.

58. (UFSCar-SP) Um recipiente hermeticamente fechado contém água e ar (figura). A temperatura de todo o sistema é de 20°C. Se uma bomba *V* for ligada com o fim de fazer o vácuo no recipiente, qual o menor valor que poderá ser observado na marcação do manômetro *M*, enquanto ainda houver água?
a) 20°C.
b) 1 atmosfera.
c) zero.
d) a pressão máxima do vapor de água a 20°C.
e) a pressão crítica da água.



59. (ITA-SP) A pressão máxima de vapor do éter etílico é de 760 mmHg à temperatura de 35°C. Colocando-se certa quantidade desse líquido na câmara evacuada de um barômetro de mercúrio de 1,00 m de comprimento e elevando-se a temperatura ambiente a 35°C, nota-se que a coluna de mercúrio:
a) sobe de 24 cm.
b) permanece inalterada.
c) desce a 24 cm do nível zero.
d) desce a zero.
e) desce a uma altura que é função da quantidade de éter introduzida.

60. (EFOA-MG) Para o diagrama de fases de uma substância pura como a da figura afirma-se que:



I – Aumentando a pressão com a temperatura mantida constante em T_1 tem-se vaporização;
II – Aumentando a pressão com a temperatura mantida constante em T_2 tem-se sublimação;
III – Para qualquer pressão, com a temperatura mantida constante e maior que T_C somente existe gás;
IV – Com a pressão mantida constante em P_1 e variando a temperatura de T = 0 a T = T_2 tem-se duas mudanças de estado;
V – A curva KC define todos os pontos de pressão máxima de vapor.

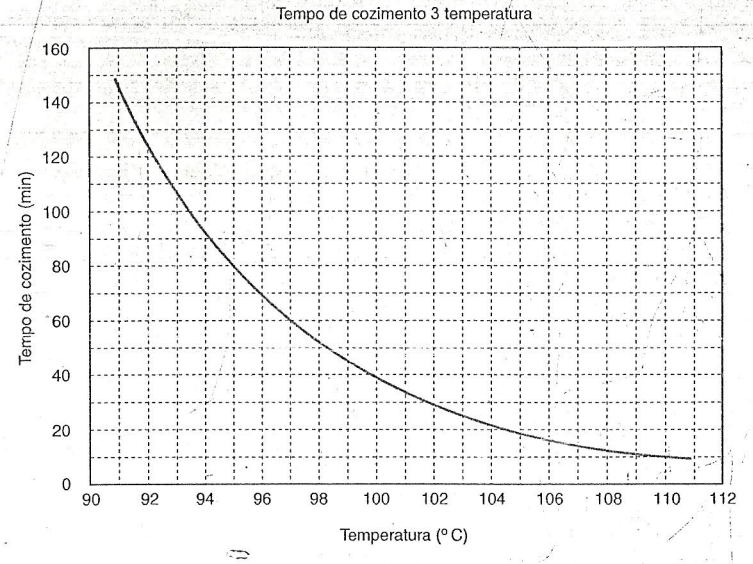
As alternativas que apresentam as afirmativas *corretas* são:

a) Somente III e IV
b) Somente III, IV e V
c) Somente I e II
d) Somente I e V
e) Todas

61. (FEI-SP) Explique por que, nas condições ambientes, o dióxido de carbono (CO_2) no estado sólido é chamado de "gelo seco".

62. (UNICAMP-SP) No Rio de Janeiro (ao nível do mar), uma certa quantidade de feijão demora 40 minutos em água fervente para ficar pronta. A tabela abaixo fornece o valor da temperatura de fervura da água em função da pressão atmosférica, enquanto o gráfico fornece o tempo de cozimento dessa quantidade de feijão em função da temperatura. A pressão atmosférica ao nível do mar vale 760 mm de mercúrio e ela diminui 10 mm de mercúrio para cada 100 m de altitude.

Temperatura de fervura da água em função da pressão												
Pressão em mm de Hg	600	640	680	720	760	800	840	880	920	960	1 000	1 040
Temperatura em °C	94	95	97	98	100	102	103	105	106	108	109	110



a) Se o feijão fosse colocado em uma panela de pressão a 880 mm de mercúrio, em quanto tempo ele ficaria pronto?
b) Em uma panela aberta, em quanto tempo o feijão ficará pronto na cidade de Gramado (RS), à altitude de 800 m?
c) Em que altitude o tempo de cozimento do feijão (em uma panela aberta) será o dobro do tempo de cozimento ao nível do mar?

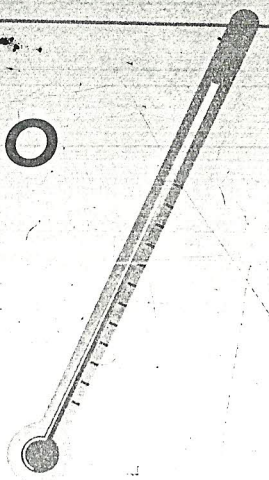
63. (UNICAMP-SP) O ar é capaz de reter uma certa concentração de vapor de água até atingir uma densidade de saturação. Quando a concentração de vapor de água atinge essa densidade de saturação, ocorre uma condensação, ou seja, a água muda do estado gasoso (vapor) para o estado líquido. Esta densidade de saturação depende da temperatura como mostra a tabela abaixo. A umidade relativa (em porcentagem) é definida como a razão entre a densidade de vapor de água existente no ambiente e a densidade de saturação.

Temperatura (°C)	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
Densidade de saturação (g/cm^3)	11	12	14	16	18	20	22	24	26	28	31	34	36	41

a) Em um certo dia frio (12°C) a umidade relativa é de 75%. Qual será a umidade relativa dentro de um quarto aquecido a 24°C? Admita que a densidade de vapor seja a mesma para ambas as temperaturas.
b) Em um certo dia quente (34°C) a umidade relativa é de 50%. Abaixo de qual temperatura um copo de cerveja gelada passa a condensar vapor de água (fica "suado")?

CAPÍTULO 7

PROPAGAÇÃO DO CALOR



1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

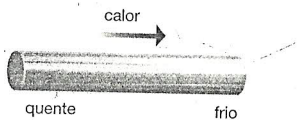


Fig. 1a Propagação de calor por condução térmica.

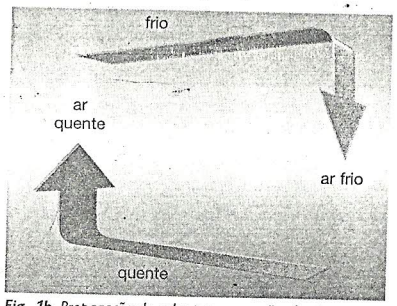


Fig. 1b Propagação de calor por convecção térmica.

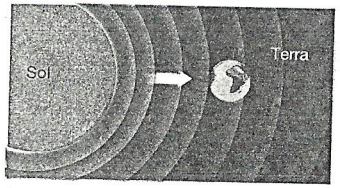


Fig. 1c Propagação de calor por irradiação – ondas eletromagnéticas.

A propagação do calor entre dois sistemas pode ocorrer através de três processos diferentes: a condução, a convecção e a irradiação.

A *condução térmica*, como detalharemos adiante, é um processo lento de transmissão de energia, de molécula para molécula, sempre no sentido das temperaturas decrescentes (Fig. 1a). Na *convecção térmica*, as partes diferentemente aquecidas de um fluido movimentam-se no seu interior, transmitindo a energia. Essa propagação (Fig. 1b) também ocorre sempre no sentido das temperaturas decrescentes. Nem a convecção nem a condução podem ocorrer no vácuo, pois necessitam de um meio material para isso.

A *irradiação* é a propagação de energia através de ondas eletromagnéticas. Quando a energia dessas ondas é absorvida por um corpo, intensifica-se a agitação de suas moléculas, acarretando aumento de temperatura. Esse efeito é mais acentuado quando as ondas incidentes são os denominados *raios infravermelhos*. Esse tipo de propagação energética pode ocorrer no vácuo. Por exemplo, é através desse processo que recebemos energia do Sol (Fig. 1c).

2. CONDUÇÃO TÉRMICA

A condução térmica é um processo de propagação do calor em que a energia é transferida de partícula para partícula, através de agitação atômico-molecular. Cada átomo ou molécula, ao receber energia, passa a vibrar com maior intensidade e mais energia cinética que os demais. Parte dessa energia é transferida para a sua vizinhança que também passa a vibrar intensamente. Assim, o calor vai se propagando para as regiões mais frias do corpo.

Nas substâncias sólidas esse é o único processo de propagação do calor, pois os átomos não podem, por si sós, se mover de uma região para outra do corpo, mas a energia, sim.

Como ilustração, vamos citar uma experiência conhecida. Um cilindro de cobre é segurado por uma das extremidades, enquanto a outra é aquecida diretamente ao fogo (Fig. 2). Notamos que a extremidade que seguramos não fica imediatamente quente, pois não está recebendo o calor direto da chama. No entanto, decorrido algum tempo, ela começa a se aquecer também e, praticamente, todo o cilindro vai ficando quente. Os átomos que estão na extremidade aquecida diretamente pela chama passaram a vibrar mais intensamente, isto é, adquiriram mais energia cinética que os demais átomos do cilindro. Uma parte desta energia, no entanto, foi sendo transferida para os seus vizinhos e com isso o calor foi se propagando para o extremo mais frio do cilindro.

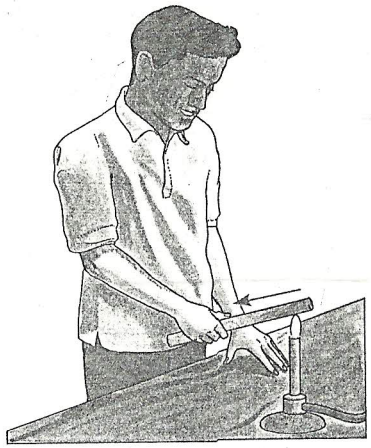


Fig. 2 Cilindro de cobre sendo aquecido em uma de suas extremidades.

Este mecanismo de transferência de calor é observado em muitas substâncias. Os metais se destacam nesse processo, devido à existência de elétrons livres. Esses elétrons podem, rapidamente, transferir a energia para seus vizinhos e acelerar o processo. Por isso, os metais são considerados bons condutores de calor.

Observações

1ª) A propagação de calor por condução não se processa no vácuo, é necessária a presença de um meio material. Ela ocorre nos sólidos e pode ocorrer, com menor intensidade, nos fluidos.

2ª) Nos sólidos, o único processo de transmissão de calor possível é o da "condução térmica".

3ª) O calor se propaga no condutor sempre no sentido da região mais quente para a mais fria.

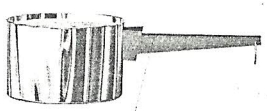
Bons e maus condutores

A propagação do calor por condução difere de substância para substância. Mesmo entre os metais, encontramos aqueles que conduzem melhor do que outros. Por exemplo, o cobre conduz melhor o calor que o alumínio. A prata é um dos melhores condutores de calor.

Existem, no entanto, substâncias em que a condução térmica ocorre de modo pouco intenso, sendo denominadas *maus condutores térmicos*, ou *isolantes térmicos*. Estão nesse caso, por exemplo, a madeira, o isopor, a cerâmica, o tijolo de barro, o gelo e os líquidos e os gases em geral (destaque-se o ar como um bom isolante térmico).

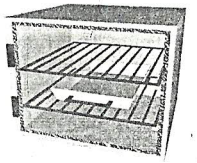
Os isolantes térmicos apresentam muitas aplicações práticas. Exemplifiquemos: cabos de panela são de material isolante (plástico, madeira, etc.); baldinhos de gelo são de isopor; forros termoacústicos de ambientes são placas de isopor revestidas de lã de vidro; as paredes do forno a gás são revestidas de lã de vidro (Fig. 3).

Fig. 3 Aplicações práticas dos isolantes térmicos.



O cabo da panela é de material isolante.

O baldinho de gelo é de isopor.



Forno a gás: suas paredes são revestidas de lã de vidro.

Fluxo de calor ou fluxo térmico

Seja Q a quantidade de calor que passa por uma superfície S (Fig. 4) num intervalo de tempo Δt. Definimos *fluxo de calor* (ϕ) como sendo o quociente entre Q e Δt:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

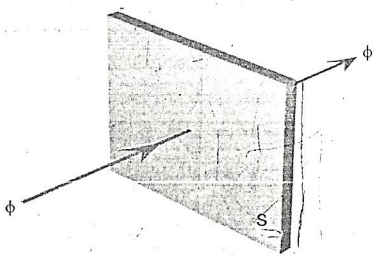


Fig. 4 Fluxo de calor através de uma superfície.

A unidade de fluxo de calor no SI é o watt (W), isto é, joule por segundo. No entanto, são muito usadas as unidades caloria por segundo (cal/s) e caloria por minuto (cal/min).

A definição de fluxo de calor é válida qualquer que seja o processo de propagação de calor, através de S.

Regime estacionário ou permanente

O regime de condução de calor através de um condutor é dito estacionário ou permanente quando o fluxo térmico não apresenta variações com o tempo. Em cada um dos pontos do condutor a temperatura permanece constante, apesar de estar ocorrendo uma corrente de calor.

Para simularmos um regime estacionário, vamos realizar a seguinte experiência: vamos embrulhar um cilindro de cobre com uma manta isolante de lã de vidro, deixando de fora, apenas, as duas extremidades dele. Uma delas é mergulhada num recipiente onde existe água em ebulição, em presença de seu vapor, a 100°C; a outra é mergulhada em outro recipiente, onde existe gelo em fusão, a 0°C (Fig. 5). Ao longo da barra, a temperatura será uniformemente decrescente da extremidade quente para a extremidade fria.

Enquanto durar o processo de ebulição e de fusão nos extremos do cilindro, as temperaturas de todos os pontos vão se manter constantes e o fluxo de calor será também mantido constante. O regime é estacionário.

Os extremos do cilindro são imersos em recipientes de temperaturas constantes.

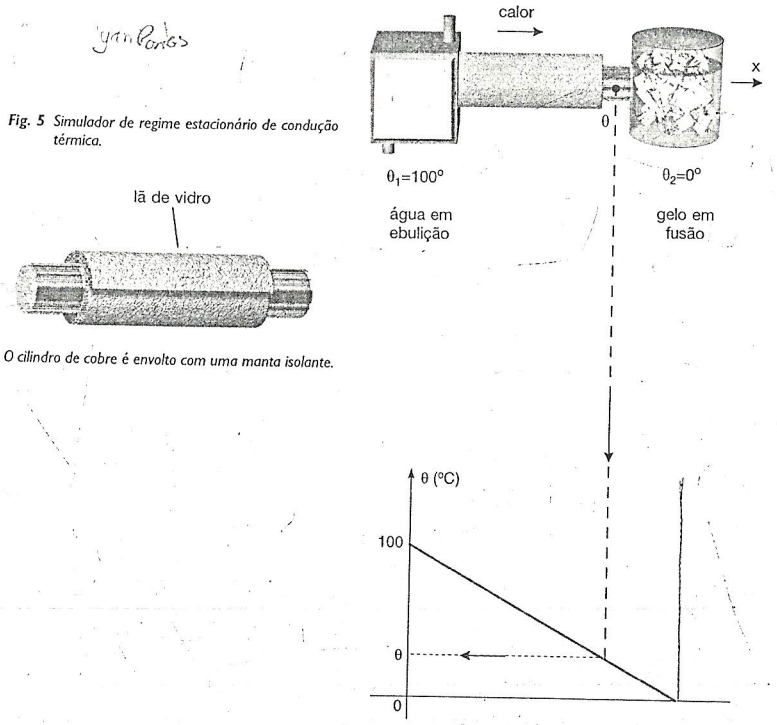


Fig. 5 Simulador de regime estacionário de condução térmica.

O cilindro de cobre é envolto com uma manta isolante.

A temperatura é decrescente ao longo do cilindro.

Lei de Fourier

Consideremos novamente um cilindro condutor no qual se estabeleça um regime estacionário de condução térmica (Fig. 6).
Sejam:

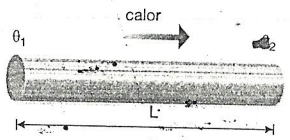


Fig. 6 Cilindro condutor.

L o comprimento do cilindro;
A a área da secção transversal;
θ_1 e θ_2 as temperaturas em suas extremidades;
ϕ o fluxo térmico no seu interior.

Experimentalmente, verifica-se que o fluxo térmico (ϕ) é diretamente proporcional à diferença de temperatura ($\theta_1 - \theta_2$) entre os extremos do cilindro e à área de secção transversal (A), mas é inversamente proporcional ao comprimento (L) do cilindro. Essa propriedade é conhecida como Lei de Fourier e se escreve:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = K \cdot A \cdot \left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{L}\right)$$

Nessa equação, a constante K é denominada *coeficiente de condutibilidade térmica* da substância e o seu valor é uma característica dessa substância. Nos condutores térmicos seu valor é relativamente elevado e nos isolantes térmicos é baixo.

Tabela de coeficiente de condutibilidade térmica

Substância	K (W/m · K)
prata	406
cobre	385
alumínio	205
latão	109
aço	50,2
mercúrio	8,3
vidro	0,8
madeira	0,04 – 0,12
fiberglass	0,04
isopor	0,01
gelo	1,6
ar	0,024
oxigênio	0,023
água	0,58

A Lei de Fourier pode ser aplicada à condução térmica através de uma placa, cujas paredes têm área A e espessura e (Fig. 7). Também nesse caso admite-se a condução em regime estacionário, isto é, as temperaturas θ_1 e θ_2 dos dois lados da placa permanecem constantes durante a transmissão.

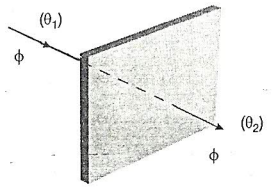


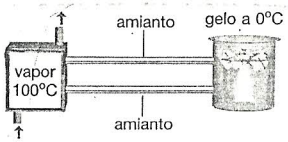
Fig. 7 Condução térmica através de uma placa. $\theta_1 > \theta_2$.

Assim, para a placa, escreve-se:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = K \frac{A(\theta_1 - \theta_2)}{e}$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Uma barra de alumínio de comprimento L = 1,0 m tem uma de suas extremidades em contato térmico com gelo fundente e a outra com vapor d'água a 100°C, como mostra a figura. A barra está envolta em amianto para evitar perdas de calor.



A secção transversal da barra é de 20 cm² e o alumínio tem coeficiente de condutibilidade térmica K = 0,50 cal/s · cm °C. Mantido o regime estacionário, determine:

a) o fluxo de calor através da barra;
b) a massa de gelo que se funde em $8,0 \cdot 10^3$ s;
c) a massa de vapor que se condensa no mesmo intervalo de tempo.

Dados: $L_f = 80$ cal/g; $L_V = 540$ cal/g (para a água).

Resolução:

a) Temos:
K = 0,50 cal/s · cm°C, L = 1,0 m = 100 cm, A = 20 cm² e $\Delta\theta = 100°C - 0°C = 100°C$.

O fluxo de calor é:

$$\phi = K \frac{A \cdot \Delta\theta}{L} \qquad \phi = 0,50 \cdot \frac{20 \cdot 100}{100} \qquad \phi = 10 \text{ cal/s}$$

b) No intervalo de tempo $\Delta t = 8,0 \cdot 10^3$ s, a quantidade de calor Q é obtida por:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} \rightarrow Q = \phi \cdot \Delta t$$

$$Q = 10 \cdot 8,0 \cdot 10^3 \qquad Q = 8,0 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

Para o gelo temos: $L_f = 80$ cal/g. A massa (m_f) que se funde é dada por:

$$Q = m_f \cdot L_f \qquad m_f = \frac{Q}{L_f} = \frac{8,0 \cdot 10^4}{80} \qquad m_f = 1,0 \cdot 10^3 \text{ g} = 1,0 \text{ kg}$$

c) Para o vapor temos $|L_{cond}| = L_V = 540$ cal/g. A massa (m_c) de vapor que se condensa é tal que:

$$|Q| = m_c \cdot |L_{cond}| \rightarrow m_c = \frac{|Q|}{|L_{cond}|} \rightarrow m_c = \frac{8,0 \cdot 10^4}{540} \rightarrow m_c \cong 148 \text{ g}$$

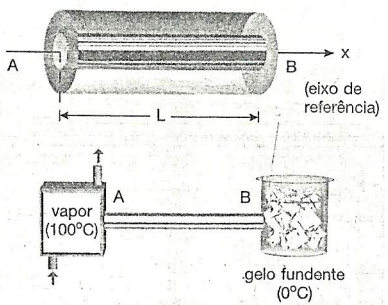
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

2. Um cilindro de cobre de comprimento L = 2,0 m e área de secção transversal A = 10 cm² é embrulhado com uma manta isolante de lã de vidro e suas extremidades são conectadas a recipientes contendo água em ebulição e gelo fundente, sob pressão normal. Usando a tabela (contida na teoria) de condutibilidade térmica, calcule o fluxo de calor que o atravessa.

3. A prata tem coeficiente de condutibilidade térmica aproximadamente igual a 1 cal/s · cm°C. A barra de prata da figura apresenta comprimento de 20 cm e área de secção transversal igual a 2 cm². Colocamos a extremidade *A* da barra em vapor a 100°C e a extremidade *B* em gelo fundente, como na figura.

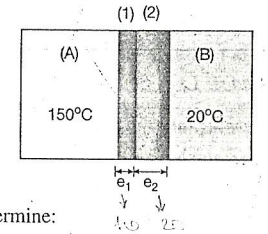
a) Esboce o diagrama da temperatura θ ao longo da barra em função de *x*.
b) Determine o fluxo de calor através da barra.
c) Determine a massa de gelo que se funde em 8 minutos.

Dado: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.



4. Dois ambientes, *A* e *B*, estão separados por uma parede metálica dupla, isto é, formada pela junção de duas placas, conforme mostra a figura. Para as placas, são dados:

A = 20 m² (área de cada parede)
e_1 = 10 cm, K_1 = 40 J/s · m°C
e_2 = 20 cm e K_2 = 50 J/s · m°C

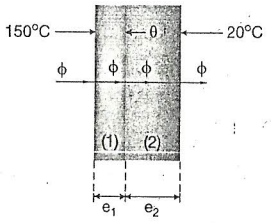


Admitindo ser estacionário o regime de condução, determine:

a) a temperatura (θ) na junta das paredes;
b) o fluxo de calor que atravessa a *parede dupla*.

Resolução:

a) O fluxo de calor que atravessa a parede 1 é o mesmo que atravessa a parede 2.



Parede 1: $\phi = K_1 \dfrac{A(150 - \theta)}{e_1}$

Parede 2: $\phi = K_2 \dfrac{A(\theta - 20)}{e_2}$

Igualando as duas expressões do fluxo:

$$K_1 = \frac{A(150 - \theta)}{e_1} = K_2 \frac{A(\theta - 20)}{e_2}$$

$$\frac{K_1(150 - \theta)}{e_1} = \frac{K_2(\theta - 20)}{e_2} \qquad \frac{40(150 - \theta)}{10} = \frac{50(\theta - 20)}{20}$$

$$8(150 - \theta) = 5(\theta - 20) \qquad 1\,200 - 8\theta = 5\theta - 100$$

$$13\theta = 1\,300 \Rightarrow \boxed{\theta = 100°C}$$

b) Para calcular o fluxo, usamos uma ou outra das duas equações anteriores, tomando, ainda, o cuidado devido com as respectivas unidades.

e_1 = 10 cm = 0,10 m; A = 20 m²; K_1 = 40 J/s · m°C; θ = 100°C

$$\phi = K_1 \frac{A(150 - \theta)}{e_1} = 40 \cdot \frac{20(150 - 100)}{0,10} \qquad \boxed{\phi = 4,0 \cdot 10^5 \text{ J/s}}$$

5. Uma chapa de cobre de 2,0 cm de espessura e 1,0 m² de área tem suas faces mantidas a 100°C e 20°C. Sabendo que a condutibilidade térmica do cobre é de 320 kcal · h⁻¹ · m⁻¹ °C⁻¹, determine:

a) o fluxo de calor que atravessa a chapa de cobre;
b) a quantidade de calor que atravessa a chapa em 0,50 hora.

Admita sempre que o regime é estacionário.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

6. Quais são os três processos de transmissão do calor? Quais deles não podem ocorrer no vácuo? Por quê? Qual é o único que pode ocorrer no vácuo?

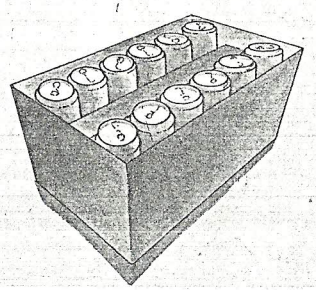
7. Por que os metais, são, geralmente, bons condutores de calor?

8. Explique o seguinte fenômeno: uma chapa de aço repousa sobre o tampo de madeira de uma mesa; uma pessoa coloca a mão esquerda sobre a chapa de aço e a direita sobre a mesa e tem a sensação de que a chapa de aço está mais fria que a madeira.

9. Observe a tabela de condutividade térmica abaixo.

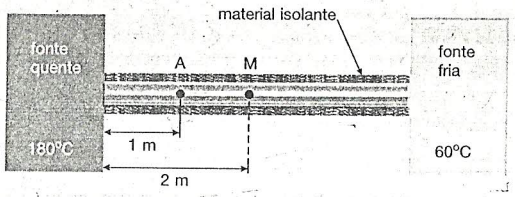
Material	K (W/m · K)
alumínio	205,0
isopor	0,010
fiberglass	0,040
madeira	0,10

Você vai revestir uma caixa de papelão contendo uma dúzia de latas de cerveja geladinhas para o piquenique. Qual material é o mais apropriado? Justifique.



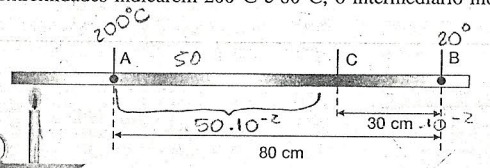
10. (FCMSC-SP) Os iglus, embora feitos de gelo, possibilitam aos esquimós residir neles porque:
a) o calor específico do gelo é maior que o da água.
b) o calor específico do gelo é extraordinariamente pequeno, comparado ao da água.
c) a capacidade térmica do gelo é muito grande.
d) o gelo não é um bom condutor de calor.
e) a temperatura externa é igual à interna.

11. Uma barra de ferro de secção transversal circular de área A e comprimento $L = 4{,}0$ m está em contato térmico, nas suas extremidades, com dois reservatórios cujas temperaturas são mantidas constantes. O regime é estacionário e a barra de ferro está envolta em material isolante.



Determine:
a) a temperatura no ponto médio M;
b) a temperatura no ponto A.

12. (Mackenzie-SP) Uma barra metálica é aquecida conforme a figura; A, B e C são termômetros. Admita a condução de calor em regime estacionário e no sentido longitudinal da barra. Quando os termômetros das extremidades indicarem 200°C e 80°C, o intermediário indicará:



a) 195°C b) 175°C c) 140°C d) 125° e) 100°C

13. (FAAP-SP) Uma casa tem 5 janelas, tendo cada uma vidro de área 1,5 m^2 e espessura $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ m. A temperatura externa é −5°C e a interna é mantida a 20°C, através da queima de carvão. Qual a massa de carvão consumida no período de 12 h para repor o calor perdido apenas pelas janelas?
Dados: condutividade térmica do vidro = 0,72 cal/h · m°C; calor de combustão do carvão = $6{,}0 \cdot 10^3$ cal/g.

14. (CEFET-PR) Para melhorar o isolamento térmico de uma sala, deve-se:
a) aumentar a área externa das paredes.
b) utilizar um material de maior coeficiente de condutibilidade térmica.
c) dotar o ambiente de grandes áreas envidraçadas.
d) aumentar a espessura das paredes.
e) pintar as paredes externas com cores escuras.

3. CONVECÇÃO TÉRMICA

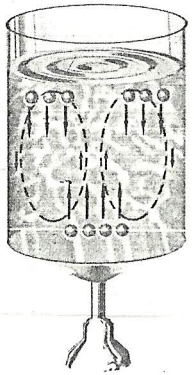


Fig. 8 Convecção térmica num líquido.

A convecção térmica é um processo de propagação de energia que ocorre apenas nos fluidos, isto é, nos líquidos, gases e vapores, uma vez que há movimentação das partículas diferentemente aquecidas no interior do meio, não podendo ocorrer nos sólidos. Esse movimento de partículas acontece por diferença de densidade entre as diversas partes do fluido, causada pela diferença de temperatura.

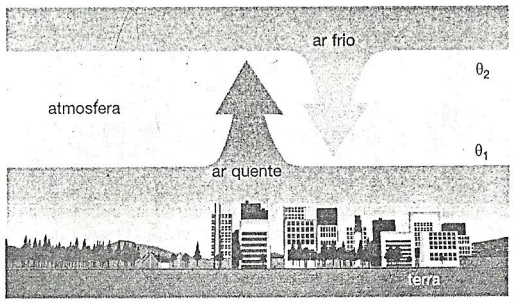
Assim, se um líquido for aquecido por sua parte inferior (Fig. 8), as partículas do fundo se tornam mais quentes, menos densas e sobem; as da parte superior, relativamente mais frias e menos densas, descem. Formam-se então as denominadas *correntes de convecção* (uma ascendente quente e outra descendente fria), que podem ser visualizadas se colocarmos um pó fino, como serragem, no interior do líquido.

A convecção apresenta uma série de aplicações, assim como diversos fenômenos naturais podem ser explicados, pelo menos em parte, através da convecção térmica.

Entre as aplicações, podemos citar o fato de o congelador das geladeiras ser colocado na parte superior (o ar frio desce e o ar quente sobe), a eliminação de gases pelas chaminés (os gases quentes sobem), a circulação da água no radiador de um automóvel (a água quente em contato com o motor sobe), etc.

Na natureza, a movimentação do ar formando ventos e brisas é explicada em parte pela convecção. A tão temida inversão térmica, que no inverno acentua a poluição, é causada pela não-ocorrência da convecção em dias frios. Nos dias

a) Dia normal: $\theta_1 > \theta_2$



b) Dia frio: $\theta_1 < \theta_2$

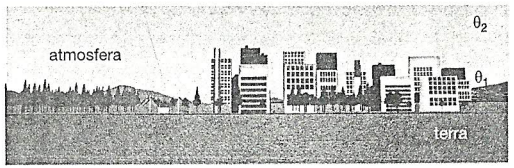


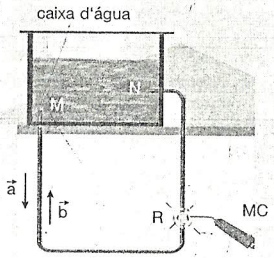
Fig. 9 A convecção térmica dispersa os poluentes em dias normais (a). Em dias frios, não há convecção (b).

normais, a camada de ar poluído junto à Terra é mais quente que as camadas superiores de ar puro (Fig. 9a). Então o ar poluído sobe, sendo substituído pelo ar mais frio e puro das camadas superiores, ocorrendo dispersão dos poluentes. Em dias frios, o ar em contato com o solo é mais frio que o ar das camadas superiores (Fig. 9b) e, por isso, não há convecção, aumentando a concentração de poluentes no ar que respiramos. É lógico que há outros fatores que podem produzir dispersão dos poluentes, como chuvas e outras correntes de ar. (Veja o exercício 20.)

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

15. Na figura ao lado temos uma vela acesa. Sejam *S* e *L* dois pontos do espaço, conforme se indica. Colocando-se o dedo em *L* e depois em *S*, onde se recebe maior quantidade de calor num mesmo intervalo de tempo Δt? Justifique.

16. Na figura ao lado temos uma caixa-d'água na laje de uma residência. O encanamento representado pode levar água de *M* para *N* ou vice-versa. Ele é de ferro galvanizado. Com o auxílio de um maçarico (MC) aquecemos o encanamento na região (*R*). Haverá circulação de água pelo encanamento? Em que sentido? ($\vec{a}$) ou ($\vec{b}$)? Justifique.



Observação:
Nos antigos fogões a lenha, havia uma serpentina ligada ao encanamento hidráulico da caixa-d'água e com isso aquecia-se a água ali reservada. Era um processo idêntico ao do exercício acima.

17. Poderia o calor do Sol chegar à Terra por convecção térmica? Justifique.

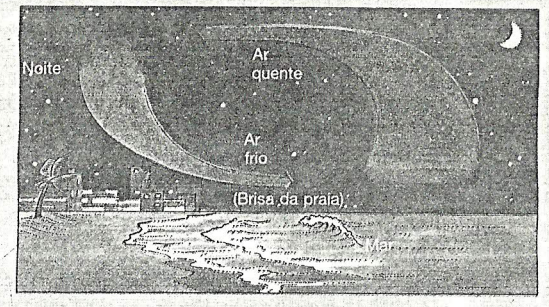
Resolução:
O calor não poderia se propagar no vácuo, por convecção térmica, pois isso exigiria a movimentação de moléculas de um fluido, o que não existe no vácuo. O calor do Sol chega à Terra através de ondas eletromagnéticas. É a irradiação.

18. No verão, usamos um aparelho de ar-condicionado para refrigerar o ar do ambiente. Onde ele deverá estar instalado: na parte superior ou inferior da parede?

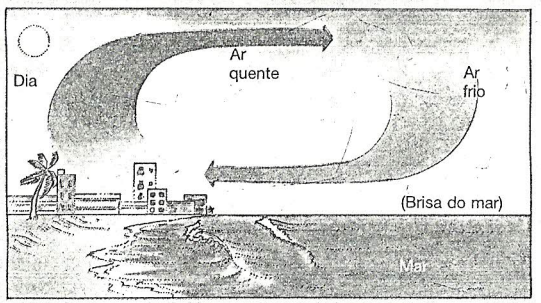
19. Num dia ensolarado, a água da piscina ainda estava fria, com exceção de uma camada muito fina da sua superfície. Explique por que a água do fundo demora para se aquecer.

20. Na praia, durante o dia, sopra uma brisa marítima (do mar para a terra). À noite sopra a brisa da terra para o mar. Analise cada uma das frases que tentam justificar o fenômeno descrito. Assinale as verdadeiras:

I. A brisa marítima durante o dia é causada pela marés.
II. Devido à elevada capacidade térmica da água do mar, em comparação com a da terra (da praia), o calor do Sol tem pouca influência no aquecimento da água, mas bastante no da areia da praia.
III. Durante a noite, a areia se resfria rapidamente devido à sua baixa capacidade térmica, enquanto a água do mar mantém a temperatura relativamente elevada. O ar quente sobre as águas sobe e dá lugar à brisa fria que vem da terra para o mar.



IV. Durante o dia, a areia se aquece com o Sol e a água do mar continua fria por mais tempo devido à sua elevada capacidade térmica. O ar quente que paira sobre a areia da praia sobe, dando lugar à brisa que vem do mar.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

21. (FUVEST-SP) Nas geladeiras, o congelador fica sempre na parte de cima para:
a) manter a parte de baixo mais fria que o congelador.
b) manter a parte de baixo mais quente que o congelador.
c) que o calor vá para o congelador.
d) acelerar a produção de cubos de gelo.
e) que o frio vá para o congelador.

22. (UE-CE) A convecção do calor:

a) depende de um meio material para se realizar.
b) explica a propagação de calor nos meios sólidos.
c) explica como chega à Terra o calor do Sol.
d) raramente ocorre em meios fluidos.

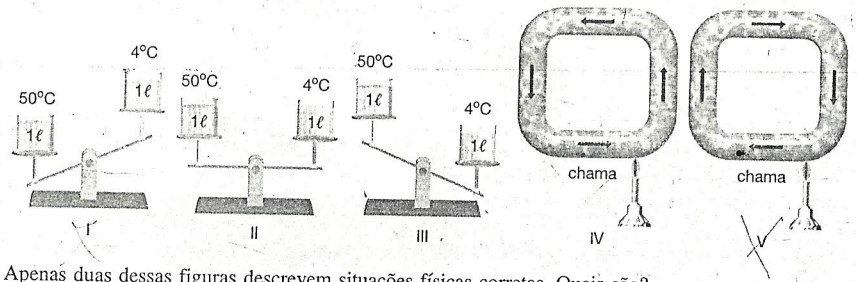
23. (PUC-RS) A propagação do calor, em dias frios, a partir de um condicionador de ar, numa sala, se dá principalmente por:

a) convecção.
b) irradiação.
c) condução.
d) irradiação e condução.
e) irradiação, convecção e condução.

24. (FCMSC-SP) Em certos dias, verifica-se o fenômeno de inversão térmica, que causa aumento de poluição, pelo fato de a atmosfera apresentar maior estabilidade. Esta ocorrência é devida ao seguinte fato:

a) a temperatura das camadas inferiores do ar atmosférico permanece superior à das camadas superiores.
b) a convecção força as camadas poluídas a circular.
c) a condutibilidade do ar diminui.
d) a temperatura do ar se homogeneíza.
e) as camadas superiores do ar atmosférico têm temperatura superior à das camadas inferiores.

25. (UF-RS) As figuras I, II e III mostram recipientes idênticos, colocados sobre uma balança, contendo 1 litro de água cada um, nas temperaturas indicadas. As setas das figuras IV e V mostram o sentido de circulação da água no interior de um encanamento ao ser aquecida pela ação de uma chama, para valores de temperatura entre 4°C e 80°C.



Apenas duas dessas figuras descrevem situações físicas corretas. Quais são?

a) III e IV b) I e IV c) II e IV d) I e V e) III e V

26. (UF-RS) Num planeta completamente desprovido de fluidos apenas pode ocorrer propagação de calor por:

a) convecção e condução.
b) convecção e irradiação.
c) condução e irradiação.
d) irradiação.
e) convecção.

27. (UF-GO) Considere as afirmações:

I. A propagação de calor nos líquidos ocorre predominantemente por convecção.
II. A propagação de calor nos sólidos ocorre predominantemente por irradiação.
III. A propagação de calor nos gases ocorre predominantemente por convecção.

Assinale

a) se apenas a afirmativa I for correta.
b) se apenas a afirmativa II for correta.
c) se apenas a afirmativa III for correta.
d) se apenas as afirmativas I e II forem corretas.
e) se apenas as afirmativas I e III forem corretas.

28. (UFSCar-SP) Considere três fenômenos simples:

I. Circulação de ar em geladeira.
II. Aquecimento de uma barra de ferro.
III. Variação da temperatura do corpo humano no banho de sol.

Associe, a cada um deles, nessa mesma ordem, o principal tipo de transferência de calor que ocorre nesses fenômenos:

a) convecção, condução, irradiação.
b) convecção, irradiação, condução.
c) condução, convecção, irradiação.
d) irradiação, convecção, condução.
e) condução, irradiação, convecção.

29. (FEMPAR-PR) Relacione os tipos de transmissão de calor da coluna da esquerda com os fenômenos ligados ao mecanismo de transmissão de calor mencionados na coluna da direita. Qual a seqüência obtida?

(1) convecção natural
(2) condução em sólido
(3) radiação térmica
(4) convecção forçada

( ) emissão de ondas eletromagnéticas através do espaço, mesmo vazio.
( ) gradiente de temperatura.
( ) diferença de densidade.
( ) movimento de fluido por agente externo.

O conjunto das associações corretas é:

a) 1-2-3-4 b) 2-1-4-3 c) 3-2-1-4 d) 3-1-4-2 e) 2-1-3-4

4. IRRADIAÇÃO TÉRMICA

As ondas eletromagnéticas podem se apresentar sob diversas formas: luz visível, raios *X*, raios ultravioleta, raios infravermelhos, etc. Dessas, as que apresentam efeitos térmicos mais acentuados são os raios infravermelhos.

Chama-se *irradiação térmica* a emissão de raios infravermelhos por um corpo, verificando-se que quanto maior a temperatura, maior a intensidade de energia irradiada.

Poder emissivo (*E*) de um corpo é a relação entre a potência emitida e a área da superfície emitente (*A*):

$$E = \frac{P}{A}$$

Fonte	E (W/m²)
tungstênio a 2 450 K	$5{,}0 \cdot 10^5$
Sol	$61 \cdot 10^6$
Ferro fundido a 1 600 K	$11 \cdot 10^4$

O poder emissivo, geralmente expresso em watts por metro quadrado (W/m^2), depende da natureza da fonte emissora e de sua temperatura, como se pode depreender dos exemplos apresentados na tabela.

Para uma mesma temperatura, o maior poder emissivo é o do corpo negro, para o qual vale a Lei de Stefan-Boltzmann:

> O poder emissivo do corpo negro é diretamente proporcional à temperatura absoluta elevada à quarta potência.

Analiticamente:

$$E_{CN} = \sigma T^4$$

A constante de proporcionalidade σ vale:

$$\sigma = 5{,}672 \cdot 10^{-8}\ W/m^2 \cdot K^4$$

A *emissividade* e de um corpo qualquer é a grandeza adimensional dada pela relação entre o poder emissivo desse corpo e o poder emissivo do corpo negro à mesma temperatura:

$$e = \frac{E}{E_{CN}}$$

Evidentemente, sendo o poder emissivo do corpo negro o maior para cada temperatura, a emissividade de um corpo qualquer é sempre menor que 1 ($e < 1$). Para o corpo negro, em particular, a emissividade é igual a 1 (um), ou seja:

$$e_{CN} = 1$$

Tendo em vista a Lei de Stefan-Boltzmann, a relação anterior se torna:

$$e = \frac{E}{\sigma T^4} \quad \text{ou} \quad E = e\sigma T^4$$

que nos fornece o poder emissivo de um corpo qualquer em função de sua temperatura absoluta.

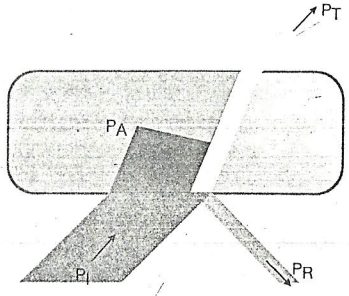


Fig. 10 Há reflexão, absorção e transmissão da energia radiante incidente num corpo.

Consideremos um corpo no qual incide energia radiante com a potência P_I (Fig. 10). Dessa energia incidente, parte é refletida pelo corpo (potência P_R), parte é absorvida, convertendo-se em energia de agitação molecular (potência P_A), e parte é transmitida pelo corpo, atravessando-o (potência P_T). Logicamente, devemos ter:

$$P_I = P_R + P_A + P_T$$

A proporção de energia refletida, absorvida e transmitida é avaliada através das grandezas adimensionais: refletividade, absorvidade e transmissividade.

Refletividade r de um corpo é a relação entre a potência refletida P_R e a potência incidente P_I:

$$r = \frac{P_R}{P_I}$$

Absorvidade a de um corpo corresponde à relação entre a potência absorvida P_A e a incidente P_I:

$$a = \frac{P_A}{P_I}$$

Transmissividade t de um corpo é dada pela relação entre a potência transmitida P_T e a incidente P_I:

$$t = \frac{P_T}{P_I}$$

Somando essas três grandezas para o mesmo corpo, teremos:

$$r + a + t = 1$$

Dizemos que um corpo é *atérmico* quando é nula a potência transmitida. Então, da energia incidente, parte é refletida e parte é absorvida. Portanto, nesse caso, a transmissividade é nula ($t = 0$), donde:

$$r + a = 1$$

Por exemplo, para um corpo atérmico de absorvidade $a = 0{,}6$, a refletividade vale $r = 0{,}4$, indicando esses valores que 60% da potência incidente é absorvida e 40% é refletida.

O corpo negro, que evidentemente é ideal, apresenta absorvidade $a = 1$ e refletividade $r = 0$, isto é, ele nada reflete, absorvendo toda a energia radiante nele incidente. O corpo real que mais se aproxima do corpo negro é o "negro de fumo" (fuligem), que reflete apenas 1% da energia incidente.

De um modo geral, os corpos claros e os corpos espelhados apresentam baixa absorvidade e elevada refletividade. Ao contrário, os corpos escuros possuem elevada absorvidade e baixa refletividade.

Convém não confundir o fenômeno da emissão com o da reflexão. A emissão pressupõe sempre uma anterior absorção de energia irradiada por outros corpos ou um fornecimento de energia através de uma fonte, o que não acontece com a reflexão.

Verifica-se que todo corpo bom absorvedor é também um bom emissor, o que pode ser percebido pelo que foi visto a respeito do corpo negro, que apresenta a maior absorvidade ($a_{CN} = 1$) e a maior emissividade ($e_{CN} = 1$) em qualquer temperatura. Essa coincidência entre os valores de emissividade e de absorvidade não é exclusiva do corpo negro, valendo para qualquer corpo a denominada Lei de Kirchhoff:

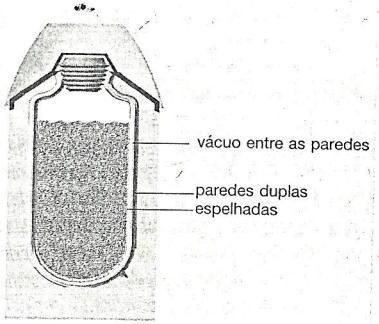
Para cada temperatura, qualquer corpo apresenta emissividade e absorvidade iguais: $a = e$.

Se vários corpos, em diferentes temperaturas, forem colocados num mesmo ambiente, todos eles irradiarão e, logicamente, também absorverão energia. Enquanto as temperaturas forem diferentes, não haverá igualdade entre as potências irradiada e absorvida. Após certo tempo, será atingido o equilíbrio térmico, mas não cessará a irradiação de energia pelos corpos, estabelecendo-se na verdade um equilíbrio dinâmico: para cada corpo, a potência irradiada será igual à potência absorvida. Em vista disso, apesar de o corpo sempre estar irradiando, não há o "perigo" de ele perder toda sua energia, chegando ao zero absoluto, pois ele sempre estará também absorvendo a energia irradiada pelos outros corpos que o cercam.

É importante observar que não é necessário que, num dado intervalo de tempo, a energia emitida por um corpo seja igual à absorvida pelo outro, admitindo só haver dois corpos no ambiente. Realmente é preciso lembrar que pode também estar ocorrendo reflexão nas superfícies dos corpos. Assim, se um corpo claro (ou polido) estiver em equilíbrio térmico, num dado ambiente, com um corpo escuro, o primeiro absorverá com baixa potência e emitirá com baixa potência, mas essas potências serão iguais entre si. Por outro lado, o corpo escuro absorverá com alta potência e irradiará com alta potência, potências essas também iguais entre si.

A GARRAFA TÉRMICA

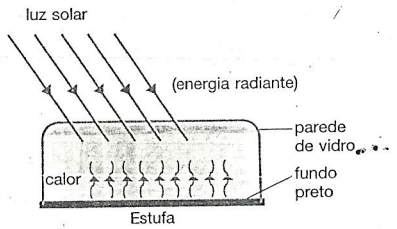
É largamente difundida a utilização da garrafa térmica, um dispositivo cuja função é manter um líquido no seu interior, por largo tempo, quente ou frio. Para que isso seja possível, a perda (ou o ganho) de calor pelo líquido para o ambiente deve ser minimizada, qualquer que seja o processo: condução, convecção ou irradiação.



O recipiente da garrafa é construído com material isolante térmico (geralmente, o vidro) e com paredes duplas. A retirada do ar do espaço entre elas forma uma região de quase-vácuo. Assim, evita-se a troca de calor por condução. A fim de evitar-se a irradiação, as superfícies interna e externa do recipiente são espelhadas para refletirem a energia radiante. A tampa deve vedar bem a boca da garrafa, para evitar perdas de calor por convecção.

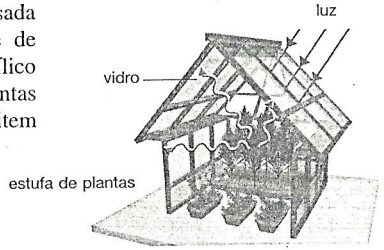
5. ESTUFA

Uma estufa é um recinto com paredes de vidro e o fundo pintado de preto. Incidindo radiação solar, que penetra pelas paredes transparentes de vidro, a energia radiante é absorvida pelo fundo negro, aquecendo-o. Graças a isso, esse fundo passa a emitir radiações infravermelhas (ondas de calor), às quais o vidro é sensivelmente opaco, isto é, não as deixa atravessar. Assim, a estufa se mantém mais quente que o ambiente externo.



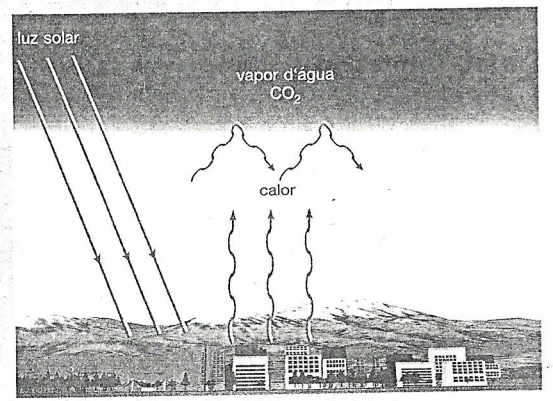
O vidro é transparente aos raios infravermelhos do Sol, os quais têm alta freqüência (apenas um pouco abaixo do vermelho). No entanto, esses raios são absorvidos pelo fundo negro da estufa e são novamente emitidos para o seu interior, porém com freqüência muito mais baixa (calor).

A estufa de plantas é muito usada entre os cultivadores de mudas e de flores. Seu telhado é de vidro, acrílico ou plástico transparente. As plantas absorvem energia radiante e emitem radiações infravermelhas.



O EFEITO ESTUFA

Na Terra ocorre um fenômeno denominado *efeito estufa*: o vapor d'água e o dióxido de carbono presentes na atmosfera terrestre formam uma camada transparente às ondas eletromagnéticas que chegam do Sol (e são absorvidas pela Terra, aquecendo-a), mas é sensivelmente opaca à radiação infravermelha emitida pela Terra aquecida. Isso impede que a Terra perca, sobretudo à noite, uma quantidade exagerada de calor irradiado para o espaço. Se isso é bom por um lado, pode ser ruim por outro.



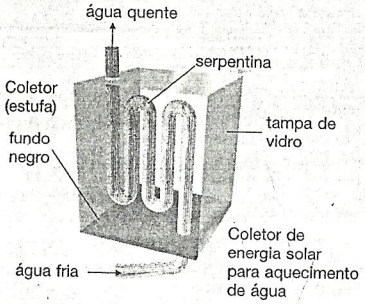
Como se sabe, vem aumentando, gradativamente, com o passar dos anos, a quantidade de gás carbônico na atmosfera, intensificando o efeito estufa, o que eleva, assim, indesejavelmente, a temperatura na Terra.

O AQUECIMENTO SOLAR

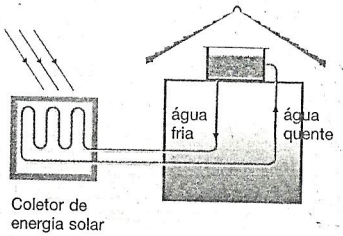
Um sistema de aquecimento solar de água apresenta uma grande vantagem, do ponto de vista econômico, em relação aos sistemas elétrico ou a gás.

No aquecimento solar são usadas placas coletoras de energia que aquecem a água que circula numa serpentina. O princípio básico é o da estufa.

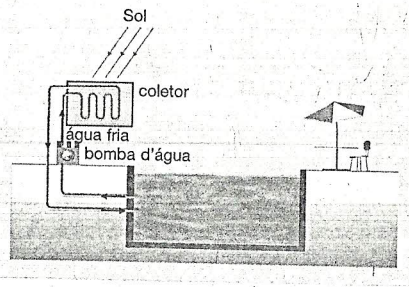
Essa água aquecida vai para uma caixa-d'água ou mesmo para uma piscina.



No caso de a caixa-d'água estar situada em um plano superior ao do sistema coletor, a água fria desce até ele e a água quente sobe por convecção livre até a caixa-d'água.



No caso de uma piscina, as placas coletoras são colocadas em nível superior ao da água. Não ocorre a convecção espontânea e a água fria é bombeada até o coletor.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

30 Sobre um corpo atérmico incide energia radiante com potência de 20 kW, dos quais ele absorve 5,0 kW. Determine, para esse corpo:

a) a absorvidade b) a transmissividade c) a refletividade

Resolução:

a) Temos $P_I = 20$ kW a potência incidente; $P_A = 5{,}0$ kW a potência absorvida. A absorvidade se calcula por:

$$a = \frac{P_A}{P_I} = \frac{5{,}0}{20} \qquad a = 0{,}25 \qquad \text{ou} \qquad a = 25\%$$

b) Como o corpo é atérmico, ele não transmite energia e sua transmissividade é nula.

$t = 0$

c) Para calcular a refletividade, basta lembrar que:

$r + a + t = 1$. Então: $r + 0{,}25 + 0 = 1$ $\quad r = 0{,}75 \quad$ ou $\quad r = 75\%$

31. Um corpo atérmico apresenta absorvidade igual a 10%. Sobre ele incide energia radiante com potência de 5,0 kW. Determine, para esse corpo:

a) a potência absorvida b) a potência refletida

32 Um corpo recebe calor de uma fonte quente sob potência constante de 3,0 kW. Sendo sua refletividade igual a 60% e a transmissividade de 10%, obtenha:

a) sua absorvidade e a emissividade;

b) a potência com que ele irradia o calor, de modo a manter sua temperatura constante.

Resolução:

a) Sendo $r + a + t = 100\%$ $\quad 60\% + a + 10\% = 100\% \Rightarrow a = 30\%$

Pela Lei de Kirchhoff, qualquer corpo apresenta emissividade igual à absorvidade ($e = a$), na mesma temperatura. Então $e = 30\%$

b) Como o corpo tem $e = 30\%$ significa que ele irradia 30% de $P_I = 3$ kW:

$$P_{irradiada} = \frac{30}{100} \cdot 3 \qquad P_{irradiada} = 0{,}90 \text{ kW}$$

33. Sobre um corpo negro incidiram 10 kcal de energia radiante durante determinado tempo. Admitindo que, durante esse tempo, o corpo negro se manteve em equilíbrio térmico com o ambiente, determine:

a) a quantidade de calor absorvida;

b) a quantidade de calor refletida;

c) a quantidade de calor irradiada.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

34. (FUVEST-SP) Tem-se dois copos, com a mesma quantidade de água, um aluminizado *A* e outro negro *N*, que ficam expostos ao Sol durante uma hora. Sendo inicialmente as temperaturas iguais, é mais provável que ocorra o seguinte:

a) ao fim de uma hora não se pode dizer qual temperatura é maior.
b) as temperaturas são sempre iguais em qualquer instante.
c) após uma hora a temperatura de *N* é maior que a de *A*.
d) de início, a temperatura de *A* decresce (devido à reflexão) e a de *N* aumenta.
e) as temperaturas de *N* e de *A* decrescem (devido à evaporação) e depois crescem.

35. (Mackenzie-SP) Assinale a afirmação *incorreta*:

a) Todo corpo bom absorvedor de calor é também um bom emissor.
b) Todo corpo bom refletor é um mau irradiador de calor.
c) O Sol aquece a Terra, tanto por irradiação como por convecção.
d) A formação dos ventos é explicada com base nas correntes de convecção.
e) O processo pelo qual o calor se propaga nos sólidos é o da condução.

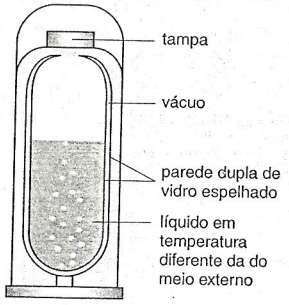
36. (U. E. Maringá-PR) Um corpo negro inicialmente irradia à temperatura de T (em kelvin). Passando a irradiar à temperatura de 2T, a potência irradiada aumenta de:

a) 32 vezes b) 16 vezes c) 8 vezes d) 4 vezes e) 2 vezes

37. (F. M. ABC-SP) Atualmente, os diversos meios de comunicação vêm alertando a população para o perigo que a Terra começa a enfrentar, o chamado "efeito estufa". Tal efeito é devido ao excesso de gás carbônico presente na atmosfera, provocado pelos poluentes, pelos quais o homem é responsável direto. O aumento de temperatura provocado pelo fenômeno deve-se ao fato de que:

a) a atmosfera é transparente à energia radiante e opaca para as ondas de calor.
b) a atmosfera é opaca à energia radiante e transparente para as ondas de calor.
c) a atmosfera é transparente tanto para a energia radiante como para as ondas de calor.
d) a atmosfera é opaca tanto para a energia radiante como para as ondas de calor.
e) a atmosfera funciona como um meio refletor para a energia radiante e como meio absorvente para a energia térmica.

38. (FESP-SP) As garrafas térmicas normalmente encontradas no comércio têm paredes duplas com câmara de vácuo e são espelhadas, como é mostrado na figura. Elas são assim construídas porque:



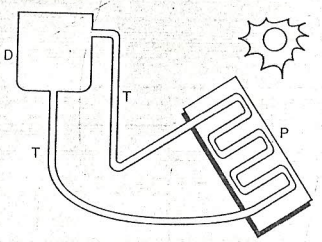
I – as paredes espelhadas impedem a transmissão do calor por convecção.
II – a câmara de vácuo impede a transmissão do calor por condução.
III – as paredes duplas impedem a transmissão do calor por irradiação.

a) I e II estão certas.
b) II e III estão certas.
c) I e III estão certas.
d) I, II e III estão certas.
e) apenas a II está certa.

39. (FUVEST-SP) Sabe-se que a temperatura do café se mantém razoavelmente constante no interior de uma garrafa térmica perfeitamente vedada.

a) Qual é o principal fenômeno responsável por esse bom isolamento térmico?
b) O que acontece com a temperatura do café se a garrafa térmica for agitada vigorosamente? Justifique sua resposta.

40. (FUVEST-SP) A figura ilustra um sistema de aquecimento solar: uma placa metálica *P* pintada de preto e, em contato com ela, um tubo metálico encurvado; um depósito de água *D* e tubos de borracha *T* ligando o depósito ao tubo metálico. O aquecimento da água contida no depósito *D*, pela absorção da energia solar, é devido basicamente aos seguintes fenômenos, pela ordem:



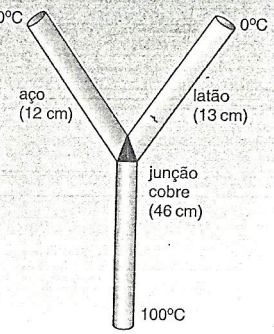
a) condução, irradiação convecção.
b) irradiação, condução, convecção.
c) convecção, condução, irradiação.
d) condução, convecção, irradiação.
e) irradiação, convecção, condução.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

41. Um calorímetro é feito de cobre revestido por placas de cortiça. Numa dada experiência, o equilíbrio térmico no interior do calorímetro ocorre a −10°C, enquanto a temperatura do ambiente externo é 40°C. A área das paredes revestidas é de 0,26 m². As paredes de cobre têm espessura de 1,0 mm e as placas de cortiça 5 mm. Sendo 0,92 cal/s · cm°C e $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ cal/s · cm°C os coeficientes de condutibilidade térmica do cobre e da cortiça, respectivamente, determine:

a) a temperatura na superfície de contato entre o cobre e a cortiça;
b) o fluxo de calor que atravessa o revestimento de cortiça.

42. (Mackenzie-SP) Tem-se três cilindros de secções transversais iguais de cobre, latão e aço, cujos comprimentos são, respectivamente, 46 cm, 13 cm e 12 cm. Soldam-se os cilindros, formando o perfil em *Y*, indicado na figura. O extremo livre do cilindro de cobre é mantido a 100°C, e os cilindros de latão e aço a 0°C. Supor que a superfície lateral dos cilindros esteja isolada termicamente. As condutividades térmicas do cobre, do latão e do aço valem, respectivamente, 0,92, 0,26 e 012, expressas em cal · cm^{-1} · s^{-1} $°C^{-1}$. No regime estacionário de condução, a temperatura na junção é igual a:

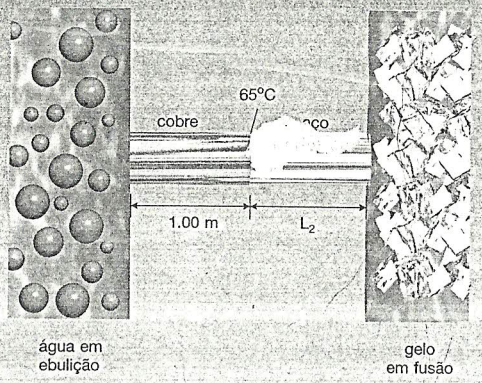


a) 100°C b) 80°C c) 67°C d) 50°C e) 40°C

43. A figura mostra uma barra cilíndrica constituída de cobre e aço, perfeitamente unidos por uma solda térmica especial. A área de secção transversal é $6{,}0 \times 10^{-4}\ m^2$. A temperatura na junta dos dois metais é 65°C. Use os coeficientes de condutibilidade térmica da tabela dada no item 2 da teoria. As extremidades da barra estão imersas em água em ebulição e gelo em fusão. Determine:

a) o fluxo térmico em regime permanente;

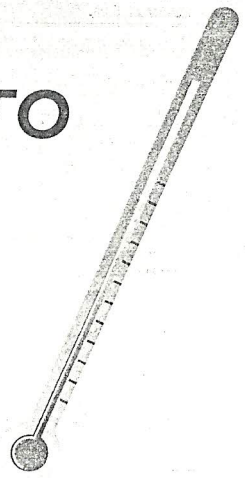
b) o comprimento L_2 da barra de aço.



BIBLIOTECA PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

CAPÍTULO 8

COMPORTAMENTO TÉRMICO DOS GASES



1. O MOL E A MASSA MOLAR

O objetivo principal deste capítulo é o estudo dos gases. Ao desenvolvermos esse estudo, veremos que mais importante do que a *massa* de um gás é o *número de moléculas* desse gás. Isto é, dadas duas amostras de gases diferentes, com massas diferentes mas com o *mesmo número de moléculas*, observa-se que as duas amostras têm comportamento aproximadamente iguais. Por isso, antes de iniciarmos o estudo dos gases vamos recordar alguns conceitos que você deve ter estudado nas aulas de Química.

Para comparar as massas dos diversos átomos e moléculas, foi adotado um padrão a partir do isótopo 12 do carbono (C^{12}), o qual possui em seu núcleo 6 prótons e 6 nêutrons. Esse padrão é chamado de *unidade de massa atômica* e, por definição:

$$1 \text{ unidade de massa atômica} = 1 \text{ u} = \frac{\text{massa do átomo de } C^{12}}{12}$$

Experimentalmente, obtém-se: $1 \text{ u} \cong 1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ kg.

Antigamente, o símbolo usado para a unidade de massa atômica era *u.m.a.*; porém, atualmente, o símbolo oficial no Sistema Internacional de Unidades (SI) é *u*.

Observando que no núcleo do C^{12} há 12 partículas (6 prótons e 6 nêutrons) e lembrando que a massa do próton é quase igual à do nêutron, concluímos que o próton e o nêutron têm massas aproximadamente iguais à unidade de massa atômica:

$$\text{massa do próton} \cong \text{massa do nêutron} \cong 1 \text{ u}$$

A *massa atômica* de um elemento é obtida comparando a massa de um átomo desse elemento com a unidade de massa atômica. Por exemplo, o fósforo (*P*) tem massa atômica 30,97376 u; isso significa que:

$$\text{massa de um átomo de P} = 30{,}97376\ \text{u} = (30{,}97376) \cdot (1{,}66057 \cdot 10^{-27}\ \text{kg})$$

Se o elemento tiver mais de um isótopo natural, é feita uma média, levando em conta a proporção em que cada isótopo ocorre na natureza.

A *massa molecular* de uma substância é obtida comparando a massa de uma molécula dessa substância com a unidade de massa atômica. A massa molecular pode ser obtida adicionando-se as massas atômicas dos átomos constituintes da molécula.

Exemplo:

A molécula da amônia (NH_3) tem 1 átomo de nitrogênio e 3 de hidrogênio. Consultando uma tabela, obtemos:

$$\begin{cases} \text{massa atômica do nitrogênio} \cong 14\ \text{u} \\ \text{massa atômica do hidrogênio} \cong 1\ \text{u} \end{cases}$$

Assim:

$$\text{massa molecular da amônia} \cong 1 \cdot (14\ \text{u}) + 3 \cdot (1\ \text{u}) = 17\ \text{u}$$

Ao darmos a massa atômica de um elemento ou a massa molecular de uma substância, é comum omitirmos a unidade *u*. Assim, no exemplo anterior poderíamos escrever:

$$\text{massa atômica do nitrogênio} \cong 14$$
$$\text{massa molecular da amônia} \cong 17$$

O mol

Para a contagem do número de objetos microscópicos como átomos e moléculas, freqüentemente usa-se o *mol*:

$$\boxed{1\ \text{mol de objetos} = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{objetos}}$$

Do ponto de vista gramatical, a palavra *mol* está na mesma categoria de palavras como *dúzia*, *dezena*, *centena*, etc. Assim, da mesma maneira que podemos escrever:

$$1\ \text{dúzia de maçãs} = 12\ \text{maçãs}$$
$$2\ \text{dezenas de maçãs} = 2 \cdot (10\ \text{maçãs}) = 20\ \text{maçãs},$$

podemos escrever:

$$1\ \text{mol de maçãs} = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{maçãs}$$
$$2\ \text{mols de maçãs} = 2 \cdot (6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{maçãs}) = 12{,}046 \cdot 10^{23}\ \text{maçãs}$$

O número $6{,}023 \cdot 10^{23}$ é conhecido por *número de Avogadro* e costuma ser representado por N_A:

$$\boxed{N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{partículas/mol} = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}}$$

Massa molar

A *massa molar* (*M*) de um *elemento* é a massa de 1 mol de átomos desse elemento. A experiência mostra que a massa molar de um elemento pode ser obtida tomando-se a massa atômica e substituindo a unidade *u* pela unidade *grama por mol*.

Exemplo:

A massa atômica do alumínio Al é aproximadamente igual a 27 u. Portanto, a massa molar do elemento alumínio é:

$$M = 27\ \text{gramas/mol}$$

Assim:

- em 27 g de Al há $6{,}023 \cdot 10^{23}$ átomos de Al;
- em 54 g de Al há $12{,}046 \cdot 10^{23}$ átomos de Al.

A *massa molar* de uma *substância* é a massa de 1 mol de moléculas dessa substância. A massa molar da substância pode ser obtida tomando-se a massa molecular e substituindo a unidade *u* pela unidade *grama por mol*.

Exemplo:

A massa molecular da amônia é aproximadamente igual a 17 u. Portanto, a massa molar da amônia é 17 gramas por mol:

$$M = 17\ \text{g/mol}$$

Assim:

- em 17 g de amônia há $6{,}023 \cdot 10^{23}$ moléculas;
- em 34 g de amônia há $12{,}046 \cdot 10^{23}$ moléculas.

Consideremos uma amostra de um elemento (ou substância) contendo *n* mols de átomos (ou moléculas). Sendo *M* a massa molar do elemento (ou substância) e *m* a massa da amostra (em gramas), temos:

$$\boxed{m = n \cdot M} \quad \text{ou} \quad \boxed{n = \frac{m}{M}}$$

Exemplo:

Consideremos uma amostra de 88 gramas de CO_2. A massa molecular do CO_2 é aproximadamente igual a 44 u e, portanto, sua massa molar é $M = 44$ gramas/mol. Assim, o número de mols de moléculas de CO_2 contidas na amostra é:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{88\ \text{g}}{44\ \text{g/mol}} = 2\ \text{mols}$$

Portanto, nessa amostra há $2 \cdot (6{,}023 \cdot 10^{23})$ moléculas de CO_2.

Observação

Às vezes você vai encontrar dois nomes que eram usados antigamente mas que hoje caíram em desuso. Para orientá-lo, apresentamos a seguir os nomes antigos e os novos:

Nome Antigo	Nome Atual
átomo-grama	massa molar de um elemento
molécula-grama	massa molar de uma substância

8

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. São dados os valores aproximados das massas atômicas de alguns elementos:
H = 1; C = 12; O = 16; Cl = 35,5
Com base nesses valores, calcule as massas moleculares das seguintes substâncias:
a) H_2 b) H_2O c) O_2 d) CO_2 e) HCl f) C_5H_{12}

2. Uma pepita de ouro tem 5,0 mols de átomos. Adotando o número de Avogadro como sendo $6,0 \cdot 10^{23}$, quantos átomos de ouro há na pepita?

3. Uma pelota de chumbo tem $4,2 \cdot 10^{24}$ átomos. Adotando o número de Avogadro como sendo $6,0 \cdot 10^{23}$, quantos mols de átomos de chumbo há na pelota?

4. (UF-RS) Se cada um dos 26 Estados brasileiros produzisse, anualmente, 4,6 milhões de toneladas de soja, o tempo necessário para produzir 1 mol de grãos de soja (suponha que a massa média de 1 grão seja 1 grama) seria de:
a) 1 mês. b) 2,5 anos. c) 1 século. d) 2,5 séculos. e) $5 \cdot 10^9$ anos.

5. Em um recipiente há 8,0 mols de moléculas do gás oxigênio (O_2). Sabendo que a massa atômica do oxigênio é 16, calcule:
a) a massa molecular do gás; b) a massa do gás (em gramas).

6. Em uma garrafa há 900 gramas de água (H_2O).
São dados: massa atômica do hidrogênio = 1; massa atômica do oxigênio = 16; número de Avogadro = $6,0 \cdot 10^{23}$.
a) Quantos mols de moléculas de água há na garrafa?
b) Quantas moléculas de água há na garrafa?

Enunciado para as questões 7 e 8:

A massa atômica do carbono é 12 e a do oxigênio é 16. O número de Avogadro é $6 \cdot 10^{23}$ partículas por mol.

7. (Fund. Carlos Chagas-SP) Em 88 g de CO_2 existe um número de moléculas igual a:
a) $6 \cdot 10^{23}$ b) $3 \cdot 10^{23}$ c) $12 \cdot 10^{23}$ d) $1,2 \cdot 10^{23}$ e) $8,8 \cdot 10^{23}$

8. (Fund. Carlos Chagas-SP) A massa de uma molécula de CO_2 é aproximadamente igual a:
a) $12 \cdot 10^{-22}$ g c) $\frac{1}{8} \cdot 10^{-23}$ g e) $7 \cdot 10^{-23}$ g
b) $0,8 \cdot 10^{-23}$ g d) $5 \cdot 10^{-22}$ g

9. (FUVEST-SP) Adotando o número de Avogadro como igual a $6 \cdot 10^{23}$ e sabendo que a massa atômica do sódio é 23, podemos afirmar que, em uma amostra de 1,15 grama de sódio, o número de átomos é:
a) $6,0 \cdot 10^{23}$ b) $3,0 \cdot 10^{23}$ c) $6,0 \cdot 10^{22}$ d) $3,0 \cdot 10^{22}$ e) $1,0 \cdot 10^{22}$

8

2. PRESSÃO DE UM GÁS

Quando estudamos a dilatação dos sólidos e dos líquidos, não levamos em conta a pressão, pois os sólidos e líquidos são bastante incompressíveis e, assim, as variações de pressão têm pouca influência sobre o volume. No entanto, no caso dos gases a situação é diferente, pois eles possuem grande compressibilidade e expansibilidade e, assim, mesmo pequenas variações de pressão produzem significativas variações de volume. Desse modo, ao estudarmos o comportamento de um gás, teremos que levar em conta sua pressão.

O Teorema de Stevin e os gases

No capítulo 1, referente à Hidrostática, vimos que, pelo Teorema de Stevin, a diferença de pressão entre dois pontos, *A* e *B*, no interior de um fluido (líquido ou gás) em repouso e sob a ação da gravidade, é dada por (Fig. 1):

$$p_B - p_A = dgh,$$

onde *d* é a densidade do fluido e *h* é o desnível entre os pontos *A* e *B*.

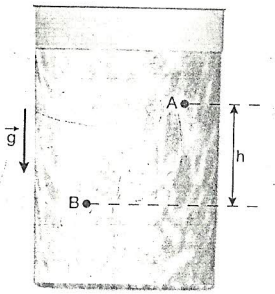


Fig. 1

Porém, a densidade dos gases é muito menor que a dos líquidos. Por exemplo, ao nível do mar e à temperatura de 0°C, a densidade da água é cerca de 1 000 vezes maior que a densidade do ar e a densidade do mercúrio é cerca de 10 000 vezes maior que a do ar. Portanto, nessas condições, para termos no ar uma diferença de pressão equivalente a 1 milímetro de mercúrio, teríamos que ter um desnível de aproximadamente 10 000 milímetros, isto é, 10 metros. Acontece que, em geral, os recipientes com que trabalharemos terão dimensões bem menores que essa e, assim, a diferença de pressão entre dois pontos quaisquer do gás será muito pequena, podendo ser desprezada. Portanto, de agora em diante, quando nos referirmos à pressão de um gás em um recipiente, estaremos supondo que essa pressão é a mesma em todos os pontos do gás.

3. O GÁS IDEAL

A partir de agora vamos estudar o comportamento dos gases levando em conta as grandezas *volume* (*V*), *temperatura absoluta* (*T*) e *pressão* (*p*) do

gás, grandezas essas denominadas *variáveis de estado* do gás. Cada conjunto de valores assumidos por V, T e p caracteriza o que chamamos *estado* do gás; como veremos mais adiante, fixados os valores de duas quaisquer dessas grandezas, automaticamente estará determinado o valor da terceira.

A experiência mostra que, para todos os gases, as grandezas V, T e p obedecem, aproximadamente, a uma equação — denominada *equação de Clapeyron*, que será estudada mais adiante —, desde que os gases tenham baixas densidades (gases rarefeitos). Para que isso ocorra, as temperaturas não devem ser muito "baixas" e as pressões não devem ser muito "altas". Isso levou os físicos a formularem o conceito de gás ideal (ou perfeito), que obedece à equação de Clapeyron em quaisquer condições. Podemos dizer, então, que um gás real de baixa densidade comporta-se como um gás ideal.

O estudo que faremos é válido para os gases ideais cujas características são estabelecidas por uma série de postulados que constituem a *teoria cinética dos gases*. Segundo essa teoria, as moléculas do gás ideal:

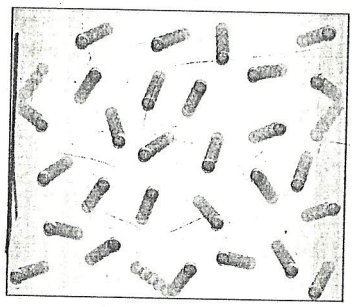


Fig. 2

1º) movem-se desordenadamente (caos molecular) e, embora apresentem velocidades variáveis de uma para outra, admite-se que se movimentem com uma mesma *velocidade escalar média* (Fig. 2);

2º) não exercem ação mútua, isto é, não interagem por mais próximas que estejam, exceto durante as colisões;

3º) chocam-se elasticamente entre si e com as paredes do recipiente, não havendo portanto perda energética nessas colisões;

4º) apresentam volume próprio desprezível, em comparação com o volume ocupado pelo gás.

A pressão exercida pelo gás é resultado do bombardeio ocasionado pelas moléculas em seu movimento caótico. Então, à primeira vista parece paradoxal que um gás, em alta temperatura (alto grau de agitação molecular), exerça baixa pressão, de acordo com a condição estabelecida para que o gás real tenha comportamento próximo do ideal. No entanto, a baixa pressão é possível desde que a quantidade de moléculas no recipiente seja pequena. Em outros termos, podemos dizer que a referida condição exige que se tenha um gás real rarefeito em alta temperatura.

O gás real nessa situação se comporta de modo aproximado como ideal porque, havendo poucas moléculas em temperatura elevada, a distância média entre as moléculas é muito grande, sendo pequena a intensidade das forças de interação. Além disso, como a velocidade de cada molécula é muito alta, é muito pequeno o intervalo de tempo em que as moléculas se mantêm próximas, quando há cruzamento entre elas. A pequena quantidade de moléculas faz com que o volume próprio delas seja desprezível quando comparado com o volume total ocupado pelo gás.

Na Termodinâmica, estudaremos a relação entre a velocidade e a energia cinética das moléculas dos gases ideais com a temperatura.

Equação de Clapeyron

Para os gases ideais vale a equação de Clapeyron:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Nela, n representa o número de mols de moléculas do gás e R é a *constante universal dos gases perfeitos*, cujo valor não depende da natureza do gás, mas das unidades usadas para as variáveis de estado. No item 6 deste capítulo veremos como se chegou a essa equação. Por enquanto, vamos apenas usá-la.

Unidades de R

Da equação de Clapeyron tiramos: $R = \dfrac{p \cdot V}{n \cdot T}$

Portanto:

$$\text{unidade de } R = \frac{(\text{unidade de pressão}) \cdot (\text{unidade de volume})}{(\text{mol}) \cdot (\text{kelvin})}$$

Na prática, é muito freqüente trabalharmos com a pressão em atmosferas e o volume em litros; nesse caso verificamos que o valor de R é:

$$R = 0{,}082 \ \frac{\text{atm} \cdot \ell}{\text{mol} \cdot \text{K}} \qquad \text{(I)}$$

No Sistema Internacional a pressão é medida em *Pa* e o volume em m^3. Lembrando que $1 \text{ atm} = 1{,}01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ e $1 \ \ell = 10^{-3} \text{ m}^3$, da igualdade (I) obtemos:

$$R \cong 8{,}31 \ \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Mas como mostraremos no próximo capítulo, o produto $P_a \cdot m^3$ é equivalente a um joule (J), assim:

$$R \cong 8{,}31 \ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \qquad \text{(II)}$$

Lembrando ainda que $1 \text{ cal} = 4{,}185 \text{ J}$, da igualdade (II) obtemos:

$$R \cong 2{,}0 \ \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Estado normal de um gás

Denomina-se *estado normal* de um gás o caracterizado pelos seguintes valores de pressão e temperatura:

$p = 1 \text{ atm} = 76 \text{ cm Hg}$
$T = 273 \text{ K } (0^\circ\text{C})$

É comum, para indicar o estado normal, usar as siglas TPN (temperatura e pressão normais) e CNPT (condições normais de pressão e temperatura).

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

10 Tem-se 5,0 mols de moléculas de um gás ideal a 27°C e sob pressão de 5,0 atmosferas. Determine o volume ocupado por esse gás. É dada a constante universal dos gases perfeitos $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$.

Resolução:

São dados o número de mols, $n = 5{,}0$, a pressão, $p = 5{,}0$ atm, e a temperatura que, na escala Kelvin, é $T = (27 + 273)K = 300\,K$. Da aplicação da equação de Clapeyron, obtemos:

$$pV = nRT \Longrightarrow V = \frac{nRT}{p} = \frac{(5{,}0)(0{,}082)(300)}{5{,}0} \qquad V = 24{,}6\ \ell$$

11. Determine a pressão exercida por 3,0 mols de moléculas de um gás perfeito à temperatura de 47°C que ocupa um volume de 30 litros. É dado $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$.

12. Qual o número de mols de moléculas de um gás ideal que, sob pressão de 8,2 atm, ocupa o volume de 10 ℓ na temperatura de 227°C? É dado $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$.

13 Um recipiente de volume 40 litros contém 6,0 mols de moléculas de um gás perfeito à pressão de 3,0 atm. Determine a temperatura do gás, sabendo que:

$1atm \cong 10^5$ Pa; $R \cong 8{,}3 \frac{J}{mol \cdot K}$

Resolução:

Nesse caso, a constante universal dos gases foi dada no SI (joule/mol · K). Assim, devemos converter o volume para m^3 e a pressão para pascal (Pa)

$$\begin{cases} 1\ell = 10^{-3}\ m^3 \Longrightarrow 40\ \ell = 40 \cdot 10^{-3}\ m^3 \\ 1\ atm = 10^5\ Pa \Longrightarrow 3{,}0\ atm = 3{,}0 \cdot 10^5\ Pa \\ n = 6{,}0\ mols \end{cases}$$

$$pV = nRT \Longrightarrow T = \frac{pV}{nR} = \frac{(3{,}0 \cdot 10^5)(40 \cdot 10^{-3})}{(6{,}0)(8{,}3)} \qquad T \cong 240\ K$$

14. Qual o número de mols de moléculas de um gás que, sob pressão de 8,3 atm, ocupa o volume de 10 litros na temperatura 227°C?

Dados: 1 atm = 10^5 Pa; $R = 8{,}3 \frac{J}{mol \cdot K}$.

15 Chamamos *volume molar* de um gás perfeito o volume ocupado por 1 mol de moléculas de gás. Seu valor independe da natureza do gás, só dependendo das condições de pressão e temperatura. Determine o volume molar de um gás ideal nas condições normais de temperatura e pressão. $\left(\text{Adote } R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}\right)$

Resolução:

As condições normais são: T = 273 K e p = 1 atm.

$$pV_M = nRT \Longrightarrow V_M = \frac{nRT}{p} = \frac{(1)(0{,}082)(273)}{1} \qquad V_M \cong 22{,}4\ \ell$$

16. Qual o volume molar de um gás ideal na temperatura de 50°C e sob pressão de 2,0 atm?

Dado: $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$.

17 Em um recipiente de capacidade 24,6 litros tem-se gás oxigênio (O_2) a −123°C, sob pressão de 4,0 atm. A massa atômica do oxigênio é 16 u, a constante universal dos gases perfeitos é $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$ e o número de Avogadro é $6{,}02 \cdot 10^{23}$ partículas/mol. Determine:

a) o número de mols de moléculas do gás;
b) o número de moléculas do gás;
c) a massa molecular e a massa molar do gás;
d) a massa do gás em gramas.

Resolução:

a) O volume do gás é V = 24,6 ℓ, a pressão é p = 4,0 atm e a temperatura absoluta é:

$$T = (-123 + 273)\ K = 150\ K.$$

Aplicando a equação de Clapeyron:

$$pV = nRT \Longrightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{(4{,}0)(24{,}6)}{(0{,}082)(150)} \qquad n = 8{,}0\ mols$$

b) Sendo N o número de moléculas e N_A o número de Avogadro, temos:

$$N = n \cdot N_A = (8{,}0\ mols)(6{,}02 \cdot 10^{23}\ moléculas/mol)$$

$$N \cong 4{,}82 \cdot 10^{24}\ moléculas$$

c) A massa atômica do oxigênio é 16 u; portanto, a massa molecular da substância oxigênio (O_2) é 32 u. Assim, a massa molar do gás é:

$$M = 32\ gramas/mol$$

d) A massa do gás é dada por:

$$m = n \cdot M = (8{,}0\ mols)(32\ gramas/mol) \qquad m = 256\ g$$

18. O nitrogênio tem massa molar M = 28 gramas/mol. Certa quantidade de nitrogênio ocupa volume de 82 litros à temperatura de 327°C e sob pressão de 3,0 atm. Sendo $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$, determine:

a) o número de mols de moléculas de nitrogênio;
b) a massa de nitrogênio.

19. Sob pressão de 4,5 atmosferas e temperatura de 177°C, 80 gramas de certo gás ideal ocupam o volume de 164 litros. Sendo a constante universal dos gases perfeitos $R = 0{,}082\ \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$ e o número de Avogadro $N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$ moléculas/mol, determine:

a) o número de mols de moléculas do gás;
b) a massa molar do gás;
c) o número de moléculas do gás.

20. Um recipiente fechado, à temperatura de 177°C, abriga 5,0 mols de moléculas de um gás ideal que exerce pressão de 3 atmosferas. Se o recipiente for aquecido até a temperatura de 227°C, qual o número de mols de moléculas que devem escapar para que o gás continue a exercer a mesma pressão?

Resolução:

A situação inicial do gás corresponde à temperatura

$$T_1 = (177 + 273)\ K = 450\ K$$

e à pressão $p = 3{,}0$ atm, sendo o número de mols $n_1 = 5{,}0$. Pela equação de Clapeyron:

$$pV = n_1RT_1 = (5{,}0)\,(R)\,(450) = 2\,250\ R \qquad (I)$$

Na situação final, a pressão deve ser mantida em $p = 3{,}0$ atm, não se alterando também o volume V, que é o volume do recipiente. Como a temperatura passa para

$$T_2 = (227 + 273)\ K = 500\ K,$$

para que isso aconteça o número de mols de moléculas deve ser diferente (n_2). Aplicando novamente a equação de Clapeyron, obtemos:

$$pV = n_2RT_2 = n_2\,R\,(500) \qquad (II)$$

De I e II, obtemos:

$$n_2\,R\,(500) = 2\,250\ R \Longrightarrow n_2 = 4{,}5\ mols$$

A variação do número de mols de moléculas é:

$$\Delta n = n_2 - n_1 = (4{,}5 - 5{,}0)\ mols = -0{,}5\ mol$$

O número de mols de moléculas que escapam é dado pelo módulo de Δn:

$$|\Delta n| = 0{,}5\ mol$$

21. No interior de um balão indeformável e indilatável, encontram-se 8,0 mols de moléculas de um gás perfeito à temperatura de 327°C e exercendo a pressão de 2,0 atm. Mantida a temperatura, qual o número de mols que devem ser introduzidos no balão para que a pressão exercida pelo gás passe para 5,0 atmosferas?

22. Em um recipiente há 2,0 litros do gás nitrogênio (N_2) à pressão de 4 atm e à temperatura T. Em um segundo recipiente há 3,0 litros do gás oxigênio (O_2), à pressão de 5,0 atm e à mesma temperatura T. Esses gases são misturados em um recipiente de volume 10 litros, mantido à mesma temperatura T.

a) Qual a pressão da mistura?
b) Qual a fração molar de cada gás na mistura?
c) Sendo as massas moleculares do N_2 e do O_2, respectivamente iguais a 28 e 32, qual a massa molecular média da mistura?

Resolução:

a) Os gases nitrogênio (N_2) e oxigênio (O_2) não reagem entre si, isto é, não há reação química entre as moléculas de N_2 e as moléculas de O_2. Assim, a mistura terá um número total de moléculas que é a soma do número de moléculas de N_2 com o número de moléculas de O_2.

$$pV = nRT \Longrightarrow n = \frac{pV}{RT}$$

Para o nitrogênio temos:

$$V_1 = 2{,}0\ \ell;\ p_1 = 4{,}0\ atm;\ n_1 = \frac{p_1V_1}{RT} = \frac{(4{,}0)(2{,}0)}{RT} = \frac{8{,}0}{RT}$$

Para o oxigênio:

$$V_2 = 3{,}0\ \ell;\ p_2 = 5{,}0\ atm;\ n_2 = \frac{p_2V_2}{RT} = \frac{(5{,}0)(3{,}0)}{RT} = \frac{15}{RT}$$

Portanto, o número total de mols de moléculas é:

$$n = n_1 + n_2 = \frac{8{,}0}{RT} + \frac{15}{RT} = \frac{23}{RT}$$

Para a mistura, o número de mols é n e o volume é $V = 10\ \ell$:

$$pV = nRT \Longrightarrow p = n\,\frac{RT}{V} = \left(\frac{23}{RT}\right) \cdot \frac{RT}{10} = 2{,}3 \qquad p = 2{,}3\ atm$$

b) Em uma mistura, a fração molar (f) de um gás é dada por:

$$f = \frac{\text{número de mols de moléculas do gás}}{\text{número de mols de moléculas da mistura}}$$

Assim, temos:

$$\text{nitrogênio} \longrightarrow f_1 = \frac{\frac{8{,}0}{RT}}{\frac{23}{RT}} = \frac{8{,}0}{23} \cong 0{,}35 = 35\%$$

$$\text{oxigênio} \longrightarrow f_2 = \frac{\frac{15}{RT}}{\frac{23}{RT}} = \frac{15}{23} \cong 0{,}65 = 65\%$$

Isso significa que, do total de moléculas (ou mols de moléculas), 35% são de nitrogênio e 65% são de oxigênio. Obviamente, devemos ter $f_1 + f_2 = 1 = 100\%$.

c) $\begin{cases} \text{nitrogênio: } M_1 = 28 \text{ e } f_1 = 0{,}35 \\ \text{oxigênio: } M_2 = 32 \text{ e } f_2 = 0{,}65 \end{cases}$

A massa molecular média (M) é a média ponderada de M_1 e M_2 com os "pesos" f_1 e f_2:

$$M = \frac{f_1M_1 + f_2M_2}{f_1 + f_2} = f_1M_1 + f_2M_2 = (0{,}35)(28) + (0{,}65)(32) = 30{,}6$$

$$M = 30{,}6$$

A massa molecular média é também chamada *massa molecular aparente*.

23. Um gás A está à temperatura absoluta T e sob pressão de 6,0 atm em um recipiente de volume 4,0 litros. Um gás B está em um recipiente de volume 2,0 litros, sob pressão de 8,0 atm e à mesma temperatura absoluta T. Os dois gases são misturados em um recipiente de volume 20 litros mantido à temperatura $2T$. Supondo que os gases não reajam entre si, calcule:

a) a pressão da mistura;
b) a fração molar de cada gás na mistura;
c) a massa molecular média da mistura, sabendo que as massas moleculares dos gases *A* e *B* são, respectivamente, iguais a 4 e 20.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

24. (FM-Itajubá-MG) O comportamento de um gás real aproxima-se do de um gás ideal ou perfeito quando:
a) submetido a baixas temperaturas.
b) submetido a baixas temperaturas e baixas pressões.
c) submetido a altas temperaturas e altas pressões.
d) submetido a altas temperaturas e baixas pressões.
e) submetido a baixas temperaturas e altas pressões.

25. (UC-MG) O volume ocupado por 2,0 mols de moléculas de um gás ideal à pressão de $2{,}0 \cdot 10^5$ N/m² e a 27°C é, em m^3:
a) $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ b) $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ c) $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ d) $2{,}2 \cdot 10^{1}$ e) $2{,}5 \cdot 10^{-8}$
Dado: R = 8,31 J/mol · K.

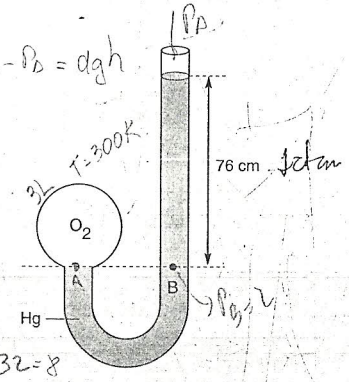
26. (PUC-SP) Um certo gás ocupa um volume de 41 litros, sob pressão de 2,9 atmosferas à temperatura de 17°C. O número de Avogadro vale $6{,}02 \times 10^{23}$ e a constante universal dos gases perfeitos R = 0,082 atm · ℓ/mol · K. Nessas condições, o número de moléculas contidas no gás é, aproximadamente:
a) $3{,}00 \cdot 10^{24}$ b) $5{,}00 \cdot 10^{23}$ c) $6{,}02 \cdot 10^{23}$ d) $2{,}00 \cdot 10^{24}$ e) $3{,}00 \cdot 10^{29}$

27. (PUC-SP) Um recipiente rígido contém 2 gramas de oxigênio a pressão de 20 atmosferas e temperatura de 47°C. Sabendo que a massa molecular do oxigênio é 32 e que R = 0,082 atm · ℓ/mol · K, o volume do recipiente é, em litros:
a) 0,082 b) 0,820 c) 0,078 d) 0,780 e) 0,069

28. (CESESP-PE) A 18°C e 765 mm de mercúrio, 1,29 litro de um gás ideal tem massa 2,71 gramas. A massa molar do gás vale, aproximadamente, em g/mol:
a) 30 b) 40 c) 50 d) 60 e) 20
Dado: $R = 0{,}081 \frac{\text{atm} \cdot \text{litro}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$.

Enunciado para as questões 29 e 30:

Ao nível do mar, um balão de vidro de 3,0 litros está conectado a um tubo em *U*, conforme mostra a figura ao lado, e contém oxigênio a 27°C. O conjunto é indeformável e o tubo está cheio de mercúrio até as proximidades da extremidade livre, a qual se encontra aberta.
Dados: R = 0,08 atm · ℓ/mol · K; massa molecular do oxigênio = 32; pressão normal = 76 cmHg.



29. (Mackenzie-SP) A pressão verificada no ponto *B* é:
a) 0,50 atm b) 1,00 atm c) 2,00 atm d) 2,50 atm e) 3,25 atm

30. (Mackenzie-SP) A massa de oxigênio contida no balão de vidro é:
a) 2,0 g b) 4,0 g c) 8,0 g d) 10 g e) 13 g

31. (UNIMEP-SP) Assinale a alternativa correta:
a) Nas CNTP, o volume ocupado por um mol de certo gás ideal depende do número de moléculas.
b) Na equação de Clapeyron (pV = nRT), o valor de *R* depende das unidades de pressão e volume.
c) Numa transformação de estado de um gás ideal, a pressão sempre aumenta com o aumento de volume.
d) As variáveis de estado de um gás são: massa, volume e número de moléculas.

32. Nas condições normais de temperatura e pressão, o volume ocupado por 1 mol de moléculas de um gás ideal é aproximadamente igual a:
a) 0,82 ℓ b) 8,31 ℓ c) 22,4 ℓ d) 7,6 m³ e) 760 cm³

Enunciado para as questões 33 e 34:

Uma amostra de argônio ocupa volume de 112 litros a 0°C e sob pressão de 1 atmosfera. Sabe-se que a massa molecular do argônio é aproximadamente igual a 40.

33. (Fund. Carlos Chagas-SP) Quantos mols de moléculas de argônio há na amostra?
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 1

34. (Fund. Carlos Chagas-SP) Qual a massa, em gramas, da amostra gasosa?
a) 18 b) 40 c) 90 d) 200

35. (FCMSC-SP) 10 mols de moléculas de He à temperatura de 273 K e à pressão de 2 atmosferas ocupam o mesmo volume que *x* mols de moléculas de Ne à temperatura de 546 K e à pressão de 4 atmosferas; *x* é melhor expresso por:
a) 2,5 b) 4 c) 5 d) 7,5 e) 10

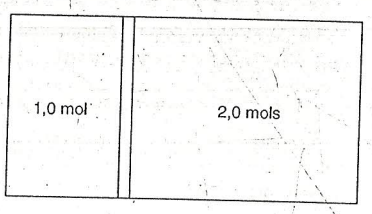
36. Um recipiente aberto contém 12 mols de moléculas de ar, à temperatura de 27°C. A que temperatura devemos aquecer o recipiente, para que o número de mols de moléculas dentro do recipiente fique igual a 9?

37. (VUNESP-SP) Duas amostras de um gás perfeito submetidas a uma mesma pressão ocupam volumes iguais quando a temperatura da primeira é 10°C e a da segunda 100°C. A relação entre os números de mols é:
a) 1:1,32 d) 1:0,1
b) 1:0,76 e) 1:0,33
c) 1:10

38. (UF-RJ) A temperatura do ar em um quarto fechado de uma residência é medida na escala Kelvin. Com o auxílio de um aquecedor, a temperatura do ar no interior do quarto sofre um acréscimo de 5%. Devido à existência de frestas nas portas e janelas, o processo de aquecimento do ar pode ser considerado isobárico, isto é, a pressão constante.
Calcule a razão m'/m entre a massa m' de ar no quarto aquecido e a massa *m* de ar presente no quarto antes do aquecimento. Considere o ar como um gás ideal.

39. (FUVEST-SP) Um cilindro metálico, fechado com tampa, contém 6,0 mols de moléculas de ar à pressão de 4,0 atmosferas e na temperatura ambiente. Abre-se a tampa do cilindro. Depois de seu conteúdo ter entrado em equilíbrio termodinâmico com o ambiente, qual é o número de mols que permanecerá no cilindro? (A pressão atmosférica é 1,0 amosfera e o ar é admitido como sendo gás ideal.)

40. (UNICAMP-SP) Um cilindro de 2,0 litros é dividido em duas partes por uma parede móvel e fina conforme o esquema. O lado esquerdo contém 1,0 mol de moléculas de um gás ideal. O outro lado contém 2,0 mols de moléculas do mesmo gás. O conjunto está à temperatura de 300 K. Adote $R = 0{,}080\ atm \cdot \ell/mol \cdot K$.



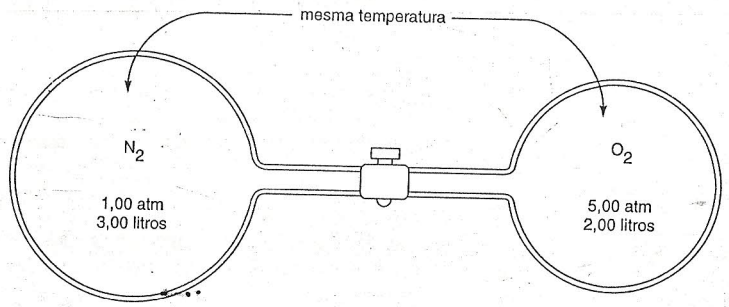
a) Qual será o volume do lado esquerdo quando a parede móvel estiver equilibrada?
b) Qual a pressão nos dois lados na posição de equilíbrio?

41. (Fund. Carlos Chagas-SP) À temperatura de 0°C e pressão de 76 cm de mercúrio, temos $2{,}7 \cdot 10^{19}$ moléculas por cm^3, dos gases que constituem o ar atmosférico. Conseguem-se "vácuos" da ordem de 10^{-14} cm de Hg. O número de moléculas por cm^3 nesse "vácuo", a 0°C, será aproximadamente:

a) $1{,}8 \cdot 10^5$ b) $1{,}2 \cdot 10^2$ c) $3{,}5 \cdot 10^3$ d) $4{,}8 \cdot 10^3$ e) $5{,}4 \cdot 10^4$

42. (VUNESP-SP) Qual é a pressão, em atmosferas, exercida por uma mistura de 1,0 grama do gás hidrogênio (H_2) e 8,0 gramas do gás hélio (He), contida em um balão de aço de 5,0 litros a 27°C? *Dados:* massas atômicas: H = 1; He = 4; constante dos gases = $0{,}0821\ atm \cdot \ell \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$.

43. (ITA-SP) Temos um recipiente com N_2 puro e outro com O_2 puro. Volumes e pressões iniciais estão assinalados no esquema seguinte.



Abrindo a torneira que separa os dois gases e mantendo a temperatura, a pressão interna se estabiliza no valor de:

a) 6,00 atm b) 3,00 atm c) 2,60 atm d) 2,50 atm e) 2,17 atm

44. (E. E. Mauá-SP) Um gás *A*, à temperatura *T*, ocupa um volume de 100 ml à pressão de 1,0 atm. Um gás *B*, à temperatura *2T*, ocupa um volume de 200 ml à pressão de 0,50 atm. Os gases *A* e *B* são misturados, à temperatura *3T*, em um recipiente de 500 ml. Calcule:

a) a pressão total da mistura;
b) a fração molar de cada gás na mistura.

45. (E. E. Mauá-SP) Dois gases perfeitos, *A* e *B*, encontram-se nos estados definidos pelos valores da tabela. Misturam-se esses dois gases, que são quimicamente inertes, em um recipiente de volume 1,5 ℓ, à temperatura de 127°C. Calcule a pressão da mistura.

	Gás *A*	Gás *B*
volume	2,0 ℓ	1,0 ℓ
pressão	1,0 atm	1,5 atm
temperatura	27°C	57°C

4. DENSIDADE DE UM GÁS IDEAL

Consideremos uma amostra de um gás ideal cuja massa é *m* e que ocupa um volume *V*. A *densidade* do gás é:

$$d = \frac{m}{V} \qquad (I)$$

Se o gás for constituído por um único tipo de molécula, a densidade pode ser chamada de *massa específica* e temos:

$$m = n \cdot M \qquad (II)$$

onde *n* é o número de mols de moléculas e *M* é a massa molar do gás. Substituindo II em I, obtemos:

$$d = \frac{nM}{V} \qquad (III)$$

Usemos agora a equação de Clapeyron:

$$pV = nRT \Longrightarrow n = \frac{pV}{RT} \qquad (IV)$$

Substituindo IV em III:

$$d = n \cdot \frac{M}{V} = \frac{pV}{RT} \cdot \frac{M}{V} \qquad d = \frac{pM}{RT} \qquad (V)$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

46. Consideremos o gás oxigênio (O_2) cuja massa molar é $M = 32$ g/mol, nas condições normais de temperatura e pressão. Sendo $R = 0{,}082\ atm \cdot \ell \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$, calcule:

a) a massa específica do oxigênio nessas condições;
b) a massa de 10 litros de oxigênio nessas condições.

Resolução:

a) Nas condições normais de temperatura e pressão, temos: T = 273 K e p = 1 atm. Assim:

$$d = \frac{pM}{RT} = \frac{(1\ atm)(32\ g/mol)}{(0{,}082\ atm \cdot \ell \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1})(273\ K)} \cong 1{,}43\ g/\ell$$

Lembrando que $1\ \ell = 10^3\ cm^3 = 10^{-3}\ m^3$, vamos calcular essa massa específica em g/cm^3 e kg/m^3.

$$d = 1{,}43\ g/\ell = \frac{1{,}43\ g}{10^3\ cm^3} \qquad d = 1{,}43 \cdot 10^{-3}\ g/cm^3$$

$$d = 1{,}43\ g/\ell = 1{,}43\ \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-3}\ m^3} \qquad d = 1{,}43\ kg/m^3$$

b) $d = \frac{m}{V} \Longrightarrow m = d \cdot V = (1{,}43\ g/\ell)(10\ \ell) = 14{,}3\ g$

$$m = 14{,}3\ g$$

47. A massa molar do nitrogênio (N_2) é 28 g/mol. Suponha que esse gás esteja à temperatura de 300 K e submetido à pressão de 1,5 atm. Sendo $R = 0{,}082\ atm \cdot \ell \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$, calcule:

a) a massa específica do nitrogênio nessas condições (dê a resposta em g/ℓ, g/cm^3 e kg/m^3);

b) a massa de 2,0 m^3 de nitrogênio, nessas condições.

48. Certo gás tem densidade $d = 1{,}6\ g/\ell$ à pressão de 1 atm e à temperatura de 300 K. Calcule a densidade desse gás à pressão de 57 cmHg e temperatura de 400 K.

Resolução:

Situação inicial	*Situação final*
$p_1 = 1\ atm = 76\ cmHg$	$p_2 = 57\ cmHg$
$T_1 = 300\ K$	$T_2 = 400\ K$
$d_1 = 1{,}6\ g/\ell$	$d_2 = ?$

Sendo M a massa molar do gás e R a constante universal dos gases perfeitos, temos:

$$d_1 = \frac{p_1 M}{RT_1} \Longrightarrow 1{,}6 = \frac{76 \cdot M}{R \cdot (300)} \qquad (I)$$

$$d_2 = \frac{p_2 M}{RT_2} \Longrightarrow d_2 = \frac{57 \cdot M}{R \cdot (400)} \qquad (II)$$

Dividindo, membro a membro, as igualdades I e II:

$$\frac{1{,}6}{d_2} = \frac{(76)(400)}{(300)(57)} \Longrightarrow d_2 = 0{,}90\ g/\ell$$

49. A densidade de determinado gás, à pressão de 1,0 atm e à temperatura de 300 K, é 0,97 g/ℓ. Calcule a densidade desse gás, à temperatura de 400 K e à pressão de 38 cmHg.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

50. (UC-BA) A massa de 1 mol de moléculas de um determinado gás ideal é M. Sendo R a constante universal dos gases perfeitos, a densidade desse gás, mantido à pressão P e à temperatura absoluta T, é igual a:

a) $\frac{TRP}{M}$ b) $\frac{MTP}{R}$ c) $\frac{RM}{TP}$ d) $\frac{MT}{RP}$ e) $\frac{MP}{RT}$

51. (Mackenzie-SP) Se a pressão de um gás confinado é duplicada em temperatura constante, a grandeza do gás que duplicará será:

a) a massa. c) o volume. e) a energia cinética.

b) a massa específica. d) o peso.

52. (PUC-SP) A densidade de um gás nas condições normais de pressão e temperatura é 3,2 gramas por litro. Para que 1,6 grama desse gás ocupe o volume de 1,0 litro a 0°C, a pressão deve ser modificada para:

a) 2,0 atm b) 1,6 atm c) 1,0 atm d) 0,8 atm e) 0,5 atm

53. (PUC-SP) Um gás tem densidade 0,50 $g\ell$ a 27°C. Se a sua temperatura passar para 327°C a pressão constante, qual será sua nova densidade?

a) 6,00 b) 1,00 c) 0,50 d) 0,25 e) 0,04

54. (ITA-SP) Uma porção de gás pode ser aquecida sob pressão constante ou sob volume constante. Como irá variar a densidade do gás em cada uma dessas maneiras de aquecimento?

	Pressão constante	Volume constante
a	aumenta	não varia
b	aumenta	diminui
c	não varia	aumenta
d	diminui	diminui
e	diminui	não varia

55. (UnB-DF) Para que um balão suba é necessário que a densidade do gás dentro do balão seja menor que a densidade do ar. Consultando os dados da tabela, pode-se afirmar que, à mesma temperatura e pressão, o melhor gás para esse fim é:

a) H_2 b) O_2 c) He d) Ne

Gás	Massa molecular
He	4
Ne	20
H_2	2
O_2	32

56. (FCMSC-SP) Na tabela ao lado são dadas as massas atômicas dos elementos carbono (C), hidrogênio (H) e oxigênio (O). Podemos então afirmar que, quando a densidade do gás CH_4 for 0,80 g/ℓ, a densidade do gás CO_2, nas mesmas condições de temperatura e pressão, será:

a) 1,1 g/ℓ c) 3,3 g/ℓ e) 5,5 g/ℓ

b) 2,2 g/ℓ d) 4,4 g/ℓ

Elemento	Massa atômica
C	12
H	1
O	16

57. (VUNESP-SP) A densidade do nitrogênio, considerado como gás ideal, nas condições normais de temperatura e pressão é de $1{,}25\ kg \cdot m^{-3}$. Qual será a massa de 10 ℓ de nitrogênio à pressão de 700 mmHg e a 40°C?

58. (Mackenzie-SP) Um cilindro dotado de um êmbolo contém, inicialmente, em seu interior, 4 litros de um gás perfeito nas condições normais de pressão e temperatura. Diminuindo a pressão do gás para $\frac{2}{3}$ da inicial e aumentando sua temperatura absoluta em 50%, a densidade do gás torna-se:

a) $\frac{5}{9}$ da inicial c) $\frac{4}{9}$ da inicial e) $\frac{8}{9}$ da inicial

b) $\frac{2}{3}$ da inicial d) $\frac{7}{9}$ da inicial

59. (IME-RJ) A uma certa pressão e à temperatura de 27°C, 2,0 kg de um gás perfeito ocupam um volume de 30 m^3. Calcule a massa específica do gás quando sua temperatura, em °C, e sua pressão tiverem seus valores duplicados.

60. (FUVEST-SP) Nas condições normais de temperatura e pressão, a massa de 22,4 litros do gás X_2 (onde X é o símbolo do elemento químico) é igual a 28,0 gramas.

a) Qual a densidade desse gás, nessas condições?
b) Qual a massa atômica do elemento X?

61. (UNICAMP-SP) Um balão meteorológico de cor escura, no instante de seu lançamento, contém 100 mols de moléculas do gás hélio (He). Após subir a uma altitude de 15 km, a pressão do gás se reduziu a 100 mmHg e a temperatura, devido à irradiação solar, aumentou para 77°C.
Dados: constante dos gases ideais $= R = 62\ \ell \cdot \text{mmHg} \cdot K^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$; massa molar do He $= 4$ g/mol.

Nessas condições, calcule:

a) o volume do balão;
b) a densidade do He no interior do balão.

5. LEI GERAL DOS GASES PERFEITOS

Consideremos uma transformação sofrida por um gás ideal, de modo que não haja mudança na massa do gás, isto é, não haja variação no número de mols de moléculas do gás.

Suponhamos que, inicialmente, o gás se encontre num estado caracterizado pelos valores p_1, V_1 e T_1 para as variáveis. Este é o denominado *estado inicial* da massa gasosa em questão.

Estado inicial (1): p_1, V_1, T_1.

Suponhamos que variem os valores das três variáveis, passando para p_2, V_2 e T_2, que caracterizam o *estado final* dessa mesma massa gasosa.

Estado final (2): p_2, V_2, T_2.

Aplicando a equação de Clapeyron para os estados inicial e final dessa massa de gás ideal, sendo n o número de mols de moléculas do gás, temos:

$$p_1V_1 = nRT_1 \Longrightarrow \frac{p_1V_1}{T_1} = nR$$

$$p_2V_2 = nRT_2 \Longrightarrow \frac{p_2V_2}{T_2} = nR$$

Da comparação, tiramos:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Essa equação traduz a *Lei geral dos gases perfeitos*, relacionando os valores das variáveis de estado de dois estados quaisquer de um gás ideal, supondo não haver alteração de massa durante o processo de variação de pressão, volume e temperatura, isto é, durante a transformação gasosa ocorrida.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

62. Sob pressão de 5,0 atmosferas, certa massa de gás perfeito ocupa o volume de 50 litros, à temperatura de 100 K. Sob que pressão o gás passa a ocupar o volume de 100 litros, quando sua temperatura for modificada para 400 K?

Resolução:

O estado inicial do gás corresponde ao volume $V_1 = 50\ \ell$, à pressão $p_1 = 5,0$ atm e à temperatura $T_1 = 100$ K.
O estado final é dado por $V_2 = 100\ \ell$, $T_2 = 400$ K e $p_2 = ?$. Aplicando a Lei geral dos gases:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Longrightarrow \frac{(5,0)(50)}{100} = \frac{p_2\,(100)}{400} \Longrightarrow \boxed{p_2 = 10 \text{ atm}}$$

63. O estado inicial de determinada quantidade de gás perfeito é caracterizado pelos valores $V_1 = 5,0$ litros para o volume, $p_1 = 3,0$ atmosferas para a pressão e $T_1 = 50$ kelvins para a temperatura. Determine:

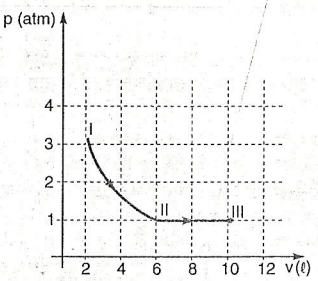
a) a pressão final, sob a qual o volume é $V_2 = 10$ litros e a temperatura é $T_2 = 400$ kelvins;
b) a temperatura em que o gás ocupa o volume $V_3 = 15$ litros sob pressão $p_3 = 1,0$ atmosfera.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

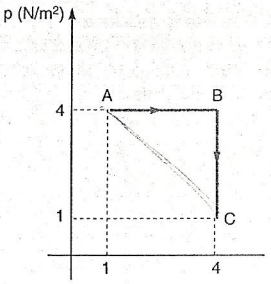
64. (E. E. Mauá-SP) Uma determinada massa gasosa, confinada em um recipiente de volume igual a 6,0 ℓ, está submetida a uma pressão de 2,5 atm e sob temperatura de 27°C. Quando a pressão é elevada em 0,5 atm, nota-se uma contração de 1,0 ℓ no volume. Qual a nova temperatura do gás?

65. (UFF-RJ) Uma certa quantidade de gás perfeito evolui de um estado I para um estado II e deste para um estado III, de acordo com o diagrama pressão × volume representado. Sabendo que a temperatura no estado I é de 57°C, podemos afirmar que a temperatura no estado III é de:

a) 95 K
b) 120 K
c) 250 K
d) 330 K
e) 550 K

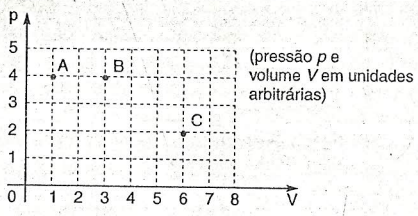


66. (FUVEST-SP) O gráfico da figura representa uma transformação sofrida por uma determinada massa de gás. Qual a variação de temperatura entre os estados A e C?



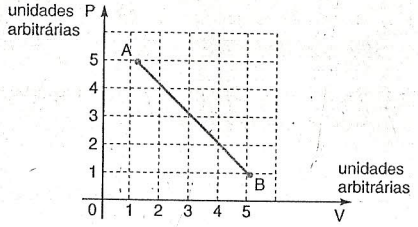
67. (FUVEST-SP) O pneu de um carro estacionado tem uma pressão de 2,0 atmosferas, quando a temperatura é de 9,0°C. Depois de o veículo correr em alta velocidade, a temperatura do pneu sobe a 37°C e seu volume aumenta 10%. Qual a nova pressão do pneu?

68. (FUVEST-SP) Os pontos *A*, *B* e *C* do gráfico (pV) da figura representam três estados de determinada massa de um gás perfeito. Sendo T_A, T_B e T_C as temperaturas absolutas correspondentes, podemos afirmar que:



a) $T_C > T_B > T_A$
b) $T_C = T_B > T_A$
c) $T_C = T_B = T_A$
d) $T_C < T_B = T_A$
e) $T_C > T_B = T_A$

69. (CESGRANRIO-RJ) Leva-se determinada massa de um gás (suposto perfeito) de um estado inicial (*A* no gráfico pV representado) a um estado final (*B*). Nessa transformação, os estados intermediários são representados pelos pontos do segmento AB. No decorrer da transformação, a temperatura do gás será máxima quando o volume for (em unidades arbitrárias):



a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

70. (PUC-RS) Um gás ideal de massa constante sofre determinada transformação na qual a sua pressão duplica e o seu volume triplica. O que ocorre com a temperatura absoluta do referido gás?

a) Não muda.
b) Duplica.
c) Cai para a metade.
d) Sextuplica.
e) Triplica.

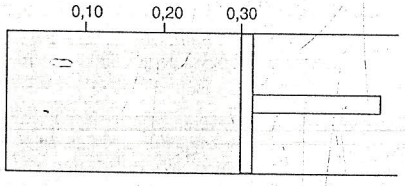
71. (Mackenzie-SP) Certa massa de um gás ideal sofre uma transformação na qual a sua temperatura em graus Celsius é duplicada, a sua pressão é triplicada e seu volume é reduzido à metade. A temperatura do gás no seu estado inicial era de:

a) 127 K
b) 227 K
c) 273 K
d) 546 K
e) 818 K

72. (UNEB-BA) Em condições tais que um gás se comporte como ideal, as variáveis de estado assumem os valores 300 K; 2,0 m^3 e $4,0 \cdot 10^4$ Pa, num estado *A*. Sofrendo certa transformação, o sistema chega ao estado *B*, em que os valores são 450 K, 3,0 m^3 e *p*. O valor de *p*, em Pa, é:

a) $1,3 \cdot 10^4$
b) $2,7 \cdot 10^4$
c) $4,0 \cdot 10^4$
d) $6,0 \cdot 10^4$
e) $1,2 \cdot 10^5$

73. (UF-PA) Um cilindro, de área da secção transversal reta *A*, é provido de um êmbolo móvel, podendo-se variar, assim, o volume de um gás (ideal) contido no cilindro. Quando o êmbolo está na marca 0,30, como mostra a figura, a temperatura do gás é de 300 K e a pressão é *p*. Levando o êmbolo até a marca 0,20 e aumentando a temperatura para 400 K, a nova pressão do gás vale:



a) $\frac{p}{2}$
b) $\frac{3p}{4}$
c) p
d) 2p
e) $\frac{4p}{3}$

6. TRANSFORMAÇÕES GASOSAS PARTICULARES

Vamos agora analisar três transformações gasosas particulares em que, além da massa, uma das variáveis de estado se mantém constante. Dependendo da variável de estado que fica constante, a transformação recebe um nome especial:

temperatura constante ⟶ transformação *isotérmica*
pressão constante ⟶ transformação *isobárica*
volume constante ⟶ transformação *isocórica*, *isovolumétrica* ou *isométrica*

Transformação isotérmica

Numa transformação isotérmica, a temperatura permanece constante, variando a pressão e o volume. Então, o valor final da temperatura é igual ao valor inicial: $T_1 = T_2 = T$. A aplicação da Lei geral dos gases perfeitos nos fornece:

$$\frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_2 V_2}{T} \implies p_1 V_1 = p_2 V_2 \qquad \text{(Lei de Boyle)}$$

Essa fórmula, que traduz a denominada *Lei de Boyle*, mostra que, na transformação isotérmica de dada massa de um gás ideal, a pressão e o volume do gás são *inversamente proporcionais*. Se construirmos um gráfico no qual colocamos os valores da pressão no eixo das ordenadas e os valores do volume no eixo das abscissas, essa proporcionalidade inversa será representada por uma curva denominada *isoterma*, que é uma *hipérbole equilátera* (Fig. 3), cujos ramos jamais tocam os eixos, uma vez que nem pressão nem volume podem se anular. Realmente, se uma das grandezas se anular, o produto pV se anula, deixando de ser constante.

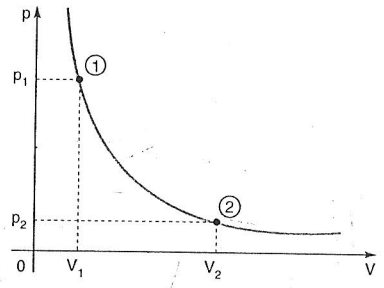


Fig. 3 A isoterma é uma hipérbole equilátera.

Verifica-se que a hipérbole representativa da transformação isotérmica é tanto mais afastada dos eixos quanto mais alta for a temperatura em que ela se realiza. Na figura 4 podemos afirmar que $T' > T$.

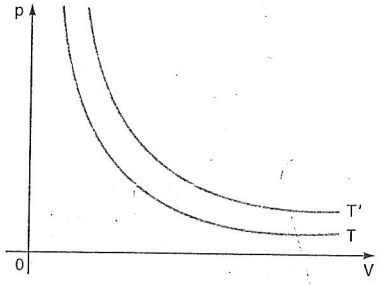


Fig. 4 $T' > T$

Uma maneira de conseguir uma transformação isotérmica é fazer com que as variações de pressão e volume sejam bastante lentas, de modo que haja tempo suficiente para que o gás entre em equilíbrio térmico com o meio ambiente. Por exemplo, na figura 5a temos um gás no interior de um recipiente dotado de um êmbolo *E*, cuja área da base é *A*. A

pressão total p_1 sobre o gás é a soma da pressão atmosférica p_a com a pressão devida ao peso de E e do corpo C.

$$p_1 = p_a + \frac{(\text{peso de } E) + (\text{peso de } C)}{A}$$

O volume V_1 pode ser lido na escala graduada à esquerda.

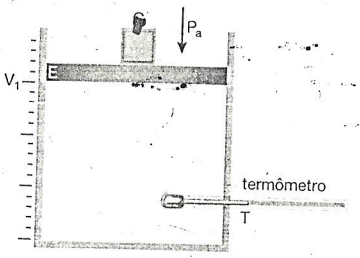


Fig. 5a

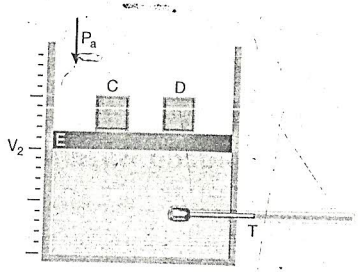


Fig. 5b

Colocando-se outro corpo (D) sobre o êmbolo (Fig. 5b), a pressão aumenta para p_2 e o volume diminui. Esperamos algum tempo até a temperatura voltar ao valor inicial T e lemos o volume V_2. A experiência mostra que:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

onde $p_2 = p_a + \dfrac{(\text{peso de E}) + (\text{peso de C}) + (\text{peso de D})}{A}$.

Transformação isobárica

Na transformação isobárica, a pressão permanece constante, variando o volume e a temperatura. Então, o valor final da pressão é igual ao valor inicial: $p_1 = p_2 = p$. Aplicando a Lei geral dos gases perfeitos:

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{pV_2}{T_2} \implies \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Portanto, na transformação isobárica de determinada massa de um gás perfeito, o volume e a temperatura absoluta são diretamente proporcionais. Graficamente, essa proporcionalidade é representada por uma reta que passa pela origem dos eixos (Fig. 6). Observe que a origem corresponde ao zero absoluto (zero kelvin), onde sob pressão constante o volume do gás se anula. É, evidentemente, uma condição teórica, em que todas as moléculas do gás estariam juntas, sendo nulo

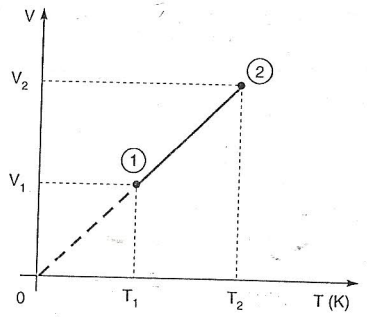


Fig. 6 *O volume é diretamente proporcional à temperatura absoluta.*

o espaço entre elas. Como no gás perfeito inexistem as forças de coesão (não há interação entre as moléculas), ele não sofre mudança de estado: por mais próximas que as moléculas estejam, mantém-se o estado gasoso. Não se esqueça, porém, de que gás perfeito ou ideal é um *modelo*. Normalmente, um gás real muda de estado, isto é, torna-se líquido e sólido, em temperaturas superiores ao zero absoluto. Por isso, não há nenhum contra-senso ou absurdo em dizer que no zero absoluto é nulo o volume de um gás ideal.

Na figura 7 exemplificamos uma transformação isobárica.

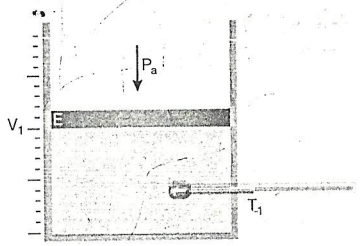


Fig. 7a

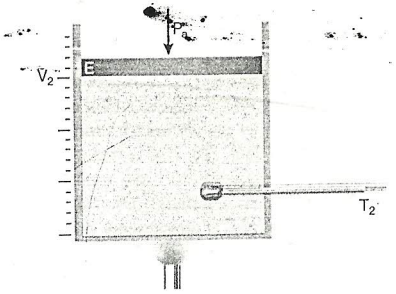


Fig. 7b

Na situação da figura 7a, o gás tem volume V_1 e está à temperatura T_1 e sob pressão p, onde:

$$p = p_a + \frac{\text{peso de } E}{\text{área de } E}$$

Aquecendo o gás (Fig. 7b), sua temperatura muda para T_2 e seu volume muda para V_2, mas a pressão é a mesma. A experiência mostra que:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Transformação isocórica

Numa transformação *isocórica* (ou *isovolumétrica* ou *isométrica*), o volume do gás não se altera, mas variam a temperatura e a pressão. Então os valores inicial e final do volume são iguais: $V_1 = V_2 = V$. Aplicando a Lei geral dos gases:

$$\frac{p_1 V}{T_1} = \frac{p_2 V}{T_2} \implies \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

(Lei de Charles/Gay-Lussac)

Portanto, na transformação isocórica de dada massa de um gás perfeito, a pressão e a temperatura absoluta são diretamente proporcionais. Construindo o gráfico da pressão em função da temperatura absoluta (Fig. 8), obtemos uma reta que passa pela origem dos eixos. Essa origem corresponde ao zero absoluto (zero kelvin), representando uma condição teórica em que a pressão do gás se anula. Essa pressão nula pode ser explicada

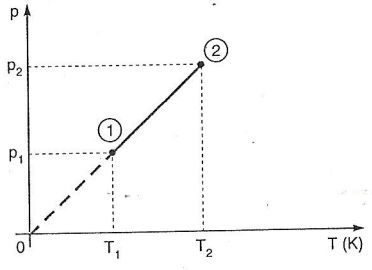


Fig. 8 *A pressão é diretamente proporcional à temperatura absoluta.*

em vista de, no zero absoluto, cessar o movimento de agitação molecular, deixando de ocorrer o bombardeio das moléculas contra as paredes do recipiente.

Para estudarmos uma transformação isocórica, podemos usar o dispositivo esquematizado na figura 9, onde *M* é um medidor de pressão. Obviamente, com o aquecimento, o volume do recipiente *R* poderá sofrer uma pequena variação; mas desde que a variação de temperatura não seja muito grande, podemos desprezar a variação de volume.

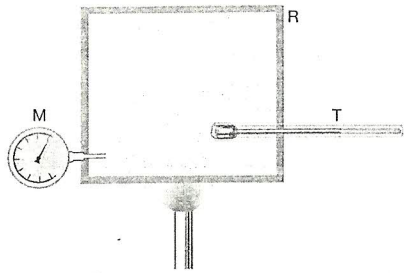


Fig. 9

A equação de Clapeyron

As leis referentes às transformações particulares, que acabamos de analisar, foram obtidas antes da equação de Clapeyron; na realidade, foi a partir dessas leis particulares que se chegou à equação de Clapeyron.

De acordo com a Lei de Boyle, para temperatura constante temos:

$$p \cdot V = \text{constante} \quad \text{ou} \quad p = (\text{constante}) \cdot \frac{1}{V} \qquad (I)$$

A Lei de Charles nos diz que, se o volume fica constante, temos:

$$\frac{p}{V} = \text{constante} \quad \text{ou} \quad p = (\text{constante}) \cdot T \qquad (II)$$

Experimentalmente, chegou-se à conclusão de que, se a temperatura e o volume ficam constantes, a pressão p é proporcional ao número de mols (n) de moléculas do gás, isto é,

$$p = (\text{constante}) \cdot n \qquad (III)$$

A partir das igualdades I, II e III, uma propriedade das proporções nos permite escrever:

$$p = (\text{constante}) \cdot \frac{1}{V} \cdot T \cdot n$$

Chamando essa última constante de R, temos:

$$p = \frac{RTn}{V} \quad \text{ou} \quad pV = nRT$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

74. Um gás ideal ocupa um volume de 25 litros sob pressão de 2,0 atmosferas. Que volume passará a ocupar esse gás se a pressão for aumentada isotermicamente para 5,0 atmosferas?

Resolução:

Como o processo é isotérmico, o produto da pressão pelo volume permanece constante:

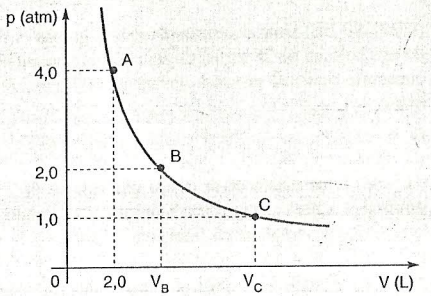
$p_1V_1 = p_2V_2$.

Sendo $p_1 = 2{,}0$ atm, $V_1 = 25\ \ell$ e $p_2 = 5{,}0$ atm, temos:

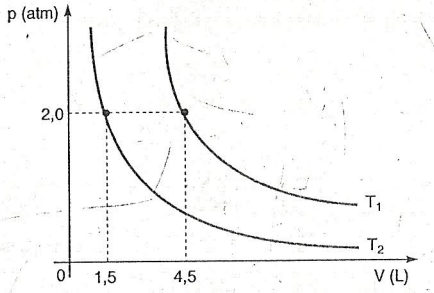
$$V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} \qquad V_2 = \frac{2{,}0 \cdot 25}{5{,}0} \qquad V_2 = 10\ \ell$$

75. Certa massa de gás ideal exerce pressão de 1,5 atm e ocupa volume de 5,0 litros. Se o gás sofrer expansão isotérmica até ocupar um volume de 15 litros, qual a pressão que passará a exercer?

76. A figura representa a isoterma de dada massa de um gás ideal, estando representados sobre ela três estados, *A*, *B* e *C*, dessa massa. Determine os volumes V_B e V_C ocupados pelo gás nos estados *B* e *C*.



77. O gráfico apresenta duas isotermas de uma mesma quantidade de gás perfeito correspondentes às temperaturas T_1 e T_2. Usando os dados do gráfico, determine a relação entre as temperaturas $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$.



78. Certa quantidade de gás ideal ocupa volume de 30 litros à temperatura de 77°C e sob pressão de 2,0 atm. Mantendo-se a pressão constante, em que temperatura o volume do gás será 120 litros?

Resolução:

Mantendo-se constante a pressão (2,0 atm), o volume e a temperatura relacionam-se por:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

onde $V_1 = 30\ \ell$; $T_1 = (77 + 273)\,K = 350\ K$; $V_2 = 120\ \ell$.

Então: $\frac{30}{350} = \frac{120}{T_2}$ $\qquad T_2 = 1\,400\ K$

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

79. Certa massa de gás perfeito, quando à temperatura de 127°C e sob pressão de 2,5 atm, ocupa um volume de 50 litros. Determine o volume ocupado pela massa gasosa se, partindo das condições iniciais, a temperatura for modificada para 327°C, sendo mantida a pressão.

80. Certa quantidade de gás ideal está inicialmente à temperatura de 400 K e sob pressão de 2,0 atm. Mantendo-se o volume constante, a temperatura do gás é reduzida para 320 K. Qual o valor da nova pressão?

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

81. (CESESP-PE) Uma determinada massa gasosa encontra-se a uma pressão de 2 atmosferas ocupando um volume de 28 litros. O gás sofre uma certa transformação, na qual sua temperatura é mantida constante mas sua pressão elevada para 7 atmosferas. Nessa situação, seu novo volume será, em litros:

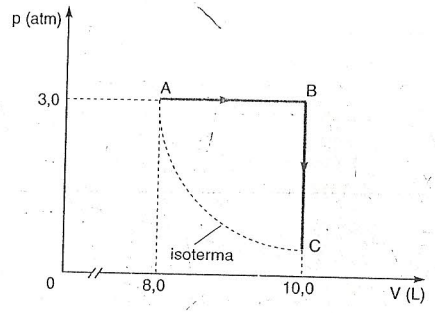
a) 8 b) 4 c) 14 d) 56 e) 16

82. (UF-SC) Uma massa de ar ocupa um volume de 2 litros a 20°C, sob pressão de 1 atm, e é, então, submetida a uma compressão isotérmica, de modo a ocupar somente meio litro. Calcule a pressão (em atm) e a temperatura final (em °C).

83. (UNICAMP-SP) Um mol de gás ideal sofre a transformação A ⟶ B ⟶ C indicada no diagrama "pressão × volume" da figura. É dada a constante universal dos gases:

$R = 0{,}082\ atm \cdot \ell/mol \cdot K = 8{,}3\ J/mol \cdot K$

a) Qual é a temperatura do gás no estado *A*?
b) Qual é a pressão do gás no estado *C*?

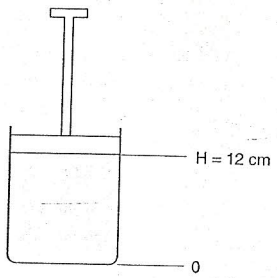


84. (VUNESP-SP) Ao subir do fundo de um lago para a superfície, o volume de uma bolha de gás triplica. Supondo que a temperatura da água no fundo do lago seja igual à temperatura na superfície, e considerando que a pressão exercida por uma coluna de água de 10 m de altura corresponde, praticamente, à pressão de uma atmosfera, podemos concluir que a profundidade do lago, em metros, é aproximadamente:

a) 2 b) 5 c) 10 d) 20 e) 30

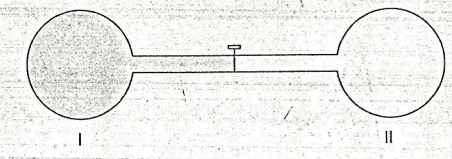
85. (Fund. Carlos Chagas-SP) A figura mostra um cilindro munido de um êmbolo, que impede a saída do ar que há dentro do cilindro. Quando o êmbolo se encontra na sua altura H = 12 cm, a pressão do ar dentro do cilindro é P_0. Supondo que a temperatura é mantida constante, até que altura do fundo do cilindro deve ser baixado o êmbolo para que a pressão do ar dentro do cilindro seja $3\ P_0$?

a) $\frac{4}{9}$ cm c) 6 cm e) 9 cm
b) 4 cm d) 8 cm



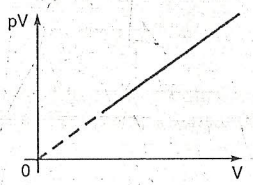
86. (UEL-PR) Num determinado instante o recipiente I contém 10 litros de um gás, a temperatura ambiente e pressão de 2,0 atm, enquanto o recipiente II está vazio. Abrindo-se a torneira, o gás se expande exercendo pressão de 0,50 atm, quando retorna à temperatura ambiente. O volume do recipiente II, em litros, vale:

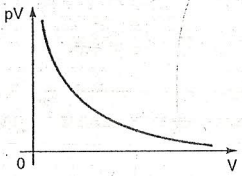
a) 80 c) 40 e) 10
b) 70 d) 30

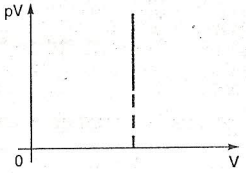


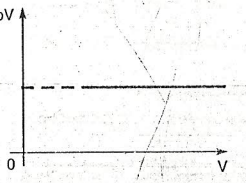
87. (CESGRANRIO-RJ) Experimentando no laboratório, com uma quantidade fixa de gás praticamente perfeito, em temperatura constante, um estudante construiu o gráfico do produto pV (pressão × volume) em função do volume *V*.

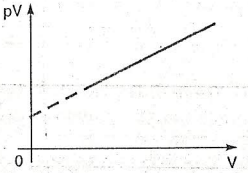
O gráfico obtido deve ser:

a)


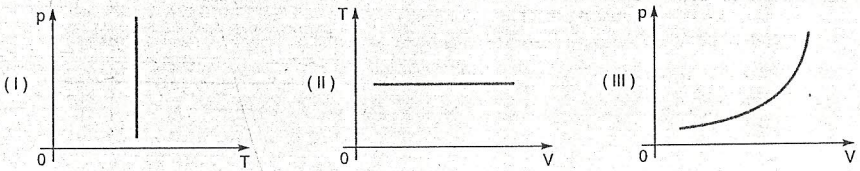
c)


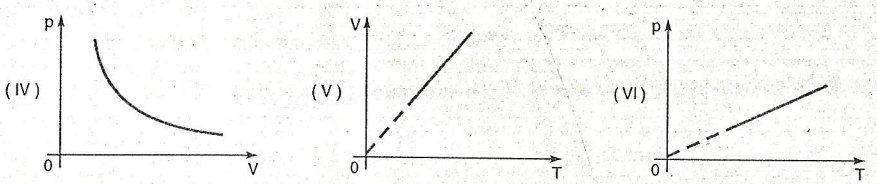
e)


b)


d)


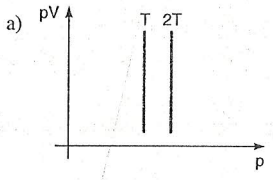
88. (UF-SC) Dos gráficos seguintes, podem representar transformações isotérmicas, em sistemas fechados:

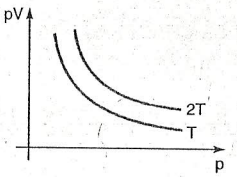


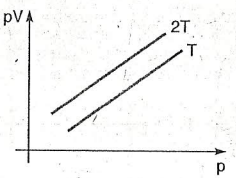


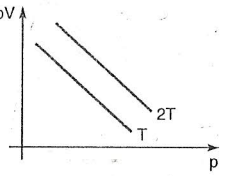
a) I, II e III b) I, II e IV c) II, IV e VI d) I, II e IV e) II, III e V

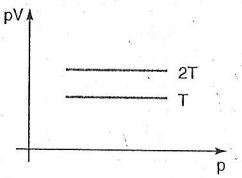
89. (PUC-SP) Chamando p a pressão exercida por um gás e V o seu volume, qual dos gráficos pode representar linhas isotérmicas correspondentes a temperaturas T e $2T$, onde T é a temperatura absoluta?

a) 

c) 

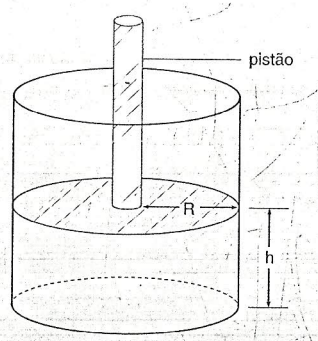
e) 

b) 

d) 

90. (UF-MG) Um cilindro, de raio interno R e contendo ar, é provido de um pistão de massa m que pode deslizar livremente. O sistema está inicialmente em equilíbrio à temperatura de 300 K e a altura h vale $9{,}0 \times 10^{-2}$ m. Se o ar for aquecido até atingir um novo estado de equilíbrio à temperatura de 400 K, o novo valor de h será:

a) $39{,}5 \times 10^{-2}$ m.
b) $12{,}0 \times 10^{-2}$ m.
c) $7{,}00 \times 10^{-2}$ m.
d) $4{,}00 \times 10^{-2}$ m.
e) $1{,}58 \times 10^{-2}$ m.



91. (PUC-SP) Um recipiente contém certa massa de gás ideal que, na temperatura de 27°C, ocupa um volume de 15 litros. Ao sofrer uma transformação isobárica, o volume ocupado pela massa gasosa passa a ser de 20 litros. Nessas condições, a variação da temperatura do gás foi de, em graus Celsius:

a) 9 b) 36 c) 100 d) 127 e) 400

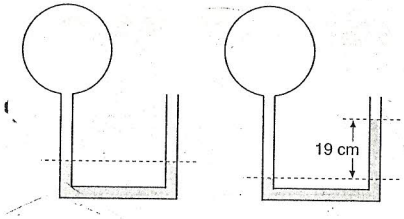
92. (Mackenzie-SP) Lâmpadas elétricas possuem no seu interior um gás inerte. Suponha que, ao ligar a lâmpada, a temperatura eleva-se de 27°C para 127°C. Quanto à pressão do gás podemos afirmar que:

a) aumenta na razão $\frac{3}{4}$.
b) aumenta na razão $\frac{4}{3}$.
c) diminui na razão $\frac{3}{4}$.
d) diminui na razão $\frac{4}{3}$.
e) permanece constante.

93. (UF-SC) O pneu de um automóvel foi regulado de forma a manter uma pressão interna de 21 libras-força por polegada quadrada, a uma temperatura de 14°C. Durante o movimento do automóvel, no entanto, a temperatura do pneu elevou-se a 55°C. Determine a pressão interna correspondente, em libras-força por polegada quadrada, desprezando a variação de volume do pneu.

94. (FUVEST-SP) A figura mostra um balão, à temperatura $T_i = 273$ K, ligado a um tubo em U, aberto, contendo mercúrio. Inicialmente, o mercúrio está nivelado. Aquecendo o balão até uma temperatura T_f, estabelece-se um desnível de 19 cm no mercúrio do tubo em U (1 atm = 760 mm de Hg).

a) Qual o aumento de pressão dentro do balão?
b) Desprezando as variações de volume, qual o valor de T_f?



95. (FUVEST-SP) Um cilindro de eixo vertical, com base de área $A = 100$ cm^2, é vedado por um êmbolo de massa desprezível que pode deslizar livremente e contém ar à temperatura $T_0 = 300$ K. Colocando-se sobre o êmbolo uma massa $M = 50$ kg, o ar deve ser aquecido até uma temperatura T para que o êmbolo volte à posição inicial. Qual o valor T, supondo que o ar é um gás ideal?
Dados: pressão atmosférica $= 1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2; aceleração da gravidade $= 10$ m/s^2.

96. (CESGRANRIO-RJ) Uma certa quantidade de gás ideal ocupa um volume V_0 quando sua temperatura é T_0 e sua pressão é p_0. Expande-se, então, o gás, isotermicamente, até duplicar o seu volume. A seguir, mantendo o seu volume constante, sua pressão é restabelecida ao valor original p_0. Qual a temperatura final do gás neste último estado de equilíbrio térmico?

a) $\frac{T_0}{4}$ b) T_0 c) $4\,T_0$ d) $\frac{T}{2}$ e) $2\,T_0$

97. (COVEST-PE) Um gás ideal, inicialmente a uma temperatura igual a 300 K, é comprimido de forma a ter seu volume reduzido para 80% do seu valor inicial, sem alteração da temperatura. De quantos kelvins devemos diminuir a temperatura para que a pressão retorne a seu valor inicial sem que o volume se altere?

7. GRANDEZAS MACROSCÓPICAS E MICROSCÓPICAS

Neste item vamos relacionar as grandezas macroscópicas pressão e temperatura absoluta, com grandezas microscópicas, como a massa e a velocidade de

cada molécula do gás. Um caminho, talvez, para fazer isso seria aplicar as leis da Mecânica a cada molécula; no entanto, isso é impossível, pois o número de moléculas é muito grande. Assim, foi criada uma teoria chamada *mecânica estatística* para trabalhar com sistemas formados por um número muito grande de partículas. Em vez de acompanhar o movimento de cada partícula, essa teoria usa métodos estatísticos, procurando calcular os valores médios das grandezas. Devido à complexidade das ferramentas matemáticas exigidas, a mecânica estatística só é estudada em cursos de nível universitário; no entanto, vamos apresentar um exemplo, embora simplificadamente, para que o aluno tenha uma idéia de como a teoria funciona.

Cálculo da pressão de um gás ideal

Vamos considerar um recipiente cúbico cujas arestas medem a (Fig. 10), dentro do qual há N moléculas idênticas de um gás ideal. Para calcular a pressão desse gás vamos escolher uma das faces do cubo, por exemplo a face BCDE, e tentaremos calcular o módulo da força normal exercida pelas moléculas do gás sobre essa face; em seguida lembraremos que:

$$\text{pressão} = \frac{\text{força}}{\text{área}}$$

e estará terminado o cálculo.

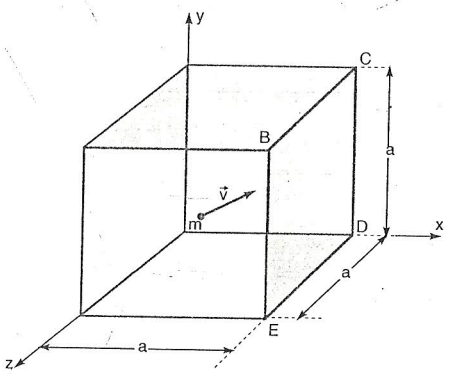


Fig. 10

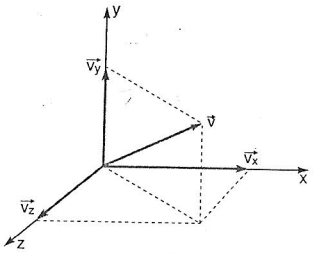


Fig. 11

Tomemos uma molécula de massa m e velocidade $\vec{v}$ cujos componentes são $\vec{v}_x$, $\vec{v}_y$ e $\vec{v}_z$ em relação aos eixos triortogonais (Fig. 11); da Geometria, sabemos que $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.

Suponhamos que essa molécula colida com a face BCDE. Como o gás é ideal, a colisão é elástica e assim a quantidade de movimento da molécula não tem seu módulo alterado (podendo porém alterar sua direção ou sentido).

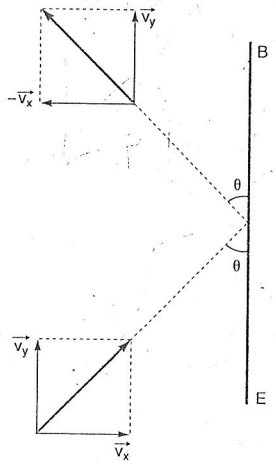


Fig. 12

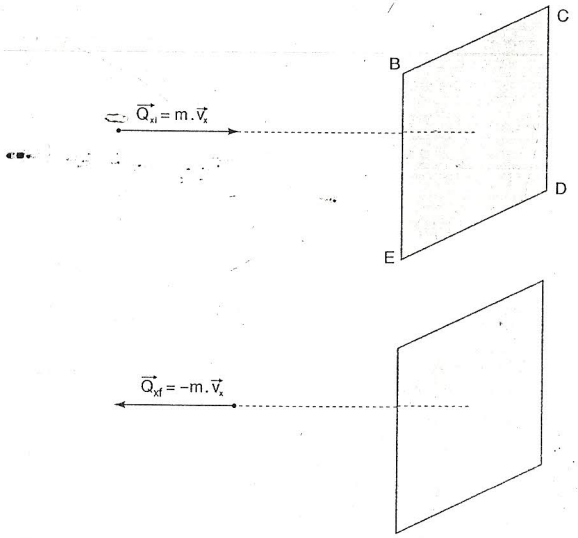


Fig. 13

Na figura 12 fazemos a representação simplificada de um dos possíveis choques com a face BCDE (a componente $\vec{v}_z$ não aparece no desenho). A componente $\vec{v}_x$, que é perpendicular à face, tem seu sentido invertido, mas as componentes $\vec{v}_y$ e $\vec{v}_z$ não sofrem alteração; assim, podemos calcular a variação da quantidade de movimento sofrida pela molécula, usando apenas a componente $\vec{v}_x$. Sendo $\vec{Q}_{x_i}$ a quantidade de movimento da molécula antes da colisão (Fig. 13) e $\vec{Q}_{x_f}$ a quantidade de movimento após a colisão (na direção x), temos:

$$\vec{Q}_{x_i} = m\vec{v}_x \quad \text{e} \quad \vec{Q}_{x_f} = -m\vec{v}_x$$

Assim, a variação da quantidade de movimento da molécula é:

$$\Delta\vec{Q} = \vec{Q}_{x_f} - \vec{Q}_{x_i} = -m\vec{v}_x - m\vec{v}_x = -2m\vec{v}_x \qquad \text{(I)}$$

Suponhamos que a mesma molécula atinja a face oposta (GHLO) sem colidir com nenhuma outra molécula; nessa face ela terá o seu sentido novamente invertido e voltará a colidir com BCDE. O intervalo de tempo gasto na viagem de ida e volta será:

$$\Delta t = \frac{\text{distância}}{\text{velocidade}} = \frac{2a}{v_x} \qquad \text{(II)}$$

Aplicando o teorema do Impulso, o módulo da força $\vec{F}_1$ exercida por essa molécula sobre a face BCDE é dado por:

$$|\vec{F}_1| = \frac{|\Delta\vec{Q}|}{\Delta t} \qquad \text{(III)}$$

Substituindo I e II em III:

$$|\vec{F}_1| = \frac{|\Delta\vec{Q}|}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\frac{2a}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{a}$$

Para obtermos o módulo da força total $\vec{F}$ exercida sobre a face do cubo, devemos somar as contribuições de todas as N moléculas:

$$|\vec{F}| = \frac{m}{a}\,(v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \ldots + v_{x_N}^2)$$

Multiplicando por N o numerador e o denominador do membro direito da equação acima, o valor de $|\vec{F}|$ não se altera:

$$|\vec{F}| = \frac{N \cdot m}{a} \cdot \left(\frac{v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \ldots + v_{x_N}^2}{N}\right) \qquad \text{(IV)}$$

O termo entre parênteses é o *valor médio* de v_x^2 para todas as partículas. Indicando esse valor médio por $\overline{v_x}^2$, a equação IV torna-se:

$$|\vec{F}| = N \cdot m \cdot \frac{\overline{v_x^2}}{a} \qquad \text{(V)}$$

Lembremos agora que $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. Como o número de moléculas é muito grande e elas movem-se ao acaso, os valores médios de v_x^2, v_y^2 *e* v_z^2 devem ser iguais:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

Assim: $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3 \cdot \overline{v_x^2} \Longrightarrow \overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\,\overline{v^2}$

Substituindo em V:

$$|\vec{F}| = \frac{N \cdot m}{a} \cdot \frac{1}{3}\,\overline{v^2} = \frac{N \cdot m\,\overline{v^2}}{3a}$$

Como a área da face do cubo é a^2, a pressão sobre essa face será:

$$p = \frac{|\vec{F}|}{a^2} = \frac{\frac{N \cdot m \cdot \overline{v^2}}{3a}}{a^2} = \frac{N \cdot m\,\overline{v^2}}{3a^3}$$

Mas a^3 é o volume V do cubo. Assim:

$$p = \frac{1}{3}\,\frac{N \cdot m}{V} \cdot \overline{v^2} \qquad \text{(VI)}$$

onde $N \cdot m$ é a massa total do gás. Sendo d a densidade do gás, temos: $d = \frac{N \cdot m}{V}$. Desse modo, a equação VI pode ser escrita:

$$p = \frac{1}{3} \cdot d \cdot \overline{v^2} \qquad \text{(VII)}$$

Assim, medindo as grandezas macroscópicas *pressão* e *densidade*, podemos obter, através da equação VII, a velocidade média das moléculas do gás.

Cálculo da energia cinética de um gás ideal

Da equação VI obtemos:

$$pV = \frac{N \cdot m}{3}\,\overline{v^2} \qquad \text{(VIII)}$$

Por outro lado, a equação de Clapeyron nos dá:

$$pV = n \cdot RT \qquad \text{(IX)}$$

De VIII e IX, obtemos:

$$\frac{N \cdot m}{3}\,\overline{v^2} = nRT \quad \text{ou} \quad \frac{Nm\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2}\,nRT$$

Mas $\frac{Nm\overline{v^2}}{2}$ é a energia cinética total do gás; assim:

$$E_c = \frac{3}{2}\,nRT \qquad \text{(X)}$$

ou $$E_c = \frac{3}{2}\,pV$$

Sendo e_c a energia cinética de cada molécula, temos:

$$e_c = \frac{E_c}{N} = \frac{\frac{3}{2}\,nRT}{N}$$

Mas sabemos que $N = n \cdot N_A$, onde N_A é o número de Avogadro. Substituindo na equação acima, temos:

$$e_c = \frac{\frac{3}{2}\,nRT}{nN_A} = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{N_A}\right) \cdot T$$

A constante $\frac{R}{N_A}$ é chamada de *constante de Boltzmann* e é representada por k:

$$e_c = \frac{3}{2}\,kT$$

No Sistema Internacional temos:

$$k = \frac{R}{N_A} \cong \frac{8{,}31\ \text{J/mol} \cdot \text{K}}{6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}} \cong 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K}$$

Energia interna de um gás ideal

Dado um gás ideal *monoatômico*, sua energia interna U é simplesmente a soma das energias cinéticas de *translação* de suas moléculas; para o gás monoatômico a energia cinética de rotação é desprezível. Assim, pela equação X:

$$U = \frac{3}{2}\,nRT \qquad \text{(energia interna do gás ideal monoatômico)}$$

No entanto, se o gás for *diatômico* ou *poliatômico* (isto é, suas moléculas são formadas por dois ou mais átomos), passam a ser significativas outras formas

de energia, como a energia cinética de rotação e as energias cinética e potencial de vibração. Assim, para os gases diatômicos e poliatômicos temos, em geral:

$$U > \frac{3}{2} nRT$$

As fórmulas deduzidas neste item terão uma aplicação mais detalhada no próximo capítulo; no entanto, algumas idéias serão usadas já no próximo item.

8. CALORES ESPECÍFICOS DOS GASES

No capítulo 5, estudamos o calor específico de um sólido ou de um líquido, definido através da equação:

$$Q = m \cdot c \cdot (\Delta T)$$

onde Q é o calor trocado, m é a massa do corpo, c é o calor específico da substância de que é feito o corpo e ΔT é a variação de temperatura. Vimos que, na realidade, o valor de c depende da temperatura, mas para faixas de temperaturas não "muito grandes" podemos trabalhar com o valor médio de c, isto é, procedemos como se c fosse constante nessa faixa de temperatura. Vimos também que o valor de c é praticamente independente da pressão a que está submetido o corpo. No entanto, para os gases verifica-se que o valor de c depende do modo como variaram a pressão e o volume durante o processo de aquecimento (ou resfriamento) do gás; assim, para cada tipo de transformação há um calor específico diferente.

Na prática, os valores de c mais importantes (chamados *calores específicos principais*) são o calor específico a *volume constante* c_v (válido para as transformações *isocóricas*) e o calor específico a *pressão constante* c_p (válido para as transformações *isobáricas*). Experimentalmente, verifica-se que para um gás qualquer temos:

$$c_p > c_v$$

Isso ocorre porque na transformação isobárica há variação de volume e, assim, uma parte da energia recebida (ou fornecida) pelo gás é utilizada na realização do trabalho de expansão (ou contração), enquanto na transformação isocórica não ocorre variação de volume e, portanto, não há realização de trabalho. No aquecimento isocórico, toda a energia recebida pelo gás é utilizada para aumento de sua energia interna (e, portanto, aumento de temperatura); no resfriamento isocórico, toda a energia perdida pelo gás foi à custa da diminuição de sua energia interna. O estudo mais detalhado desse balanço de energias será feito no próximo capítulo, porém, é importante que desde já percebamos essas diferenças.

A relação entre c_p e c_v define uma grandeza adimensional denominada *expoente de Poisson* (γ), cuja utilidade será mostrada no próximo item:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

Na tabela I apresentamos os valores de c_p, c_v e γ para alguns gases, à temperatura de 300 K.

Tabela I: c_p e c_v a 300 K

Nome do gás	Fórmula	c_p (cal/g · K)	c_v (cal/g · K)	γ
hélio	He	1,25	0,75	1,67
hidrogênio	H_2	3,44	2,44	1,40
nitrogênio	N_2	0,248	0,178	1,40
oxigênio	O_2	0,219	0,158	1,40
gás carbônico	CO_2	0,201	0,155	1,30

Calores molares

Vimos que a massa m de certa quantidade de um gás, cujo número de mols de moléculas é n e cuja massa molar é M, é dada por:

$$m = n \cdot M$$

Substituindo na equação $Q = m \cdot c \cdot (\Delta T)$, obtemos:

$$Q = n \cdot \underbrace{M \cdot c}_{C} \cdot (\Delta T) = n \cdot C \cdot (\Delta T)$$

O produto $M \cdot c$ é denominado *calor molar* do gás:

$$C = M \cdot c = \text{calor molar do gás}$$

Portanto, aos calores específicos c_p e c_v correspondem os calores molares C_p e C_v:

$C_p = M \cdot c_p$ = calor molar a pressão constante
$C_v = M \cdot c_v$ = calor molar a volume constante

Os calores molares são usualmente expressos em cal/mol · k ou J/mol · k.

Vimos que, para cada gás, temos $c_p > c_v$. Pelo mesmo motivo devemos ter $C_p > C_v$. No próximo capítulo demonstraremos a *relação de Mayer*, válida para os gases ideais:

$$C_p - C_v = R \quad \text{(relação de Mayer)}$$

onde R é a constante universal dos gases.

O expoente de Poisson pode também ser expresso em função dos calores molares:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{C_p}{M}}{\frac{C_v}{m}} = \frac{C_p}{C_v} \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{C_p}{C_v}$$

Calores molares de um gás ideal monoatômico

No item anterior deste capítulo, vimos que a relação entre a energia interna (U) e a temperatura absoluta de um gás depende de sua atomicidade; esse fato traz

como conseqüência que o calor molar também depende da atomicidade do gás. Vamos analisar o caso do gás ideal *monoatômico*.

Consideremos 1 mol de moléculas de um gás ideal monoatômico, encerrado em um recipiente de volume constante. Vimos que nesse caso a energia interna do gás é dada por:

$$U = \frac{3}{2} R T$$

e portanto a variação da energia interna é:

$$\Delta U = \frac{3}{2} R (\Delta T) \quad (I)$$

Suponhamos que seja fornecida a esse gás uma quantidade de calor Q, mantendo o volume constante (a transformação é isocórica). O gás terá então um aumento de temperatura ΔT tal que:

$$Q = \underset{\downarrow}{n} \cdot C_v \cdot (\Delta T) = C_v \cdot (\Delta T) \quad (II)$$
$$\downarrow$$
$$1$$

onde C_v é o calor molar a volume constante. Sendo a transformação isocórica, não há realização de trabalho e portanto todo o calor recebido será transformado em energia interna, isto é:

$$Q = \Delta U \quad (III)$$

Substituindo I e II em III:

$$C_v \cdot (\Delta T) = \frac{3}{2} R (\Delta T)$$

donde: $C_v = \frac{3}{2} R$ (gás ideal monoatômico)

Mas pela relação de Mayer temos $C_p - C_v = R$. Assim:

$C_p - \frac{3}{2} R = R$ ou $C_p = \frac{5}{2} R$ (gás ideal monoatômico)

O coeficiente de Poisson para o gás ideal monoatômico será então:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2} R}{\frac{3}{2} R} = \frac{5}{3} \qquad \gamma = \frac{5}{3} \cong 1{,}67 \quad \text{(gás ideal monoatômico)}$$

Para os gases ideais diatômicos e poliatômicos, vimos que a energia interna por mol é maior que $\frac{3}{2} R$. Portanto, para esses gases temos $C_v > \frac{3}{2} R$ e $C_p > \frac{5}{2} R$. Na tabela II fornecemos os calores molares de alguns gases reais a 27 °C.

Tabela II – Calores molares de alguns gases em J/mol · K, a 27°C

	Gás	C_p	C_v	$C_p - C_v$	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$
Monoatômicos	He	20,8	12,5	8,33	1,67
	Ne	20,8	12,7	8,12	1,64
	Ar	20,8	12,5	8,33	1,67
Diatômicos	H_2	28,8	20,4	8,33	1,41
	N_2	29,1	20,8	8,33	1,40
	O_2	29,4	21,1	8,33	1,40
	Cl_2	34,7	25,7	8,96	1,35
Poliatômicos	CO_2	37,0	28,5	8,50	1,30
	SO_2	40,4	31,4	9,00	1,29
	C_2H_6	51,7	43,1	8,58	1,20

É importante ressaltar que os valores da tabela II valem a 27°C, pois tanto para os sólidos como para os líquidos e para os gases reais, os calores específicos variam com a temperatura. Por exemplo, na figura 14 apresentamos o gráfico do

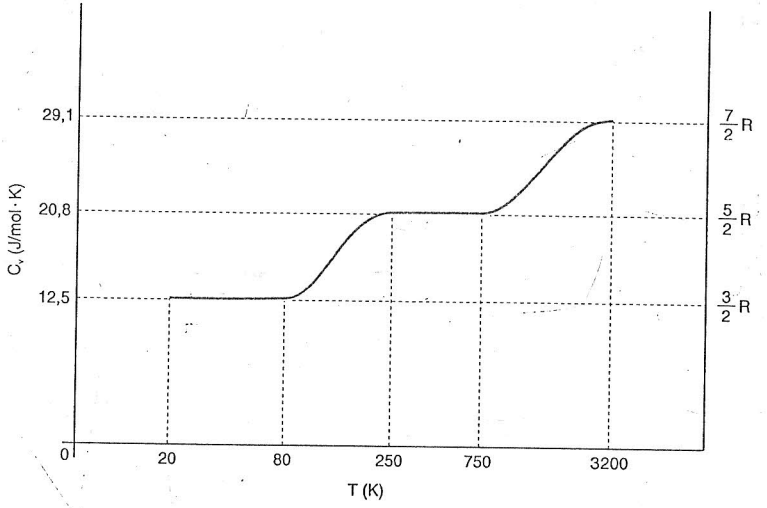


Fig. 14

calor molar a volume constante (C_v) em função da temperatura absoluta (T) para o gás hidrogênio (H_2), entre aproximadamente 20 K e 3 200 K (pois abaixo de 20 K o hidrogênio é líquido e acima de 3 200 K ele se dissocia em dois átomos de hidrogênio). É interessante observar que, embora o hidrogênio seja um gás *diatômico*, entre aproximadamente 20 K e 80 K ele apresenta o calor molar previsto para o gás ideal *monoatômico*:

$$C_v = \frac{3}{2} R \cong 12{,}5 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

98 Um recipiente cilíndrico dotado de um êmbolo contém 5,0 mols de moléculas de um gás ideal monoatômico, cuja massa molar é $M = 4{,}0\ g/mol$, à temperatura de 300 K. A constante universal dos gases é $R = 8{,}31\ J/mol \cdot K$.

a) Calcule os calores molares a volume e pressão constantes.
b) Calcule os calores específicos a volume e a pressão constante para esse gás.
c) Calcule as capacidades térmicas a volume e pressão constantes para essa quantidade de gás.
d) Calcule a quantidade de calor que deve ser fornecida ao gás para que sua temperatura aumente para 400 K a volume constante.
e) Calcule a quantidade de calor que deve ser fornecida ao gás para que sua temperatura aumente para 400 K, sob pressão constante.

Resolução:

a) Sendo gás ideal monoatômico, temos:

$$C_v = \frac{3}{2} R = \frac{3}{2} (8{,}31\ J/mol \cdot K) \Longrightarrow \boxed{C_v \cong 12{,}5\ J/mol \cdot K}$$

Se quisermos usar a unidade caloria, basta lembrar que $1\ cal \cong 4{,}18\ J$ e, portanto, $1\ J = \frac{1}{4{,}18}\ cal$. Assim:

$$C_v = \frac{(12{,}5)\left(\frac{1}{4{,}18}\ cal\right)}{mol \cdot K} \qquad \boxed{C_v \cong 3{,}0\ cal/mol \cdot K}$$

Segundo a relação de Mayer, temos:

$$C_p - C_v = R \Longrightarrow C_p - \frac{3}{2} R = R \Longrightarrow C_p = \frac{5}{2} R \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow C_p = \frac{5}{2} \cdot (8{,}31\ J/mol \cdot K) \Longrightarrow \boxed{C_p \cong 20{,}8\ J/mol \cdot K}$$

Usando a caloria, obtemos: $\boxed{C_p \cong 5{,}0\ cal/mol \cdot K}$

b) Temos 5,0 mols de moléculas do gás cuja massa molar é:

$$M = 4{,}0\ g/mol = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ kg/mol$$

Sendo *c* o calor específico, sabemos que

$$C = M \cdot c$$

Assim:

$$c_v = \frac{C_v}{M} = \frac{12{,}5\ J/mol \cdot K}{4{,}0 \cdot 10^{-3}\ kg/mol} \Longrightarrow \boxed{c_v \cong 3{,}1 \cdot 10^3\ J/kg \cdot K}$$

ou: $c_v = \frac{C_v}{M} = \frac{3{,}0\ cal/mol \cdot K}{4{,}0\ g/mol} \Longrightarrow \boxed{c_v = 0{,}75\ cal/g \cdot K}$

c) Do mesmo modo que para os sólidos e os líquidos, a capacidade térmica (C_T) de uma determinada quantidade de gás pode ser calculada por:

$$Q = C_T \cdot (\Delta T) \quad \text{ou} \quad C_T = m \cdot c$$

Mas $m = n \cdot M$ e $c = \frac{C}{M}$. Assim:

$$C_T = m \cdot c = n \cdot M \cdot \frac{C}{M} = n \cdot C$$

Portanto, sendo $C_{T,V}$ e $C_{T,P}$ as capacidades térmicas a volume constante e pressão constante, respectivamente, temos:

$$C_{T,V} = n \cdot C_v = (5{,}0\ mols)\,(12{,}5\ J/mol \cdot K) \Longrightarrow \boxed{C_{T,V} \cong 62{,}5\ J/K}$$

$$C_{T,P} = n \cdot C_p = (5{,}0\ mols)\,(20{,}8\ J/mol \cdot K) \Longrightarrow \boxed{C_{T,P} \cong 104\ J/K}$$

d) A variação de temperatura é:

$$\Delta T = 400\ K - 300\ K = 100\ K$$

A quantidade de calor pedida pode ser calculada por

$$Q_v = m \cdot c_v \cdot (\Delta T) \quad \text{ou} \quad Q_v = n \cdot C_v \cdot (\Delta T)$$

Vamos usar a segunda fórmula:

$$Q_v = n \cdot C_v \cdot (\Delta T) = (5{,}0\ mols)\,(12{,}5\ J/mol \cdot K)\,(100\ K) \Longrightarrow \boxed{Q_v \cong 6{,}25 \cdot 10^3\ J}$$

e) $Q_p = n \cdot C_p \cdot (\Delta T) = (5{,}0\ mols)\,(20{,}8\ J/mol \cdot K)\,(100\ K)$

$$\boxed{Q_p \cong 10{,}4 \cdot 10^3\ J}$$

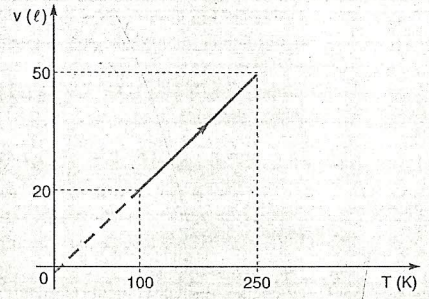
99. Um cilindro dotado de um êmbolo contém 3,0 mols de moléculas de um gás ideal monoatômico cuja massa molar é 20 g/mol, à temperatura de 300 K.

Dados: $R = 8{,}31\ J/mol \cdot K$; $1\ cal = 4{,}18\ J$.

Calcule:

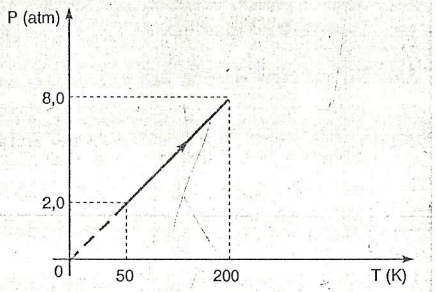
a) os calores específicos desse gás, a volume constante e a pressão constante, em $J/kg \cdot K$ e $cal/g \cdot K$.
b) as capacidades térmicas dessa quantidade de gás, a volume constante e a pressão constante, em J/K e cal/K.
c) a quantidade de calor (em *J* e cal) que devemos fornecer a esse gás para que sua temperatura aumente para 500 K, a volume constante.
d) a quantidade de calor (em *J* e cal) que devemos fornecer a esse gás para que sua temperatura aumente para 500 K sob pressão constante.

100. A figura mostra como varia o volume de um gás com a temperatura absoluta. A transformação se realiza sob pressão de 8,2 atmosferas. A constante universal dos gases perfeitos é R = 0,082 atm · ℓ/mol · K e o calor molar sob pressão constante do gás é igual a 6,8 cal/mol K. Determine:



a) o número de mols de moléculas do gás;
b) a massa desse gás, cuja massa molar é 2,0 g/mol;
c) a quantidade de calor trocada pelo gás na transformação;
d) o calor específico do gás sob pressão constante.

101. A pressão de um gás ideal, confinado num recipiente de capacidade volumétrica 24,6 litros, varia com a temperatura absoluta como mostra o gráfico da figura. O calor específico a volume constante do gás é 0,75 cal/g · K e sua massa molar é 4,0 g/mol.
Dado: R = 0,082 atm · ℓ/mol · K, determine:



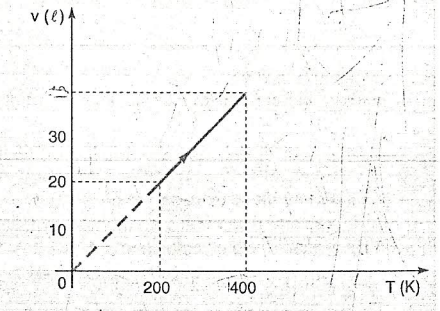
a) o número de mols de moléculas do gás e sua massa;
b) a quantidade de calor recebida pelo gás;
c) o calor molar a volume constante e o calor molar sob pressão constante do gás;
d) o expoente de Poisson para este gás;
e) a quantidade de calor que o gás receberia para a mesma variação de temperatura sob pressão constante.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

102. Consideremos um gás ideal monoatômico. Sabendo que a constante universal dos gases é 8,31 J/mol · K, calcule:

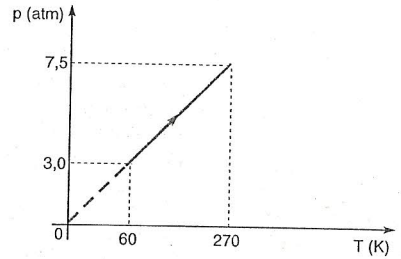
a) o calor molar desse gás a volume constante;
b) o calor molar desse gás sob pressão constante;
c) o expoente de Poisson para esse gás.

103. Sob pressão constante de 4,1 atmosferas, o volume de um gás ideal varia com a temperatura absoluta como mostra o gráfico da figura ao lado. O gás tem massa molar de 28 gramas por mol e calor molar sob pressão constante de 6,8 cal/mol · K.
Dado: R = 0,082 atm · ℓ/mol · K, determine:



a) o número de mols de moléculas do gás;
b) a massa do gás;
c) a quantidade de calor recebida pelo gás;
d) o calor específico sob pressão constante do gás.

104. Ao receber calor, certa quantidade de gás ideal tem sua pressão variando com temperatura absoluta conforme mostra o gráfico da figura, mantendo-se o volume constante em 16,4 litros. A massa molar desse gás é 32 g/mol e seu calor específico sob pressão constante é 0,22 cal/g · K. A constante universal dos gases perfeitos é R = 0,082 atm · ℓ/mol · K. Determine:



a) o número de mols de moléculas do gás e sua massa;
b) o calor molar sob pressão constante e o calor molar a volume constante;
c) o calor específico a volume constante;
d) a quantidade de calor trocada nesse aquecimento isocórico do gás;
e) a quantidade de calor que seria recebida pelo gás, se o mesmo aquecimento fosse realizado sob pressão constante;
f) o expoente de Poisson para este gás.

105. (COVEST-PE) Uma estufa de volume $8{,}0 \cdot 10^4$ cm³ está cheia com um gás ideal monoatômico, a uma temperatura de 127 °C e sob pressão $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m².
Dados: constante universal dos gases = 0,082 atm · ℓ · $mol^{-1}K^{-1}$; 1 atmosfera = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m².
Calcule a capacidade térmica desse gás a volume constante, em J/K.

106. (VUNESP-SP) Duas porções de gases, um monoatômico e outro diatômico, que ocupam volumes iguais e estão à mesma pressão e à mesma temperatura, têm:

a) a mesma massa.
b) o mesmo calor específico.
c) a mesma massa específica.
d) o mesmo número de moléculas.
e) todas as opções acima estão erradas.

107. (Mackenzie-SP) Para um gás de massa molecular *M* e cujos calores específicos a pressão e a volume constantes são c_p e c_v, a partir da relação de Mayer podemos escrever:

a) $c_p \cdot M(c_v - c_p) = \frac{1}{R}$
b) $c_v \cdot M\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right) = R$
c) $RM(c_p - c_v) = c_v$
d) $RM(c_v - c_p) = c_p$

108. (ITA-SP) Um mol de um gás ideal absorve, a volume constante, uma quantidade de calor Q_1 e a temperatura absoluta do gás varia de ΔT. Essa mesma variação de temperatura ocorre quando o gás absorve, a pressão constante, uma quantidade de calor Q_2. Sendo R = constante universal dos gases perfeitos; C_v = calor específico molar a volume constante; e C_p = calor específico molar a pressão constante, podemos afirmar que:

a) $Q_2 = Q_1 - R(\Delta T)$
b) $Q_2 = Q_1\left(1 + \frac{R}{C_v}\right)$
c) $Q_2 = Q_1\left(1 - \frac{R}{C_v}\right)$
d) $Q_2 = Q_1\left(1 + \frac{R}{C_p}\right)$
e) $Q_2 = Q_1\left(1 - \frac{R}{C_p}\right)$

9. TRANSFORMAÇÃO ADIABÁTICA

Dizemos que um gás sofre uma transformação adiabática quando ele não troca calor com o meio exterior durante a transformação. Isso pode ser conseguido isolando-se o gás do meio externo ou fazendo-se com que a transformação seja muito rápida. Como o processo de transmissão do calor é relativamente lento, se a transformação for muito rápida, não há tempo para que o calor se propague.

É possível demonstrar que, na transformação adiabática, vale a Lei de Poisson–Laplace:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$

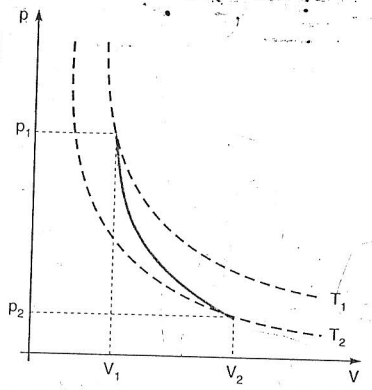


Fig. 15 Curva representativa da transformação adiabática.

Nessa fórmula, γ é o expoente de Poisson.

Graficamente, como se observa na figura 15, a correspondência entre a pressão e o volume na transformação adiabática é representada por uma curva que corta as isotermas, uma vez que a temperatura varia. No caso, consideramos uma expansão adiabática, na qual o volume aumenta ($V_2 > V_1$), a pressão diminui ($p_2 < p_1$) e a temperatura também diminui ($T_2 < T_1$). Evidentemente, numa contração adiabática ocorreria diminuição de volume, aumento de pressão e aumento de temperatura.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

109 O expoente de Poisson de um gás ideal é $\gamma = 3/2$. Se certa quantidade desse gás ocupa inicialmente volume de 5,0 litros e exerce pressão de 2,0 atmosferas, que pressão passará a exercer ao sofrer uma contração adiabática, ocupando ao final volume de 1,0 litro?

Resolução:

O estado inicial do gás apresenta pressão $p_1 = 2{,}0$ atm e volume $V_1 = 5{,}0\ \ell$. O volume final é $V_2 = 1{,}0\ \ell$. A pressão final p_2 é calculada através da Lei de Poisson–Laplace:

$p_1 \cdot V_1^{\gamma} = p_2 \cdot V_2^{\gamma}$

Assim: $2{,}0 \cdot 5{,}0^{3/2} = p_2 \cdot 1^{3/2}$

Elevando ao quadrado, obtemos:

$$(4{,}0)(5{,}0)^3 = p_2^2 (1{,}0)^3 \Longrightarrow 4{,}0 \cdot 125 = p_2^2 \cdot 1{,}0 \Longrightarrow p_2^2 \cong 500 \qquad p_2 \cong 22{,}4 \text{ atm}$$

110 No exercício anterior, se a temperatura inicial é 50 °C, qual a temperatura final, expressa em graus Celsius?

Resolução:

A temperatura inicial é $T_1 = (50 + 273)\ \text{K} = 323\ \text{K}$. Aplicando a Lei geral dos gases perfeitos, obtemos:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Longrightarrow \frac{2{,}0 \cdot 5{,}0}{323} = \frac{22{,}4 \cdot 1{,}0}{T_2} \Longrightarrow T_2 = \frac{323 \cdot 22{,}4 \cdot 1{,}0}{2{,}0 \cdot 5{,}0} \qquad T_2 = 723{,}52\ \text{K}$$

Na escala Celsius:

$$\theta_2 = T_2 - 273 \Longrightarrow \theta_2 = 723{,}52 - 273 \qquad \theta_2 = 450{,}52\ ^{\circ}\text{C}$$

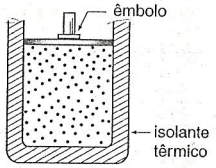
111. Um gás ideal sofre uma expansão adiabática, variando seu volume de 2,0 litros para 8,0 litros. Sendo a pressão inicial do gás igual a 2,0 atmosferas, determine a pressão final. O expoente de Poisson desse gás é 1,5.

112. No exercício anterior, determine a temperatura final do gás em graus Celsius, sabendo que a temperatura inicial é 20 °C.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

113. (UF-RS) A transformação termodinâmica a que é submetido o gás contido no recipiente da figura, quando o êmbolo é rapidamente comprimido, recebe o nome de transformação:

a) adiabática.
b) isobárica.
c) isotérmica.
d) isovolumétrica.
e) endotérmica.



114. (F. M. Taubaté-SP)

I – Em uma transformação isobárica não varia a pressão.
II – Em uma transformação adiabática não varia o volume.
III – Em uma transformação isocórica não varia a temperatura.

Com relação às três afirmativas acima, podemos dizer que:

a) só I é verdadeira.
b) só II é verdadeira.
c) só III é verdadeira.
d) I e II são verdadeiras.
e) todas são falsas.

115. (FESP-SP) Em uma evolução adiabática, o sistema não troca calor com o exterior, logo a temperatura do sistema não varia.

a) A asserção é correta e a conclusão é falsa.
b) A asserção e a conclusão são falsas.
c) A asserção e a conclusão são corretas.
d) A asserção é falsa e a conclusão é verdadeira.
e) A asserção e a conclusão são formas diferentes de dizer a mesma coisa.

Enunciado para as questões 116 e 117:

Uma certa quantidade de gás expande-se adiabaticamente, desde uma pressão inicial de 2 atm e volume 2,0 ℓ na temperatura 21 °C, até atingir o dobro do seu volume. Sabe-se que, para esse gás, o coeficiente de Poisson é $\gamma = 2{,}0$.

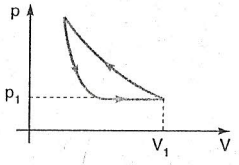
116. (ITA-SP) A pressão final é, em atm:

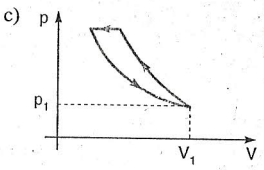
a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3 d) 0,4 e) 0,5

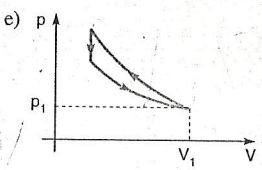
117. (ITA-SP) A temperatura final é:

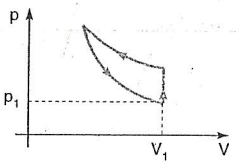
a) −126 °C b) +12 °C c) −48 °C d) +2,1 °C e) −21 °C

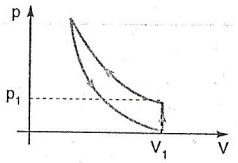
118. (Mackenzie-SP) Certa massa de gás ideal encontra-se no estado caracterizado pela pressão p_1 e volume V_1. Essa massa gasosa sofre uma compressão isotérmica, e depois deixa-se que ela se expanda adiabaticamente até que a sua pressão retorne a p_1. Outra transformação faz com que o gás retorne ao seu estado inicial. O gráfico que melhor representa as transformações sofridas pelo gás é:

a)


c)


e)


b)


d)


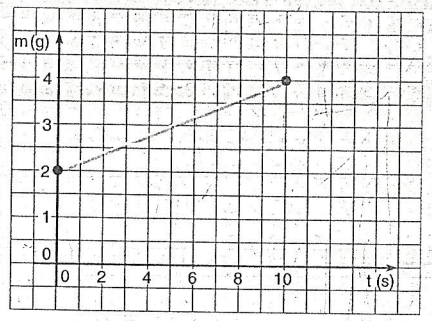
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

119. (FCMSC-SP) No instante t = 0 um recipiente de volume constante contém determinado gás perfeito à temperatura ambiente T e à pressão de 2,0 atmosferas. Introduz-se, lentamente, nesse recipiente, certa massa do mesmo gás de modo a manter a temperatura do gás no recipiente sempre igual a T. O gráfico ao lado representa a massa m do gás existente no recipiente, em função do tempo t.

Nessas condições, a pressão do gás existente no recipiente, em atmosfera, no instante t = 5,0 s, é igual a:

a) 0,40 c) 2,0 e) 10

b) 1,0 d) 3,0

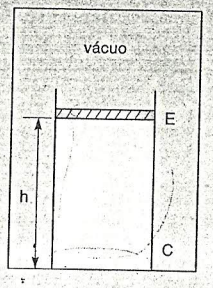


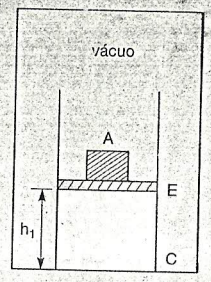
120. (UNIRIO-RJ) Um cilindro de capacidade igual a 60 litros está cheio de oxigênio sob pressão de 9,2 atm e à temperatura de 27 °C. Abre-se a válvula. Qual a massa de gás que escapa do recipiente? (Suponha que a temperatura permaneça constante e a pressão externa seja normal.)

Dados: constante dos gases = R = 0,082 atm · ℓ/mol · K; massa molecular do oxigênio = 32.

a) 680 g
b) 560 g
c) 240 g
d) 640 g
e) 420 g

121. (FEI-SP) Na figura, o êmbolo E de massa M = 300 g, móvel sem atrito, e o cilindro C encerram uma amostra de gás perfeito. Fazendo-se vácuo no ambiente externo ao cilindro, o êmbolo fica em equilíbrio a uma altura h = 80 cm. Colocando-se sobre o êmbolo um corpo A de massa m = 100 g, qual a nova altura h_1 do êmbolo na posição de equilíbrio, sabendo-se que não houve variação de temperatura?



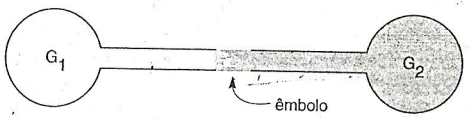


122. (UNICAMP-SP) Calibra-se a pressão dos pneus de um carro em 30 psi (libras-força/polegada^2) usando nitrogênio na temperatura ambiente (27 °C). Para simplificar os cálculos adote:

1 polegada = 2,5 cm
1 libra-força = 5,0 N
Constante universal dos gases = R = 8,0 J/mol · K

a) Quanto vale essa pressão em N/m^2?
b) Faça uma estimativa do volume do pneu e com a mesma estime o número de mols de nitrogênio contidos no pneu.
c) Em um dia quente a temperatura do pneu em movimento atinge 57°C. Qual é a variação percentual da pressão no pneu?

123. (FCMSC-SP) Dois gases perfeitos, G_1 e G_2, estão contidos em recipientes rígidos, ligados por um tubo longo, de secção igual a 1,00 cm^2, conforme esquema:



Os gases, que inicialmente têm volumes iguais a $1{,}00 \cdot 10^3$ cm^3 e temperaturas iguais a 27 °C, são separados por um êmbolo, que pode mover-se sem atrito. O êmbolo permanece no interior do tubo longo durante a transformação descrita a seguir.

Enquanto a temperatura de G_1 aumenta 100 °C e a temperatura de G_2 diminui 100 °C, o êmbolo sofre um deslocamento, em centímetros, igual a:

a) $5{,}00 \cdot 10^2$.
b) $3{,}33 \cdot 10^2$.
c) $2{,}50 \cdot 10^2$.
d) $2{,}00 \cdot 10^2$.
e) $5{,}00 \cdot 10$.

124. (UNICAMP-SP) Uma bolha de ar com 1,0 mm^3 de volume forma-se no fundo de um lago de 5,0 m de profundidade e sobe à superfície. A temperatura no fundo do lago é de 17 °C e, na superfície, de 27 °C.

a) Qual é a pressão no fundo do lago?

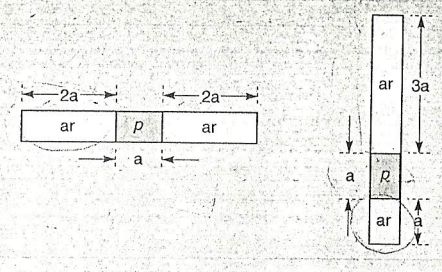
b) Admitindo que o ar seja um gás ideal, calcule o volume da bolha quando ela atinge a superfície do lago.

Dados: pressão atmosférica: $p_0 = 1\ atm \cong 10^5\ N/m^2$; densidade da água: $d_a = 10^3\ kg/m^3$.

125. (UFJF-MG) Um tubo de ensaio de formato cilíndrico, 30 cm de altura e completamente cheio de ar é introduzido no mar através da extremidade aberta, mantendo seu eixo de simetria na vertical. Em seguida, o tubo é levado até a profundidade de 40 m, onde a temperatura é de 280 K. Considere a temperatura na superfície do mar como 300 K, a densidade da água do mar como $10^3\ kg/m^3$, a pressão atmosférica como 1 atm ($= 10^5$ Pa) e $g = 10\ m/s^2$. Calcule a altura da coluna de ar no interior do recipiente nessa profundidade. Considere o ar como gás ideal.

a) 0,5 cm
b) 11,2 cm
c) 5,6 cm
d) 8,3 cm
e) 4,2 cm

126. (ITA-SP) Um tubo capilar de comprimento *5a* é fechado em ambas as extremidades. Ele contém ar seco, que preenche o espaço no tubo não ocupado por uma coluna de mercúrio de densidade ρ e comprimento *a*. Quando o tubo está na posição horizontal, as colunas de ar seco medem *2a* cada. Levando-se lentamente o tubo à posição vertical, as colunas de ar têm comprimentos *a* e *3a*. Nessas condições, a pressão no tubo capilar quando em posição horizontal é:



a) $3g\rho a/4$.
b) $2g\rho a/5$.
c) $2g\rho a/3$.
d) $4g\rho a/3$.
e) $4g\rho a/5$.

127. (U. F. Uberlândia-MG) A figura 1, abaixo, nos mostra um manômetro de Hg, graduado em cm, que aprisiona uma certa massa de gás ideal. Adiciona-se uma nova quantidade de Hg pela extremidade aberta do manômetro e, após o novo equilíbrio, obtém-se a situação da figura 2. Sabendo que a temperatura ambiente manteve-se constante, desprezando-se qualquer vazamento de gás e sendo de 70 cmHg a pressão atmosférica, qual o valor do nível x?

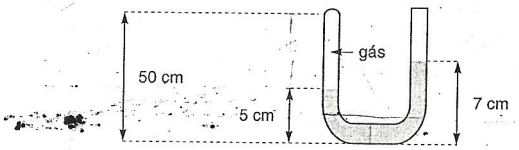


fig. 1

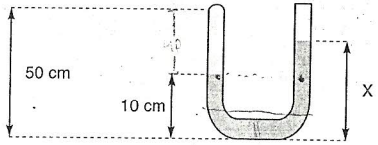
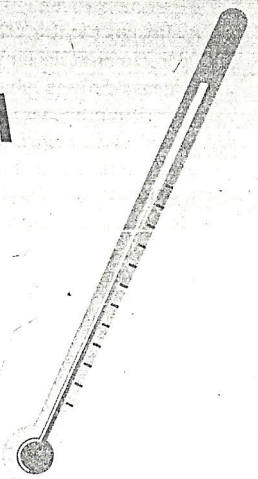


fig. 2

a) 21
b) 28
c) 16
d) 14
e) 12

CAPÍTULO 9

TERMODINÂMICA



1. O CALOR E A ENERGIA MECÂNICA

Vimos na Calorimetria que o *calor* é uma forma de energia que flui espontaneamente de um sistema mais quente para um sistema mais frio, quando eles são colocados em contato térmico, até que suas temperaturas se igualem. Este é um conceito atualizado de calor. No entanto, no século XVII, os cientistas admitiam outra teoria para o calor: consideravam-no uma manifestação do movimento atômico-molecular.

Mais tarde, passou a ser admitida uma segunda teoria, que conseguia explicar de maneira satisfatória muitos dos fenômenos térmicos. Segundo ela, o calor seria um fluido invisível, imponderável, que se conservava, mas que não podia ser criado nem destruído; podia simplesmente ser transferido de um corpo para outro, em vista da existência de uma diferença de temperatura. Esse fluido era conhecido como *calórico*. Tal teoria estabelecia que todo corpo continha certa quantidade de calórico que dependia de sua massa e de sua temperatura. Era uma teoria muito convincente, pois já se referia à transferência de calor de um corpo para outro.

No entanto, experiências mostraram que era possível produzir calórico indefinidamente, atritando-se dois corpos. Isso contrariava o princípio da conservação do calórico, segundo o qual a quantidade de calórico contida em cada corpo deveria ser limitada, podendo, em certas condições, ser cedida para outro corpo.

Conta a história que, em 1799, Benjamin Thompson (1753-1814), supervisionando a fabricação de canhões, observou que, durante a perfuração da alma do canhão pela broca, havia uma produção de calórico em quantidade indefinida. Sugeriu então que essa quantidade produzida estava relacionada com o trabalho realizado pela broca.

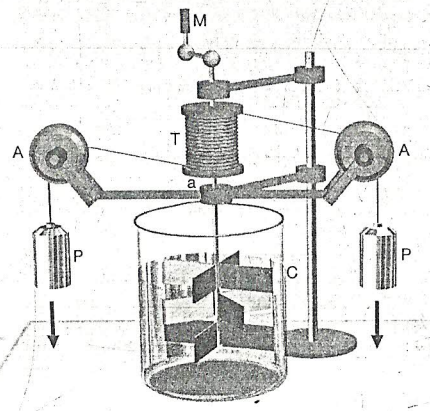
Alguns anos mais tarde, James Prescott Joule (1818-1889) demonstrou experimentalmente que existe uma relação entre calor e energia mecânica. Nascia assim, no século XIX, a moderna Teoria Mecânica do Calor, segundo a qual o aparecimento de uma quantidade de calor é sempre acompanhado do desaparecimento de uma quantidade equivalente de energia mecânica.

Em homenagem a Joule, a unidade oficial de energia no SI de unidades é o *joule* (*J*). A *caloria* (cal), unidade criada ainda na época da teoria do calórico, é aceita hoje como outra unidade de energia, embora sua utilização fique mais restrita à medida das quantidades de calor trocadas. Sua definição atual é estabelecida a partir da relação que guarda com o joule:

$$1 \text{ cal} = 4{,}18 \text{ J}$$

Experiência de Joule

Em sua experiência original, Joule utilizou o dispositivo esquematizado. Dois corpos suspensos, ao caírem várias vezes de determinada altura, acionavam um sistema de palhetas girantes, que agitavam e, em conseqüência, aqueciam certa massa de água colocada no interior de um calorímetro.



Conhecidos os pesos dos corpos suspensos e a altura da queda, Joule calculou o trabalho realizado pelas forças-peso na queda, expresso em joules. Conhecida a massa de água no interior do calorímetro, seu calor específico, e medida a variação de temperatura que a água sofre, o cientista pôde determinar a quantidade de calor recebida, expressa em calorias. Relacionando a quantidade de calor e o correspondente trabalho, consta que Joule obteve o valor 4,17. Depois de a experiência ser repetida várias vezes, o resultado da relação foi corrigido para 4,186, estabelecendo-se assim que:

$$1 \text{ cal} = 4{,}186 \text{ J}$$

A Termodinâmica estuda a conversão de energia não térmica para energia térmica e vice-versa, por exemplo, a conversão de trabalho em calor. Em Termodinâmica, vamos estudar as relações que as quantidades de energia trocadas devido à diferença de temperatura (quantidades de calor) guardam com os trabalhos mecânicos realizados, que se processam sem a necessidade de haver uma diferença de temperatura.

Citemos um exemplo bastante simples de um fenômeno termodinâmico: deixa-se cair uma bola de aço de uma altura qualquer até que ela encontre o solo rígido. Durante a sua queda, a força gravitacional (o peso) realizou certo trabalho. Ao colidir com o solo, parte de sua energia mecânica é convertida em calor e se dissipa. Verifica-se que, quanto maior for a altura inicial, maiores serão o trabalho do peso e a quantidade de calor convertida. Observe também que não interessam as temperaturas da bola e do solo.

Vamos estabelecer neste capítulo alguns conceitos que serão válidos para quaisquer sistemas. Entretanto, o nosso estudo analítico dará prioridade aos sistemas gasosos ideais e às suas transformações. A fim de nos familiarizarmos com a Termodinâmica, analisaremos a seguir alguns fenômenos, através de exercícios, em que a energia mecânica se converte em calor, mostrando a relação entre essas duas formas de energia.

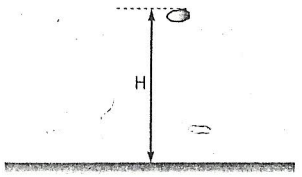
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Um corpo, de massa 5 kg, constituído de uma substância de calor específico 0,20 cal/g°C, cai de uma altura de 200 metros, chocando-se contra o solo inelasticamente. A aceleração da gravidade local é 10 m/s² e não há resistências a considerar. Supondo que, da energia mecânica dissipada, 80% é absorvida pelo corpo sob a forma de calor, determine:

a) a energia cinética do corpo ao chegar ao solo;
b) a energia absorvida pelo corpo após o choque;
c) a elevação de temperatura sofrida pelo corpo.

Resolução:

a)



Sendo m = 5 kg a massa do corpo e g = 10 m/s² a aceleração da gravidade, a energia potencial do corpo, em relação ao solo, à altura H = 200 m, vale:

$E_p = m \cdot g \cdot H$
$E_p = 5{,}0 \cdot 10 \cdot 200$
$E_p = 1{,}0 \cdot 10^4 \text{ J}$

Como não é considerada a resistência do ar, a energia potencial em relação ao solo é nula, possuindo o corpo apenas energia cinética que vale, portanto:

$$E_c = 1{,}0 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) O corpo absorve 80% da energia mecânica que se dissipa, isto é:

$$Q = \frac{80}{100} E_c \qquad Q = \frac{80}{100} \cdot 1{,}0 \cdot 10^4 \qquad Q = 8{,}0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

c) Como estamos usando a energia expressa em joules e a massa em quilogramas, devemos mudar convenientemente as unidades do calor específico. Assim, tendo em vista que 1 cal = 4,18 J e 1 g = 10^{-3} kg, vem:

$$c = 0{,}20 \frac{\text{cal}}{\text{g°C}} = 0{,}20 \cdot \frac{4{,}18\,\text{J}}{10^{-3}\,\text{kg°C}} \qquad c = 836 \frac{\text{J}}{\text{kg°C}}$$

Para calcular a variação de temperatura do corpo, usamos a fórmula: $Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$.

Assim: $\Delta\theta = \frac{Q}{m \cdot c} \qquad \Delta\theta = \frac{8{,}0 \cdot 10^3}{5{,}0 \cdot 836} \qquad \Delta\theta \cong 1{,}91°C$

2. Um bloco de chumbo de massa 9,0 kg cai, a partir do repouso, do alto de um prédio de 100 metros de altura. Há um choque inelástico contra o solo, dissipando-se a energia mecânica do bloco, que absorve quatro quintos dessa energia, aquecendo-se. São dados a aceleração da gravidade g = 10 m/s², o calor específico do material do bloco c = 0,04 cal/g°C e 1 cal = 4,18 J. Determine, desprezando a resistência do ar:

a) a energia potencial gravitacional do bloco em relação ao solo no ponto de partida;
b) a energia cinética do bloco no momento em que chega ao solo;
c) a energia absorvida pelo bloco em conseqüência do choque contra o solo;
d) a variação de temperatura do bloco.

3. Uma esfera atinge o solo tendo caído de uma altura de 50 metros a partir do repouso. Admitindo que toda a energia mecânica dissipada foi absorvida pela esfera, na forma de calor, determine sua elevação de temperatura. O calor específico do material da esfera é 0,05 cal/g°C. Adote g = 10 m/s² e 1 cal = 4,18 J. Despreze a resistência do ar.

4. No momento em que se choca contra uma parede, uma bala de chumbo tem velocidade de 100 m/s. A bala fica incrustada na parede, absorvendo, na forma de calor, 60% da energia mecânica que se dissipa. O calor específico do chumbo é 0,03 cal/g°C. Determine a elevação de temperatura sofrida pela bala. Considere 1 cal = 4,18 J.

Resolução:

Inicialmente, considerando que 1 cal = 4,18 J e 1 g = 10^{-3} kg, vamos mudar convenientemente a unidade do calor específico:

$$c = 0{,}03 \frac{\text{cal}}{\text{g°C}} = 0{,}03 \frac{4{,}18\,\text{J}}{10^{-3}\,\text{kg°C}}$$

$$c = 125{,}4 \frac{\text{J}}{\text{kg°C}}$$

Indicando por E_c a energia cinética da bala e por Q a energia absorvida por ela e que eleva sua temperatura, podemos escrever:

$$Q = \frac{60}{100} E_c$$

Mas $E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$ e $Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$. Logo:

$$m \cdot c \cdot \Delta\theta = \frac{60}{100} \cdot \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Daí: $\Delta\theta = \frac{60}{100} \cdot \frac{v^2}{2c}$

Sendo a velocidade da bala no momento do impacto v = 100 m/s, vem:

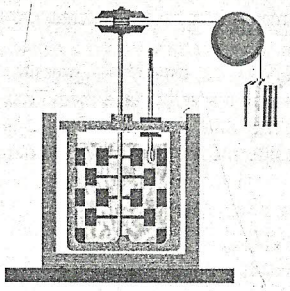
$$\Delta\theta = \frac{60}{100} \cdot \frac{(100)^2}{2 \cdot 125{,}4} \qquad \Delta\theta \cong 23{,}9°C$$

5. Um projétil metálico se incrusta num muro, absorvendo metade da energia mecânica que se dissipa e sofrendo, em conseqüência, uma elevação de temperatura de 20°C. O calor específico do material do projétil é 0,10 cal/g°C. Considerando 1 cal = 4,18 J, determine a velocidade do projétil no momento do impacto.

6. Uma bola bate contra uma parede apresentando velocidade de 60 m/s, imediatamente antes do impacto, e 20 m/s, imediatamente após o impacto. Admitindo que toda a energia mecânica dissipada seja absorvida pela bola, determine a variação de temperatura que ela sofre. O calor específico do material da bola é 0,4 cal/g°C. Adote 1 cal = 4,18 J.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

7. (PUC-SP) A experiência de James P. Joule determinou que é necessário transformar aproximadamente 4,2 J de energia mecânica para se obter 1 cal. Numa experiência similar, deixava-se cair um corpo de massa 50 kg, 30 vezes de uma certa altura. O corpo estava preso a uma corda de tal maneira que, durante sua queda, um sistema de pás era acionado, entrando em rotação e agitando 500 g de água contidos num recipiente isolado termicamente. O corpo caía com velocidade praticamente constante. Constatava-se, através de um termômetro adaptado ao aparelho, uma elevação total na temperatura da água de 14°C.
Determine a energia potencial total perdida pelo corpo e de que altura estava caindo.
Despreze os atritos nas polias, no eixo e no ar.
Dados: calor específico da água = c = 1 cal/g°C; g = 9,8 m/s².



a) E_p = 7 000 J; h = 0,5 m
b) E_p = 29 400 J; h = 2 m
c) E_p = 14 700 J; h = 5 m
d) E_p = 7 000 J; h = 14 m
e) E_p = 29 400 J; h = 60 m

8. (VUNESP-SP) Num lugar onde $g = 9{,}8\ m/s^2$, um corpo metálico de massa $m = 2$ kg cai de 200 m de altura. Supondo que todo o calor produzido no impacto permaneça no corpo e sabendo-se que sua temperatura se elevou 10°C, qual é aproximadamente o calor específico do corpo em cal/g°C?

a) 47
b) $1{,}95 \cdot 10^{-1}$
c) $1{,}96 \cdot 10^{2}$
d) $9{,}4 \cdot 10^{-2}$
e) $4{,}7 \cdot 10^{-2}$

9. (CESESP-PE) Um revólver dispara uma bala de chumbo de massa igual a 10 g e velocidade de 250 m/s contra um bloco de madeira, cuja massa, comparada com a da bala, é praticamente infinita. Suponha que toda a energia cinética da bala foi transformada em energia calorífica e que esta energia foi utilizada exclusivamente para aquecer a bala. Nestas condições, pode-se concluir que a variação de temperatura sofrida pelo projétil foi em °C, aproximadamente:

a) 251 b) 231 c) 221 d) 261 e) 241

Dados: $c_{Pb} = 0{,}031$ cal/g°C; 1 cal = 4,18 J.

10. (FAAP-SP) Uma esfera de chumbo é atirada com velocidade 20 m/s e choca-se com um obstáculo perfeitamente rígido. Sabendo que a energia cinética da esfera transforma-se totalmente em calor e supondo que somente 70% seja absorvido pela esfera, calcular a temperatura final da esfera. A massa da esfera é 20 g e sua temperatura inicial é 25°C.

Dados: calor específico do chumbo sólido = 0,03 cal/g°C; calor específico do chumbo líquido = = 0,04 cal/g°C; temperatura de fusão do chumbo = 325°C; calor de fusão do chumbo = = 6 cal/g.

11. (UF-CE) Uma locomotiva de 10 toneladas usa carvão mineral como combustível que produz cerca de 8 000 cal/g. Ela parte do repouso numa estrada plana e, depois de algum tempo, tem uma velocidade de 20 m/s. Sabendo que somente $\frac{4}{5}$ da energia proveniente da queima são convertidos em energia de movimento, calcule quantos gramas de carvão serão utilizados nesse tempo.

2. TEORIA CINÉTICA DOS GASES

Conforme vimos, ao estudar o comportamento dos gases, o gás ideal ou perfeito é um modelo, cujas moléculas movem-se desordenadamente, todas com uma mesma velocidade média, chocam-se elasticamente umas com as outras e com as paredes do recipiente, não exercem ação mútua (exceto nas colisões) e apresentam volume próprio desprezível.

Vamos agora relacionar as variáveis de estado — pressão, volume e temperatura — com a energia cinética média e a velocidade média das moléculas.

Na Teoria Cinética dos gases ideais, uma das proposições é que todas as moléculas apresentam a mesma velocidade média v e a mesma energia cinética média e_c. É possível demonstrar que a energia cinética média e_c de cada molécula relaciona-se com a temperatura absoluta através da fórmula:

$$e_c = \frac{3}{2} kT$$

A constante de proporcionalidade k é denominada constante de Boltzmann, não dependendo da natureza do gás. Ela corresponde à relação entre constante universal dos gases perfeitos ($R = 8{,}31$ j/mol · K) e o número de Avogadro ($N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$ moléculas/mol).

$$k = \frac{R}{N_A} \qquad k = \frac{8{,}31}{6{,}023 \cdot 10^{23}} \qquad k \cong 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/molécula} \cdot \text{K}$$

A fórmula anterior permite concluir que a energia cinética média por molécula de um gás perfeito é diretamente proporcional à temperatura absoluta. A correspondência gráfica entre essas grandezas é representada por uma reta que passa pela origem (Fig. 1). Essa origem corresponde ao zero absoluto: nessa temperatura (0 K), as moléculas param, isto é, a energia cinética média por molécula se anula ($e_c = 0$).

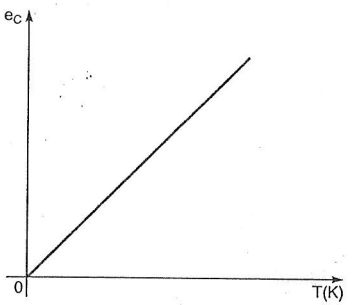


Fig. 1

Em vista do exposto, podemos afirmar:

> A energia cinética média por molécula de um gás perfeito só depende da temperatura; não depende da natureza do gás.

Chamando de m_0 a massa de uma molécula gasosa e sendo v a velocidade média comum a todas as moléculas, a energia cinética média por molécula pode ser escrita:

$$e_c = \frac{m_0 \cdot v^2}{2}$$

Comparando com a fórmula que dá essa energia cinética em função da temperatura absoluta T, obtemos:

$$\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T \qquad v^2 = \frac{3RT}{m_0 N_A}$$

O produto $m_0 \cdot N_A = M$ corresponde à massa de um mol de moléculas, isto é, à massa molar do gás. Então:

$$v^2 = \frac{3RT}{M} \qquad v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Portanto, a velocidade média das moléculas de um gás perfeito depende da temperatura (é proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta) e também da natureza do gás, representada na fórmula pela massa molar M.

A energia cinética total do gás (E_c) corresponde à soma das energias cinéticas médias de todas as moléculas. Assim, se tivermos N moléculas de gás, a energia cinética total do gás será dada por:

$$E_c = N \cdot e_c \qquad E_c = N \cdot \frac{3}{2} \cdot kT \qquad E_c = N \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$$

A relação $\frac{N}{N_A} = n$ corresponde ao número de mols de moléculas do gás.

Realmente, por regra de três simples e direta:

N_A é o número de moléculas em 1 mol
N é o número de moléculas em n mols

Daí: $n \cdot N_A = N \Rightarrow n = \frac{N}{N_A}$

Substituindo na fórmula:

$$E_c = \frac{3}{2} nRT$$

Tendo em vista a equação de Clapeyron ($pV = nRT$), a energia cinética total do gás pode ser escrita em função da pressão e do volume:

$$E_c = \frac{3}{2} pV$$

3. ENERGIA INTERNA

Em oposição à energia externa de um sistema, definida pelas relações com o meio externo (energia mecânica: cinética e potencial), definimos agora para cada sistema uma *energia interna*, relacionada às suas condições atômico-moleculares.

Para os gases, a energia interna, representada por U, corresponde à somatória de várias parcelas, tais como a energia cinética média das moléculas, a energia potencial de configuração (relacionada com forças intramoleculares conservativas), energias cinéticas de rotação das moléculas, dos movimentos das partículas elementares nos átomos, etc. A medição direta dessa energia não é realizada.

Durante os processos termodinâmicos, pode ocorrer variação da energia interna (ΔU) do gás. Verifica-se que só ocorre essa variação no caso de haver variação na temperatura do gás, valendo a denominada Lei de Joule dos gases perfeitos:

> A energia interna de determinada quantidade de gás ideal depende exclusivamente da temperatura.

Particularmente para os gases ideais monoatômicos, a variação da energia interna é determinada apenas pela variação da energia cinética total de suas moléculas. Assim, se tivermos n mols de moléculas de gás ideal monoatômico sofrendo a variação de temperatura ΔT, a variação da energia cinética total das moléculas valerá:

$$\Delta E_c = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

Como $\Delta U = \Delta E_c$, teremos $\quad \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$

Essa fórmula confirma a validade da Lei de Joule para os gases ideais monoatômicos:

$\Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$ (U aumenta)
$\Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$ (U diminui)
$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$ (U permanece constante)

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

12. Num frasco, há uma mistura dos gases hélio, cuja massa molar é 4 g/mol, e nitrogênio, cuja massa molar é 28 g/mol, considerados como gases ideais, à temperatura de 627°C. A constante universal dos gases perfeitos é 8,31 J/mol · K e o número de Avogadro é $6{,}023 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol. Determine:

a) a energia cinética média por molécula desses gases;
b) a velocidade média das moléculas desses gases.

Resolução:

a) A energia cinética média por molécula para os gases perfeitos só depende da temperatura, sendo independente da natureza do gás. Podemos escrever:

$$e_c = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$$

Sendo $R = 8{,}31$ J/mol · K, $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol e $T = 627 + 273$, $T = 900$ K, vem:

$$e_c = \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31}{6{,}023 \cdot 10^{23}} \cdot 900 \qquad e_c \cong 1{,}9 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

b) A velocidade média das moléculas dos gases perfeitos, além de depender da temperatura, depende também da natureza específica do gás, sendo expressa por:

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Para o hélio, $M_1 = 4$ g/mol $= 4 \cdot 10^{-3}$ kg/mol, teremos:

$$v_1 = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 900}{4 \cdot 10^{-3}}} \qquad v_1 \cong 2{,}4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Para o nitrogênio, $M_2 = 28$ g/mol $= 28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol, teremos:

$$v_2 = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 900}{28 \cdot 10^{-3}}} \qquad v_2 \cong 8{,}95 \cdot 10^2 \text{ m/s}$$

Observe que as moléculas de hélio têm velocidade média maior que as moléculas de nitrogênio, embora a energia cinética média por molécula seja a mesma, por estarem na mesma temperatura.

13. Tem-se dois frascos, um contendo hidrogênio, cuja massa molar é 2 g/mol, e outro contendo oxigênio, cuja massa molar é 32 g/mol, à mesma temperatura de 277°C. Considerando que esses gases se comportem como ideais, determine:

a) a energia cinética média por molécula desses gases;
b) a velocidade média das moléculas desses gases.

Dados: $R = 8{,}31$ J/mol · K; $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol.

14. Certa quantidade de gás ideal ocupa volume de 0,20 m^3 sob pressão de $2 \cdot 10^5$ N/m^2. Sendo a constante universal dos gases perfeitos $R = 8{,}31$ J/mol · K, determine:

a) a energia cinética total de suas moléculas;
b) a variação da energia cinética total das moléculas contidas em 3 mols de moléculas do referido gás ao sofrer uma variação de temperatura igual a 200°C.

Resolução:

a) Sendo o volume ocupado pelo gás $V = 0{,}20$ m^3 e a pressão $p = 2 \cdot 10^5$ N/m^2, a energia cinética total das moléculas é dada por:

$$E_c = \frac{3}{2} pV \qquad E_c = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}20 \qquad E_c = 0{,}60 \cdot 10^5$$

$$E_c = 6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) A variação de temperatura é $\Delta T = 200°C = 200$ K e o número de mols é $n = 3$. Sendo a constante universal dos gases perfeitos $R = 8{,}31$ J/mol · K, a variação de energia cinética é dada por:

$$\Delta E_c = \frac{3}{2} nR\Delta T \qquad \Delta E_c = \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot 8{,}31 \cdot 200 \qquad \Delta E_c \cong 7{,}5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

15. Sob pressão de $1 \cdot 10^5$ N/m^2, 8 mols de moléculas de um gás ideal ocupam volume de 0,050 m^3. Sendo $R = 8{,}31$ J/mol · K, determine:

a) a temperatura em que se encontra o gás;
b) a energia cinética total de suas moléculas;
c) a variação sofrida por essa energia cinética quando a temperatura se eleva 150°C.

16. Uma quantidade de 5 mols de moléculas de um gás perfeito monoatômico sofre uma elevação de 500°C em sua temperatura. Sendo a constante universal dos gases perfeitos $R = 8{,}31$ J/mol · K, determine a variação de energia interna sofrida pelo gás.

Resolução:

Como o gás é monoatômico, a variação da energia interna é igual à variação da energia cinética total das moléculas, que é dada por:

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

Sendo $n = 5$, $R = 8{,}31$ J/mol · K e $\Delta T = 500°C = 500$ K, vem:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot 500 \qquad \Delta U \cong 3{,}1 \cdot 10^4 \text{ J}$$

17. Têm-se 3,0 mols de moléculas de um gás monoatômico ideal inicialmente a −60°C. Sua temperatura, num dado processo termodinâmico, se eleva para 160°C. Sendo $R = 8{,}31$ J/mol · K, determine a variação sofrida pela energia interna do gás nessa transformação.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

18. (FCMSC-SP) A teoria cinética dos gases propõe um modelo para os gases, no qual:

a) a pressão do gás não depende da velocidade das moléculas.
b) as moléculas são consideradas como partículas que podem colidir inelasticamente entre si.
c) a temperatura do gás está diretamente relacionada com a energia cinética das moléculas.
d) a pressão do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume.
e) a temperatura do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume.

19. (ACAFE-SC) Complete o enunciado que segue, com a alternativa *verdadeira*, dentre as relacionadas abaixo:

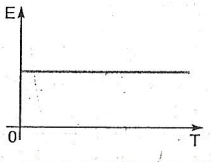
Afirma-se que moléculas de diferentes gases perfeitos, a mesma temperatura, têm em média:

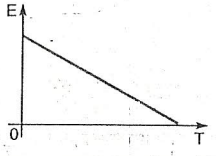
a) mesma velocidade.
b) mesma aceleração.
c) mesma energia cinética.
d) mesma quantidade de movimento.
e) mesmo impulso.

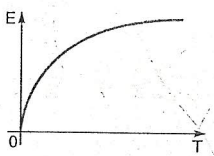
20. (UNAMA-AM) A respeito da energia cinética média por molécula de um gás perfeito, podemos afirmar que:

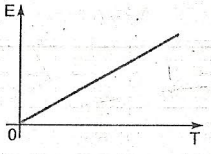
a) depende exclusivamente da temperatura e da natureza do gás.
b) depende exclusivamente da temperatura e da pressão do gás.
c) não depende da natureza do gás, mas exclusivamente da pressão.
d) depende exclusivamente da temperatura, não dependendo da natureza do gás.
e) depende exclusivamente do volume do gás qualquer que seja sua natureza.

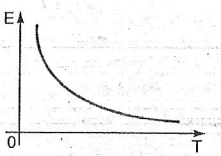
21. (Fund. Carlos Chagas-SP) Uma amostra de gás está contida em um recipiente rígido e fechado. Variando-se a temperatura do gás, qual dos seguintes gráficos melhor representa a relação entre a energia cinética média (E) de suas moléculas e sua temperatura (T) medida em kelvins?

a)


c)


e)


b)


d)


22. (FCMSC-SP) Aquece-se uma certa massa de gás ideal a volume constante, desde 27°C até 127°C. A razão entre a energia cinética média das moléculas a 27°C e a energia cinética média das moléculas a 127°C é melhor expressa por:

a) $\frac{27}{127}$ b) $\frac{3}{4}$ c) 1 d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

23. (UF-CE) Em um gás ideal e monoatômico, a velocidade média das moléculas é v_1, quando a temperatura do gás é T_1. Aumentando-se a temperatura para T_2, a velocidade média das moléculas triplica. Determine $\frac{T_2}{T_1}$.

Enunciado para as questões 24 e 25:

Um recipiente fechado contém o gás monoatômico hélio à temperatura de 300 K. É então aquecido a volume constante e a temperatura final passa a 600 K.

24. (F. M. ABC-SP) Como resultado do acréscimo de temperatura, a energia cinética média das moléculas do gás fica com valor:

a) reduzido à metade.
b) multiplicado por 2.
c) multiplicado por $\sqrt{2}$.
d) quadruplicado.
e) inalterado.

25. (F. M. ABC-SP) Mantendo-se a temperatura constante (600 K), abre-se uma torneira, de modo que a pressão do gás assuma novamente o valor que tinha inicialmente (a 300 K). Para que isto ocorra, é preciso que:

a) $\frac{3}{4}$ das moléculas escapem.
b) $\frac{1}{4}$ das moléculas escape.
c) $\sqrt{2}$ das moléculas escape.
d) $\frac{1}{2}$ das moléculas escape.
e) $\frac{2}{3}$ das moléculas escapem.

26. (UNISA-SP) Sendo p a pressão de um gás perfeito e V seu volume, a energia cinética desse gás é dada por:

a) pV b) pV^2 c) 3pV d) $\frac{3}{2}$ pV e) $\frac{2}{3}$ pV

27. (ITA-SP) Dois recipientes contêm massas diferentes de um mesmo gás ideal, à mesma temperatura inicial. Fornecendo-se a cada um dos vasos quantidades iguais de calor, constata-se que suas temperaturas passam a ser T_1 e T_2, diferentes entre si. Nessas circunstâncias, pode-se dizer que:

a) as energias internas dos dois gases, que eram inicialmente iguais, após o fornecimento de calor continuam iguais.
b) as energias internas, que eram inicialmente diferentes, ficam iguais.
c) as energias internas que eram iguais, agora são diferentes.
d) as energias internas variam.
e) faltam dados para responder algo a respeito da variação da energia interna.

4. TRABALHO NAS TRANSFORMAÇÕES GASOSAS

Quando ocorre variação de volume numa transformação gasosa, há realização de trabalho e, evidentemente, troca de energia mecânica do gás com o meio exterior. Então, o trabalho realizado numa transformação gasosa pode ser entendido como a medida da energia trocada pelo sistema com o ambiente, sem influência de diferenças de temperatura.

Considere certa massa de um gás perfeito no interior de um cilindro provido de um êmbolo que pode se movimentar ao longo dele sem atrito (Fig. 2). Se o gás sofre uma *expansão* (Fig. 2a), o êmbolo se desloca na mesma direção e no mesmo sentido da força média $\vec{F}_m$ que as moléculas do gás exercem sobre o êmbolo no intervalo de tempo durante o qual ocorre o processo: o trabalho então é *positivo*. Nesse caso, dizemos que *o gás realizou trabalho sobre o ambiente*, significando isto que o gás perdeu energia mecânica para o ambiente.

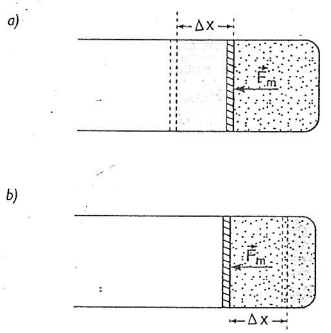


Fig. 2 Expansão (a) e contração (b) de certa massa de gás perfeito.

Expansão: $\Delta V > 0 \Rightarrow \mathcal{T} > 0$

Se o gás sofre uma *contração* (Fig. 2b), o deslocamento do êmbolo se dá na mesma direção da força média $\vec{F}_m$ com que as moléculas do gás agem no êmbolo, mas em sentido contrário: o trabalho portanto é *negativo*. Dizemos então que o ambiente realizou trabalho sobre o gás, o que significa ter o gás recebido energia mecânica do ambiente.

Contração: $\Delta V < 0 \Rightarrow \mathcal{T} < 0$

O trabalho realizado $\mathcal{T}$ pode ser expresso pelo produto da intensidade da força média atuante $\vec{F}_m$ pelo deslocamento Δx do êmbolo:

$$\mathcal{T} = F_m \cdot \Delta x$$

Chamando de A a área do êmbolo sobre a qual agem as moléculas, a força média tem intensidade que pode ser expressa em função da pressão média exercida pelo gás:

$$p_m = \frac{F_m}{A} \Rightarrow F_m = p_m \cdot A$$

Por outro lado, o deslocamento Δx do êmbolo pode ser dado em função da variação de volume ΔV sofrida pelo gás:

$$\Delta V = \Delta x \cdot A \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta V}{A}$$

Substituindo na fórmula do trabalho realizado, temos:

$$\mathcal{T} = p_m \cdot A \cdot \frac{\Delta V}{A} \qquad \mathcal{T} = p_m \cdot \Delta V$$

Como a pressão média p_m é sempre positiva, o sinal do trabalho é definido pelo sinal da variação do volume. Chamando de V_1 o volume inicial e de V_2 o volume final e como $\Delta V = V_2 - V_1$, temos:

Expansão	$V_2 > V_1 \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow \tau > 0$
Contração	$V_2 < V_1 \Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow \tau < 0$

No caso da transformação isobárica, a pressão permanece constante, isto é, a pressão média p_m coincide com a pressão p em qualquer instante ($p_m = p$). Nesse caso, a fórmula do trabalho se torna:

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

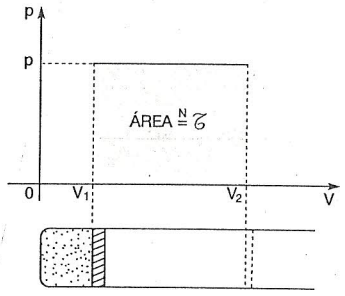


Fig. 3 Determinação gráfica do trabalho (p constante).

Se representarmos a pressão no eixo das ordenadas e o volume no eixo das abscissas, no denominado diagrama de Clapeyron ou diagrama de trabalho, obteremos para a transformação isobárica uma reta paralela ao eixo das abscissas (Fig. 3). Nesse gráfico, a área do retângulo compreendido entre a reta representativa da transformação e o eixo das abscissas, sombreado na figura 3, mede numericamente o módulo do trabalho realizado no processo.

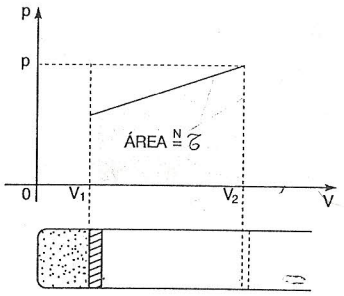


Fig. 4 Determinação gráfica do trabalho (p variável).

No caso de a pressão ser variável, em algumas situações a pressão média pode ser calculada de modo simples em função dos valores inicial e final. Por exemplo, se a pressão variar no processo como indica a figura 4, a pressão média será dada pela média aritmética das pressões inicial e final: $p_m = \frac{p_1 + p_2}{2}$. Na fórmula do trabalho realizado:

$$\tau = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot \Delta V$$

Observe que, numericamente, esse trabalho tem seu módulo dado pela área do trapézio sombreado na figura 4.

A propriedade gráfica para o cálculo do trabalho realizado na transformação é válida independentemente do modo segundo o qual varia a pressão (Fig. 5).

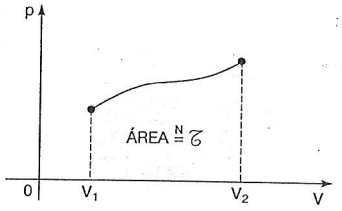


Fig. 5 Determinação gráfica do trabalho (p variável).

5. PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

A energia interna de um sistema varia em vista das trocas energéticas entre ele e o meio ambiente. Como o sistema troca energia com o exterior na forma de calor (Q) e de trabalho (τ), a variação da energia interna (ΔU) é o resultado do balanço energético entre essas duas quantidades de energia. Então, podemos afirmar que a variação da energia interna do sistema é dada pela diferença entre a quantidade de calor trocada e o trabalho realizado no processo termodinâmico:

$$\Delta U = Q - \tau$$

Essa fórmula traduz analiticamente a Primeira Lei da Termodinâmica, ou Princípio da Conservação da Energia nas transformações termodinâmicas.

Na utilização da fórmula da primeira lei é importante recordar a convenção de sinais para a quantidade de calor trocada e para o trabalho realizado:

Calor trocado

$Q > 0$ quantidade de calor recebida pelo sistema.
$Q < 0$ quantidade de calor cedida pelo sistema.

Trabalho realizado

$\tau > 0$ trabalho realizado *pelo sistema* sobre o ambiente (expansão).
$\tau < 0$ trabalho realizado *sobre o sistema* pelo ambiente (contração).

Recordemos, nessa altura, que, para a variação de energia interna ΔU, temos:

$\Delta U > 0$ energia interna U aumenta, T aumenta;
$\Delta U < 0$ energia interna U diminui, T diminui;
$\Delta U = 0$ energia interna U não varia, T não varia (ou o valor final de U e T é igual ao valor inicial).

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

28 Sob pressão constante de $3 \cdot 10^5$ N/m², o volume de um gás ideal varia de 0,50 m³ para 0,20 m³. Determine o trabalho no processo.

Resolução:

O gás está sofrendo uma contração, pois o volume está sendo reduzido do valor inicial $V_1 = 0{,}50$ m³ para o valor final $V_2 = 0{,}20$ m³. A variação de volume ocorrida é:

$\Delta V = V_2 - V_1 \qquad \Delta V = 0{,}20 - 0{,}50 \qquad \Delta V = -0{,}30$ m³

Como a pressão se mantém constante em $p = 3 \cdot 10^5$ N/m², o trabalho realizado é dado por:

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

Então:

$\tau = 3 \cdot 10^5 \ (-0{,}30) \qquad \tau = -9 \cdot 10^4$ J

O trabalho é realizado *sobre* o gás pelo ambiente e, por isso, é negativo.

29. O volume de um gás varia de 2 litros para 6 litros sob pressão de 2 atmosferas. Dado que $1\ \ell = 10^{-3}$ m³ e 1 atm $= 10^5$ N/m², determine o trabalho realizado pelo gás, expresso em joules.

30 A temperatura de 5 mols de moléculas de um gás perfeito varia de 5°C para 100°C sob pressão constante. Sendo a constante universal dos gases perfeitos R = 8,31 J/mol · K, determine o trabalho no processo e caracterize se ele é realizado pelo gás ou sobre o gás.

Resolução:

São dados o número de mols n = 5 mols e as temperaturas que permitem calcular a variação de temperatura ΔT:

$$\Delta T = 100 - 5, \ \Delta T = 95°C = 95 \text{ K}.$$

O trabalho realizado na transformação é dado por: $\tau = p\Delta V$.
Mas, segundo a equação de Clapeyron, $pV = nRT$ ou $p\Delta V = nR\Delta T$, donde a fórmula anterior se torna:

$$\tau = nR\Delta T$$

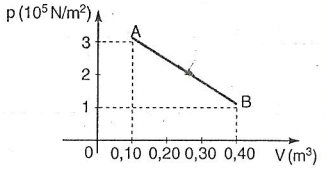
Como R = 8,31 J/mol · K, vem:

$\tau = 5 \cdot 8{,}31 \cdot 95 \qquad \tau \cong 3{,}9 \cdot 10^3$ J

Como o trabalho é positivo, concluímos que é realizado *pelo* gás, que está sofrendo uma expansão.

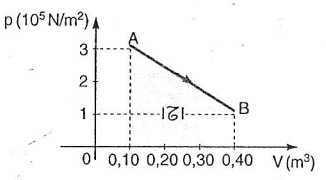
31. Sob pressão constante, um gás ideal se expande e sua temperatura eleva-se de 16°C para 126°C. Se a quantidade de moléculas do gás que sofre o processo é 8 mols, determine o trabalho realizado. A constante universal dos gases perfeitos é R = 8,31 J/mol · K.

32 A pressão e o volume de um gás ideal variam numa transformação termodinâmica AB, como indica o gráfico da figura. Determine o trabalho no processo, indicando se ele é realizado pelo gás ou sobre o gás, justificando a resposta.



Resolução:

No diagrama de trabalho (pressão × volume), a área compreendida entre a reta representativa da transformação e o eixo dos volumes mede numericamente o módulo do trabalho realizado:



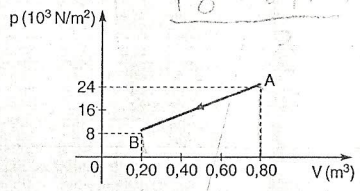
$$|\tau| = \frac{3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^5}{2} \cdot (0{,}40 - 0{,}10)$$

$|\tau| = 0{,}60 \cdot 10^5$ J $\qquad |\tau| = 6 \cdot 10^4$ J

O trabalho é realizado *pelo* gás, pois está ocorrendo uma *expansão*. Então, o trabalho é *positivo*:

$$\tau = +6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

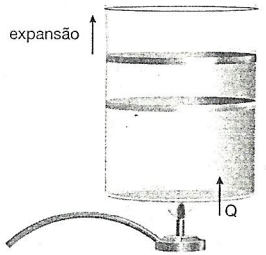
33 O gráfico da figura ao lado indica como variam a pressão e o volume de um gás ideal num processo termodinâmico AB. Determine o trabalho nessa transformação, indicando se é realizado pelo gás ou sobre o gás. Justifique a resposta.



34 Num processo termodinâmico, certa quantidade de gás perfeito se expande realizando um trabalho de 80 J, ao receber 200 J de calor de uma fonte. Determine a variação de energia interna sofrida pelo gás.

Resolução:

O gás recebe uma quantidade de calor Q = 200 J e realiza um trabalho $\tau = 80$ J ao se expandir, o que representa uma perda de 80 J na forma de energia mecânica. A variação de energia interna do gás vale:



$\Delta U = Q - \tau$

$\Delta U = 200 - 80$

$\Delta U = 120$ J

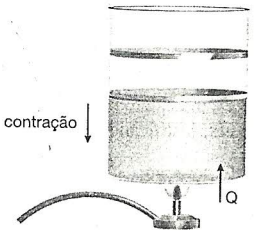
Portanto, a energia interna do gás no processo se eleva de 120 joules.

35 Realiza-se sobre certa porção de gás ideal um trabalho de 350 J. Nesse mesmo processo, o gás recebe 200 J de calor de uma fonte. Determine a variação da energia interna sofrida pelo gás.

Resolução:

Como o trabalho é realizado *sobre* o gás, seu sinal é negativo e representa um ganho de energia mecânica pelo gás:

$$\mathcal{T} = -350 \text{ J}$$



Ao mesmo tempo, o gás também recebe energia na forma de calor:

$$Q = 200 \text{ J}$$

Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica, calculamos a variação da energia interna do gás no processo:

$$\Delta U = Q - \mathcal{T}$$

$$\Delta U = 200 - (-350)$$

$$\Delta U = 550 \text{ J}$$

A energia interna do gás aumenta 550 joules.

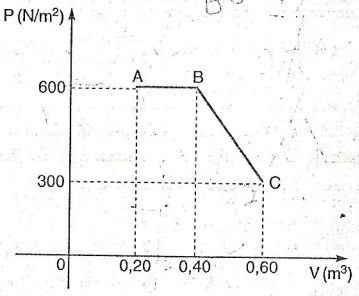
36. Um gás ideal é aquecido durante 1 hora por uma fonte de potência 5 watts. Durante esse intervalo de tempo, o gás sofre expansão, realizando um trabalho de $5 \cdot 10^3$ J. Determine a variação da energia interna sofrida pelo gás.

37. Num processo de contração, certa porção de gás ideal perde 550 J na forma de calor, ao mesmo tempo em que é realizado um trabalho de 400 J. Determine a variação da energia interna sofrida pelo gás.

38. Certa quantidade de gás ideal sofre a transformação ABC indicada no gráfico. Durante o processo, o gás recebe 500 J de calor de uma fonte térmica. Determine:

a) o trabalho na transformação;

b) a variação da energia interna do gás.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

39. (FCMSC-SP) Um cilindro, munido de um pistão, encerra um gás ideal a temperatura inicial de 273 K, pressão de $1{,}02 \times 10^5$ N · m^{-2} e volume de $2{,}24 \times 10^{-2}$ m^3. Uma força externa atua sobre o pistão reduzindo o volume do gás para $2{,}22 \times 10^{-2}$ m^3. A pressão se mantém constante no processo. O módulo do trabalho mecânico executado pela força externa para provocar essa redução de volume é, em joules, expresso por um valor mais próximo de:

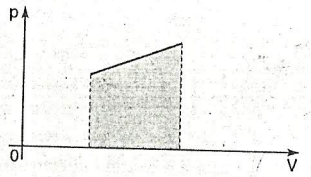
a) 0,020 b) 0,20 c) 2,0 d) 20 e) 200

40. (UF-PR) Um mol de moléculas de um gás ideal contido num cilindro com pistão móvel é submetido a uma expansão isobárica de um estado de equilíbrio para o outro. Sendo ΔV e ΔT, respectivamente, as variações de volume e de temperatura, o trabalho $\mathcal{T}$, realizado neste processo, pode ser expresso como:

a) $p\Delta T$ b) $\frac{p}{\Delta V}$ c) $p\frac{\Delta V}{\Delta T}$ d) $R\Delta T$ e) $\mathcal{T} = 0$

41. (UC-MG) No diagrama pressão × volume de um gás, a área sombreada representa:

a) a energia interna final.
b) a energia interna inicial.
c) o calor absorvido.
d) o calor cedido.
e) o trabalho realizado.

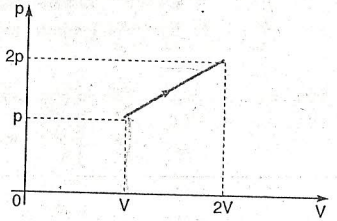


42. (Mackenzie-SP) O gráfico mostra como a pressão p varia com o volume V quando a temperatura de uma dada massa de gás perfeito é alterada. Se a temperatura absoluta inicial é T, então a temperatura absoluta final e o trabalho realizado pelo gás durante o processo valem, respectivamente:

a) $\frac{T}{2}$ e $\frac{pV}{2}$ d) 2T e 3pV

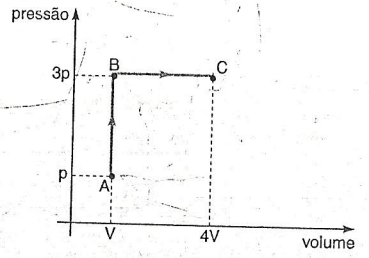
b) T e 2pV e) 4T e 4pV

c) 4T e $\frac{3pV}{2}$



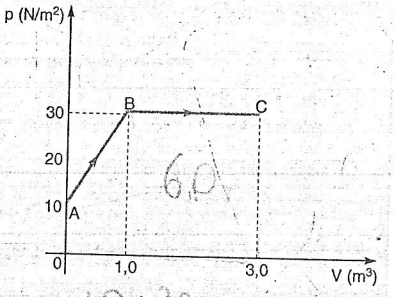
43. (UNEB-BA) Uma dada massa de gás ideal sofreu a transformação A–B–C indicada no diagrama pressão × volume da figura.
O trabalho das forças de pressão na citada transformação vale:

a) 12 pV c) 3 pV e) 16 pV
b) 4 pV d) 9 pV



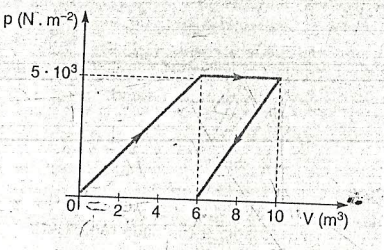
44. (PUC-RS) O gráfico p × V representa as transformações experimentadas por um gás ideal.
O trabalho mecânico realizado pelo gás durante a expansão de A até C é, em joules:

a) 10 d) 50
b) 20 e) 80
c) 30



45. (UC-MG) Baseando-se na transformação mostrada no gráfico, afirma-se que:

a) a vizinhança não realiza trabalho.
b) a vizinhança realiza um trabalho de $2{,}5 \cdot 10^4$ J.
c) o sistema não realiza trabalho.
d) o sistema realiza um trabalho de $2{,}5 \cdot 10^4$ J.



46. (UNAMA-AM) Todas as afirmativas sobre Energia Interna, Calor ou Temperatura contidas nas alternativas abaixo são corretas, *exceto*:

a) Há duas maneiras pelas quais a energia interna de um corpo pode ser alterada: pela realização de trabalho ou por transferência de calor.
b) Calor é a energia transmitida unicamente por meio de diferença de temperatura.
c) Calor e trabalho são modos de transferência de energia e, quando todo o fluxo termina, as palavras calor e trabalho não têm mais significado útil.
d) A temperatura representa a quantidade de calor que um corpo possui.
e) Pode-se considerar que temperatura é a condição que permite prever o sentido do trânsito do calor.

47. (F. M. Taubaté-SP) Um sistema termodinâmico recebe 100 cal e, em conseqüência, se expande, realizando trabalho de 200 J. Sendo 1 cal = 4,18 J, a energia interna do sistema irá:

a) diminuir em 418 J.
b) diminuir em 218 J.
c) aumentar em 418 J.
d) aumentar em 218 J.
e) permanecer constante.

48. (Mackenzie-SP) Sobre um sistema realiza-se um trabalho de 3 000 J e, em conseqüência, ele fornece 500 calorias de calor, durante o mesmo intervalo de tempo. A variação da energia interna do sistema, durante o processo ocorrido, é aproximadamente igual a:

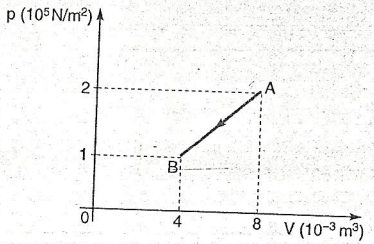
a) +905 J
b) −905 J
c) +2 500 J
d) −216 J
e) zero

49. (FAAP-SP) Um sistema recebe 400 cal de uma fonte térmica, enquanto ao mesmo tempo é realizado sobre o sistema um trabalho equivalente a 328 J. Qual o aumento da energia interna do sistema em joules? Adote 1 cal = 4,18 J.

50. (IME) Um corpo recebe 40 joules de calor de um outro corpo e rejeita 10 joules para o ambiente. Simultaneamente, o corpo realiza um trabalho de 200 joules. Baseado na Primeira Lei da Termodinâmica, estabeleça o que acontece com a temperatura do corpo em estudo.

51. (UNEB-BA) Um gás sofre uma transformação, passando do estado *A*, onde a energia interna é $U_A = 900$ J, ao estado *B*, onde a energia interna é $U_B = 800$ J. Nessa transformação, o trabalho e o calor, respectivamente, têm módulos:

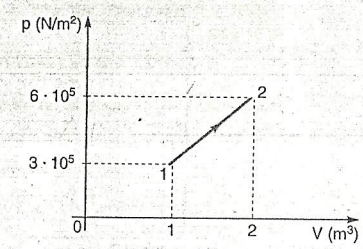
a) 600 J e 500 J
b) 600 J e 700 J
c) 700 J e 600 J
d) 1 200 J e 1 100 J
e) 1 200 J e 1 300 J



52. (U. F. Ouro Preto-MG) O diagrama ao lado mostra uma transformação na qual 100 mols de moléculas de gás ideal monoatômico recebem do meio exterior uma quantidade de calor igual a 18×10^5 J.

Determine:
a) o trabalho realizado pelo gás;
b) a variação de energia interna do gás;
c) a temperatura do gás no estado 1.

Dado: constante dos gases ideais: R = 8,31 J/mol · K.



6. A PRIMEIRA LEI APLICADA ÀS TRANSFORMAÇÕES ISOBÁRICA E ISOCÓRICA DE UM GÁS IDEAL

Vamos aplicar a Primeira Lei da Termodinâmica às transformações de estado que um gás pode sofrer.

Transformação isobárica

Consideremos que certa quantidade de gás perfeito de massa *m* e número de mols *n* seja aquecida sob pressão constante *p* (Fig. 6). Como já foi visto, o trabalho realizado pelo gás, medido numericamente pela área sombreada no gráfico, é dado por:

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

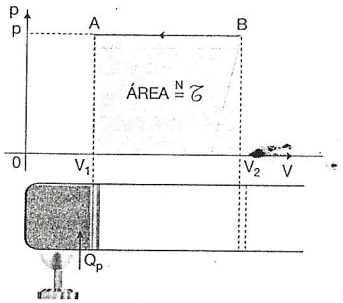


Fig. 6 Expansão isobárica.

A quantidade de calor recebida pode ser expressa, em função do calor específico c_p ou do calor molar C_p, sob pressão constante, pelas fórmulas:

$$Q_p = m \cdot c_p \cdot \Delta T \qquad Q_p = n \cdot C_p \cdot \Delta T$$

A variação da energia interna, no caso da expansão, é necessariamente positiva ($\Delta U > 0$), pois há aumento de temperatura ($\Delta T > 0$), já que o volume aumenta e temperatura absoluta e volume são diretamente proporcionais. Em vista da Primeira Lei da Termodinâmica ($\Delta U = Q_p - \tau$), concluímos que a quantidade de calor recebida é maior que o trabalho realizado pelo gás:

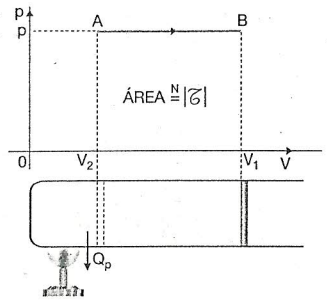


Fig. 7 Contração isobárica.

$Q_p > \tau$ (expansão isobárica)

Se a massa m de gás perfeito (n mols) sofrer a contração isobárica indicada na figura 7, o ambiente realizará sobre o gás o trabalho τ, cujo módulo é dado pela área sombreada no gráfico, e o gás perde a quantidade de calor Q_p. Nesse caso, a variação da energia interna é negativa ($\Delta U < 0$), pois, sendo volume e temperatura absoluta diretamente proporcionais, a temperatura diminui ($\Delta T < 0$) em vista da diminuição do volume. Então, em vista da Primeira Lei da Termodinâmica ($\Delta U = Q_p - \tau$), concluímos:

$Q_p < \tau$ (contração isobárica)

No entanto, como as duas quantidades são negativas (calor perdido e trabalho realizado sobre o gás), em módulo teremos:

$$|Q_p| > |\tau|$$

De modo geral, podemos estabelecer como conclusão:

> Na transformação isobárica (expansão ou contração) de uma dada massa de gás perfeito, o módulo da quantidade de calor trocada é sempre maior que o módulo do trabalho realizado no processo.

Transformação isocórica

Se tivermos a massa m (n mols) de um gás perfeito sendo aquecida a volume constante (Fig. 8), a pressão variará de p_1 para p_2 e a temperatura aumentará proporcionalmente de T_1 para T_2. Como não há variação de volume no processo, nem o gás realiza trabalho sobre o ambiente, nem o ambiente realiza trabalho sobre o gás, isto é:

$\tau = 0$

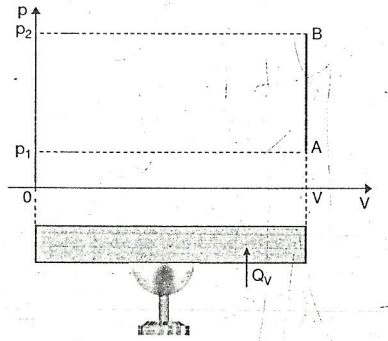


Fig. 8 Aquecimento isocórico.

Sendo c_v o calor específico e C_v o calor molar a volume constante, a quantidade de calor Q_v, que o gás recebe na transformação isobárica referida para sofrer a variação de temperatura ΔT, será dada por uma das seguintes fórmulas:

$Q_V = m \cdot c_V \cdot \Delta T$ ou $Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T$

Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica à transformação isocórica sofrida pelo gás, teremos:

$\Delta U = Q_V - \tau$ $\quad \Delta U = Q_V$

Como na figura 8 consideramos o *aquecimento isocórico* da massa gasosa, a quantidade de calor trocada é positiva ($Q_V > 0$) e, portanto, a variação da energia interna é positiva ($\Delta U > 0$), isto é, ocorre um aumento da energia interna do gás e, conseqüentemente, um aumento da temperatura ($\Delta T > 0 \Rightarrow T_2 > T_1$).

Se em vez de aquecimento tivéssemos um *resfriamento isocórico* da massa gasosa, a quantidade de calor trocada seria negativa ($Q_V < 0$), isto é, ocorreria uma perda de calor por parte do gás, acarretando uma diminuição da energia interna, sendo negativa sua variação ($\Delta U < 0$). Evidentemente, a temperatura diminuiria ($\Delta T < 0 \Rightarrow T_2 < T_1$).

Em conclusão, podemos afirmar:

> Na transformação isocórica (aquecimento ou resfriamento) de uma dada massa de gás perfeito, a variação da energia interna sofrida pelo gás é sempre igual à quantidade de calor trocada.

Observação

Demonstração da relação de Mayer

A essa altura de nosso curso, temos condições de demonstrar a relação de Mayer, apresentada no capítulo anterior.

Consideremos que certa quantidade (n mols de moléculas) de um gás ideal sofra um aquecimento isobárico no qual ocorra a variação de temperatura ΔT (Fig. 9a). Sendo C_p o calor molar a pressão constante do gás, a quantidade de calor trocada será dada por:

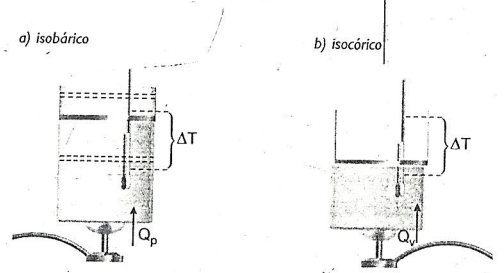


Fig. 9 Aquecimento de n mols de um gás ideal.

$$Q_p = n \cdot C_p \cdot \Delta T$$

Se outra quantidade igual (n mols de moléculas) de um gás ideal sofrer um aquecimento isocórico, no qual ocorra a mesma variação de temperatura ΔT (Fig. 9b), sendo C_V o calor molar a volume constante do gás, a quantidade de calor trocada será dada por:

$$Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

O trabalho realizado é nulo na transformação isocórica e na transformação isobárica e vale:

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

Em vista da equação de Clapeyron ($p\Delta V = nR\Delta T$), podemos escrever também, para esse trabalho:

$$\tau = nR\Delta T$$

Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica às duas situações, nas quais ocorre a mesma variação da energia interna ΔU, pois a variação de temperatura ΔT é a mesma, teremos:

$\Delta U = Q_p - \tau$ $\quad$ $\Delta U = Q_V$

Igualando: $Q_p - \tau = Q_V$

Daí: $Q_p - Q_V = \tau$

Substituindo nessa igualdade Q_p, Q_V e τ, obtemos:

$nC_p\Delta T - nC_V\Delta T = nR\Delta T$

$n\Delta T(C_p - C_V) = nR\Delta T$

Portanto:

$$C_p - C_V = R$$

que constitui a relação de Mayer.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

53. Tem-se 8 mols de moléculas de um gás ideal cujo calor molar sob pressão constante é 20,78 J/mol K. Aquece-se esse gás sob pressão constante de $1,9 \cdot 10^5$ N/m², elevando-se sua temperatura de 50°C para 250°C e seu volume de 0,11 m³ para 0,18 m³. Determine:

a) a quantidade de calor recebida pelo gás;
b) o trabalho realizado pelo gás na expansão;
c) a variação da energia interna sofrida pelo gás no processo.

Resolução:

a) O número de mols é n = 8, o calor molar sob pressão constante é $C_p = 20,78$ J/mol K e a variação de temperatura $\Delta T = 250°C - 50°C = 200°C = 200K$. Então, a quantidade de calor recebida pelo gás nessa transformação isobárica vale:

$Q_p = nC_p\Delta T$ $\quad$ $Q_p = 8 \cdot 20,78 \cdot 200$ $\quad$ $Q_p = 33\,250$ J

b) O gás se expande isobaricamente sob pressão $p = 1,9 \cdot 10^5$ N/m², sofrendo a variação volumétrica $\Delta V = 0,18 - 0,11$, $\Delta V = 0,070$ m³. O trabalho realizado pelo gás vale, portanto:

$\tau = p \cdot \Delta V$ $\quad$ $\tau = 1,9 \cdot 10^5 \cdot 0,070$ $\quad$ $\tau = 13\,300$ J

c) A variação de energia interna ocorrida pode ser calculada pela aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica: $\Delta U = Q - \tau$.

$\Delta U = 33\,250 - 13\,300$ $\quad$ $\Delta U = 19\,950$ J

54. Sob pressão constante de $4,5 \cdot 10^4$ N/m², 5,0 mols de moléculas de um gás ideal sofrem contração de 0,020 m³, durante a qual ocorre uma queda de temperatura de 21,7°C. O calor molar sob pressão constante desse gás é 21 J/mol K. Determine:

a) a quantidade de calor trocada pelo gás;
b) o trabalho realizado sobre o gás na contração;
c) a variação de energia interna sofrida pelo gás no processo.

55. No interior de um recipiente indeformável e indilatável, 7 mols de moléculas de um gás ideal são aquecidos de 20°C até 280°C. O calor molar a volume constante desse gás é 12,46 J/mol K. Determine:

a) a quantidade de calor que o gás recebe nesse aquecimento;
b) o trabalho realizado no processo;
c) a variação de energia interna do gás na transformação.

Resolução:

a) A quantidade de calor trocada pelo gás numa transformação isocórica pode ser calculada pela fórmula: $Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T$. Assim, sendo n = 7 mols, $C_V = 12,46$ J/mol K e $\Delta T = 280°C - 20°C = 260°C = 260$ K, teremos:

$Q_V = 7 \cdot 12,46 \cdot 260$ $\quad$ $Q_V = 2,27 \cdot 10^4$ J

b) Não havendo variação de volume, é nulo o trabalho realizado no processo:

$\tau = 0$

c) Tendo em vista a Primeira Lei da Termodinâmica:

$\Delta U = Q - \tau$ $\quad$ $\Delta U = Q_V$ $\quad$ $\Delta U = 2,27 \cdot 10^4$ J

56. Resfriam-se 4,0 mols de moléculas de um gás perfeito desde a temperatura de 22°C até a de −80°C, mantendo-se constante seu volume. Sendo o calor molar a volume constante desse gás igual a 12,7 J/mol K, determine:

a) a quantidade de calor que o gás perde nesse resfriamento;
b) o trabalho realizado na transformação;
c) a variação de energia interna que o gás sofre nesse processo.

57. O calor molar sob pressão constante de um gás ideal é 28,4 J/mol · K. A temperatura de 6 mols de moléculas desse gás sofre um aumento de 200°C quando é feito um aquecimento isobárico. Sendo a constante universal dos gases perfeitos R = 8,3 J/mol · K, determine:

a) a quantidade de calor recebida pelo gás nesse aquecimento isobárico;
b) a quantidade de calor que o gás teria recebido se sofresse o mesmo aquecimento a volume constante;
c) o trabalho realizado pelo gás no aquecimento isobárico.

Resolução:

a) A quantidade de calor recebida pelo gás sob pressão constante pode ser determinada através da fórmula:

$$Q_p = n \cdot C_p \cdot \Delta T$$

Como o número de mols é $n = 6$, o calor molar sob pressão constante é $C_p = 28{,}4$ J/mol · K e a variação de temperatura é $\Delta T = 200°C = 200$ K, temos:

$Q_p = 6 \cdot 28{,}4 \cdot 200$ $\quad Q_p = 34\,080$ J

b) Para calcular a quantidade de calor que seria recebida se o aquecimento fosse isocórico, devemos usar a fórmula:

$$Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

O calor molar a volume constante é calculado através da relação de Mayer:

$$C_p - C_V = R$$

Como $R = 8{,}3$ J/mol · K, vem:

$C_V = C_p - R$ $\quad C_V = 28{,}4 - 8{,}3$ $\quad C_V = 20{,}1$ J/mol · K

Substituindo os valores na fórmula:

$Q_V = 6 \cdot 20{,}1 \cdot 200$ $\quad Q_V = 24\,120$ J

c) A diferença entre as duas quantidades de calor trocadas no processo isobárico e no processo isocórico corresponde exatamente ao trabalho que o gás realiza no aquecimento sob pressão constante. Então:

$\tau = Q_p - Q_V$ $\quad \tau = 34\,080 - 24\,120$ $\quad \tau = 9\,960$ J

Esse trabalho poderia ser calculado de outro modo:

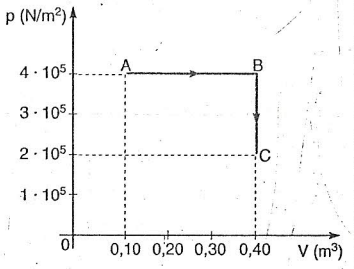
$\tau = p \cdot \Delta V$ $\quad \tau = nR\Delta T$ $\quad \tau = 6 \cdot 8{,}3 \cdot 200$ $\quad \tau = 9\,960$ J

58. O resfriamento de 5,0 mols de moléculas de um gás ideal, sob pressão constante, acarreta uma queda de temperatura de 50°C. O calor molar sob pressão constante desse gás é 21 J/mol · K e a constante universal dos gases perfeitos é $R = 8{,}3$ J/mol · K. Determine:

a) a quantidade de calor que o gás perde nesse resfriamento isobárico;
b) a quantidade de calor que o gás deveria perder se esse mesmo resfriamento fosse isocórico;
c) o trabalho realizado sobre o gás no resfriamento isobárico.

59. Certa quantidade de gás ideal sofre a seqüência de transformações assinalada no gráfico. Durante esse processo termodinâmico, o gás recebe $2{,}5 \cdot 10^5$ J na forma de calor, tendo partido da temperatura de 127°C. Determine:

a) a temperatura final do gás;
b) o trabalho realizado no processo;
c) a variação de energia interna sofrida pelo gás.



BIBLIOTECA PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

Resolução:

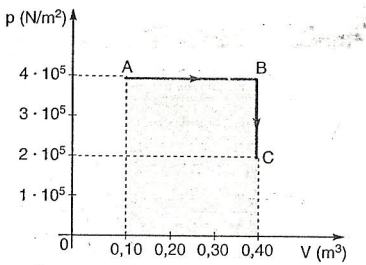
a) As variáveis de estado, para o estado inicial, têm os valores: $p_A = 4 \cdot 10^5$ N/m², $V_A = 0{,}10$ m³ e $T_A = 127 + 273$, $T_A = 400$ K. Para o estado final, temos: $p_C = 2 \cdot 10^5$ N/m² e $V_C = 0{,}40$ m³. Aplicando a lei geral dos gases perfeitos:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_C V_C}{T_C} \qquad \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0{,}10}{400} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}40}{T_C} \qquad T_C = 800 \text{ K}$$

Em graus Celsius, teremos: $\theta_C = T_C - 273$ $\quad \theta_C = 800 - 273$ $\quad \theta_C = 527°C$

b) Como na transformação isocórica BC não há realização de trabalho ($\tau_{BC} = 0$), o trabalho em todo o processo ABC é dado pelo trabalho na transformação isobárica AB, medido numericamente pela área sombreada no gráfico:

$\tau = \tau_{AB}$
$\tau = 4 \cdot 10^5 \cdot (0{,}40 - 0{,}10)$
$\tau = 4 \cdot 10^5 \cdot 0{,}30$
$\tau = 1{,}2 \cdot 10^5$ J

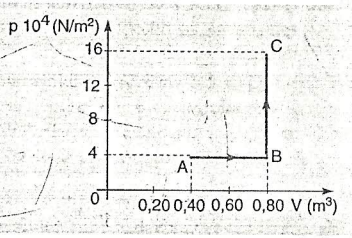


c) Sendo a quantidade de calor recebida no processo $Q = 2{,}5 \cdot 10^5$ J, calculamos a variação de energia interna pela Primeira Lei da Termodinâmica:

$\Delta U = Q - \tau$ $\quad \Delta U = 2{,}5 \cdot 10^5 - 1{,}2 \cdot 10^5$ $\quad \Delta U = 1{,}3 \cdot 10^5$ J

60. O gráfico indica uma série de transformações sofridas por certa quantidade de gás ideal. Sendo a temperatura inicial do gás 27°C, determine:

a) a temperatura final do gás;
b) o trabalho realizado no processo;
c) a variação de energia interna ocorrida, se o gás recebeu $2{,}8 \cdot 10^4$ J na forma de calor.

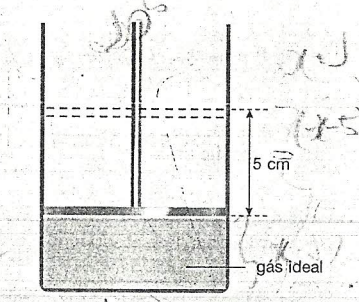


EXERCÍCIOS DE REFORÇO

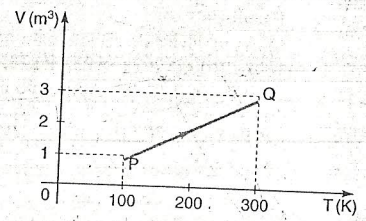
61. (PUC-SP) O êmbolo do cilindro ao lado varia de 5 cm sua posição e o gás ideal no interior do cilindro sofre uma expansão isobárica, sob pressão atmosférica. O que ocorre com a temperatura do gás durante essa transformação termodinâmica? Qual o valor do trabalho τ realizado sobre o sistema pela atmosfera, durante a expansão?

Dados: pressão atmosférica: 10^5 N/m²; área da base do êmbolo: 10 cm².

a) A temperatura aumenta; $\tau = -5$ J.
b) A temperatura diminui; $\tau = 5$ J.
c) A temperatura aumenta; $\tau = -5 \cdot 10^{-2}$ J.
d) A temperatura não muda; $\tau = 5 \cdot 10^{-2}$ J.
e) A temperatura diminui; $\tau = -0{,}5$ J.

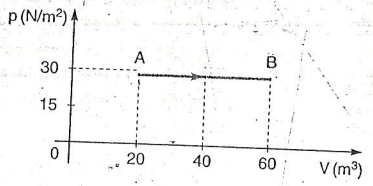


62. (Mackenzie-SP) Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação isobárica sob pressão de 60 N/m², como ilustra o diagrama. Admita que, na transformação, o gás receba uma quantidade de calor igual a 300 J. Podemos afirmar que a variação da energia interna do gás é de:



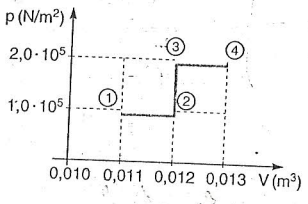
a) 180 J
b) 100 J
c) 120 J
d) 300 J
e) 420 J

63. (UNISA-SP) No processo isobárico indicado no gráfico, o gás ideal recebeu 3 000 joules de energia do ambiente. A variação da energia interna do gás foi de:



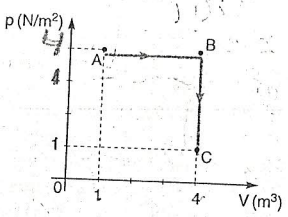
a) 600 J
b) 1 000 J
c) 1 200 J
d) 1 800 J
e) 3 000 J

64. (UF-MG) Um gás ideal, inicialmente no estado ①, sofre as transformações representadas na figura.



a) Qual é o trabalho realizado pelo gás na transformação de ① a ④?
b) A temperatura do gás no estado ① é 300 K. Qual será sua temperatura no estado ④?

65. (FUVEST-SP) O gráfico da figura representa uma transformação reversível sofrida por uma determinada massa de gás perfeito.



a) Qual é a variação da temperatura do gás entre o estado inicial *A* e o estado final *C*?
b) Qual a quantidade de calor, em joules, recebida pelo gás na transformação ABC?

66. (FESP-SP) Considere as seguintes afirmações relativas a um gás perfeito:

I. A energia interna de uma dada massa de gás ideal é função exclusiva de sua temperatura.
II. Numa expansão isobárica a quantidade de calor recebida é menor que o trabalho realizado.
III. Numa transformação isocórica, a variação da energia interna do gás é igual à quantidade de calor trocada com o meio exterior.

a) I e II estão corretas.
b) II e III estão corretas.
c) I e III estão corretas.
d) todas estão corretas.
e) todas são incorretas.

67. (PUC-RS) Um sistema formado por um gás ideal sofre uma transformação com as seguintes características:

$$Q = \Delta U \qquad \mathcal{C} = 0$$

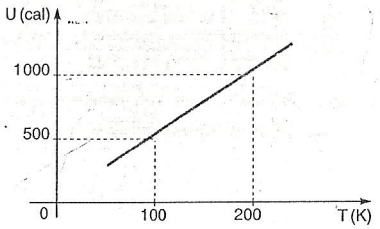
onde $\mathcal{C}$ é o trabalho realizado, ΔU é uma variação positiva (aumento) da energia interna e Q é o calor fornecido ou absorvido pelo sistema. Estes dados permitem concluir que no processo houve uma transformação:

a) adiabática.
b) isobárica.
c) isométrica.
d) isotérmica.
e) adiabática e isotérmica.

68. (F. M. ABC-SP) Submete-se um gás perfeito a uma transformação isométrica fornecendo-lhe uma certa quantidade de calor. Nessas condições, pode-se afirmar que:

a) todo calor fornecido ao gás é transformado em trabalho.
b) o número de partículas por unidade de volume aumenta.
c) o gás realiza trabalho, pois a pressão aumenta e o volume é constante.
d) a energia interna permanece constante e o gás realiza trabalho.
e) a quantidade de calor recebida pelo gás aumenta a sua energia interna.

69. (Mackenzie-SP) Um mol de moléculas de oxigênio é mantido a volume constante, porém sua energia interna varia com a temperatura, de acordo com o gráfico ao lado.



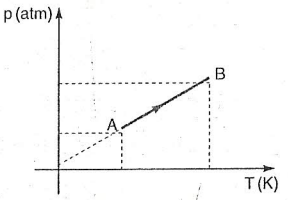
O calor molar do oxigênio a volume constante vale:

a) 5 cal/mol · K
b) 10 cal/mol · K
c) 15 cal/mol · K
d) 20 cal/mol · K
e) 25 cal/mol · K

70. (CESGRANRIO-RJ) Um gás ideal evolui de um estado *A* para um estado *B*, de acordo com o gráfico abaixo.

São feitas três afirmações a respeito desse gás, ao evoluir de *A* para *B*:

I. O seu volume aumentou.
II. Ele realizou trabalho.
III. Ele recebeu calor.



É (são) verdadeira(s):

a) apenas a I.
b) apenas a II.
c) apenas a III.
d) apenas a I e a II.
e) a I, a II e a III.

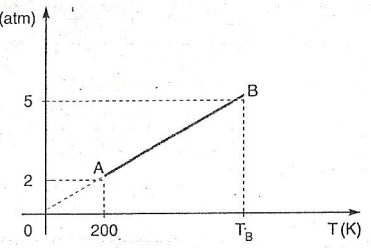
71. (U. F. Uberlândia-MG) Certa quantidade de gás é aquecida de dois modos e, devido a isto, sua temperatura aumenta na mesma quantidade, a partir da mesma temperatura inicial. Faz-se esse aquecimento, uma vez mantendo constante o volume do gás e outra, mantendo a pressão constante. Baseando-se nessas informações, é possível concluir que:

a) nos dois casos forneceu-se a mesma quantidade de calor ao gás.
b) no segundo aquecimento não houve realização de trabalho.
c) no segundo aquecimento todo o calor fornecido ao gás foi transformado em energia interna.
d) o aumento da energia interna do gás foi o mesmo nos dois casos.
e) o trabalho realizado no primeiro caso foi maior que no segundo.

72. (E. E. Mauá-SP) Uma massa de gás ideal, que corresponde a n = 0,5 mol, está num recipiente de volume V = 10 ℓ e à pressão p = 1,5 atm. Ela é aquecida a volume constante, passando para a pressão p′ = 4,5 atm. Sabendo que para esse gás ideal o calor molar a volume constante é $C_V = 1{,}5$ R, determine a quantidade de calor, medida em joules, que deve ser fornecida ao gás.

Dados: 1 atm = 1,013 × 10⁵ N/m²; R = 8,31 J/mol · K.

73. (FEI-SP) Um gás, constituído por 5 mols de moléculas, sofre uma transformação de acordo com o gráfico p = f(T) ao lado. Sendo o calor molar a volume constante do gás $C_V = 5$ cal/mol · K, determine:



a) o tipo de transformação sofrida pelo gás;
b) o calor e a variação da energia interna sofrida pelo gás, nessa transformação.

7. A PRIMEIRA LEI APLICADA À TRANSFORMAÇÃO ISOTÉRMICA DE UM GÁS IDEAL

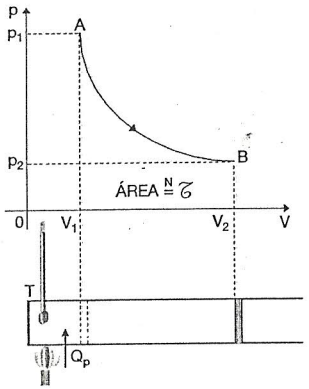


Fig. 10 Expansão isotérmica.

Consideremos n mols de moléculas de um gás ideal sofrendo o processo isotérmico indicado na figura 10. É importante observar que, embora a temperatura permaneça constante, o gás está trocando energia com o meio ambiente, na forma de calor (Q) e na forma de trabalho (τ).

Na situação representada na figura 10, o gás está recebendo calor ($Q > 0$) e se expande, realizando um trabalho ($\tau > 0$), medido numericamente pela área sombreada no gráfico e que pode ser traduzido pela fórmula obtida através de cálculo integral:

$$\tau = p_1 V_1 \cdot \ell_n \left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Nessa fórmula, ℓ_n representa o logaritmo neperiano. Podemos ainda modificá-la, tendo em vista que $p_1V_1 = p_2V_2 = nRT$, isto é:

$$\tau = nRT \cdot \ell_n \left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Como a temperatura do gás permanece constante, o mesmo acontece com a energia interna. Portanto, são nulas a variação de temperatura e a variação da energia interna:

$$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

Se aplicarmos a Primeira Lei da Termodinâmica à transformação isotérmica, teremos:

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$0 = Q - \tau \qquad \tau = Q$$

Então, no processo isotérmico da figura 10, à medida que o gás recebe calor da fonte, deve expandir-se a fim de ir realizando um trabalho igual. Assim, toda a energia que o gás recebe na forma de calor é convertida no trabalho realizado sobre o ambiente, a fim de que sua energia interna (e portanto sua temperatura) permaneça constante. Durante a experiência, esse equilíbrio térmico entre o gás e o ambiente pode ser controlado através de um termômetro.

Embora, nas considerações anteriores, tenhamos imaginado uma expansão isotérmica, as mesmas conclusões são verdadeiras no caso de uma *contração isotérmica* (Fig. 11). Se for realizado sobre o gás um trabalho pelo ambiente ($\tau < 0$), o que significa um ganho energético, o gás deve perder uma quantidade de calor igual ($Q < 0$), a fim de que a energia interna permaneça constante, o mesmo acontecendo com a temperatura.

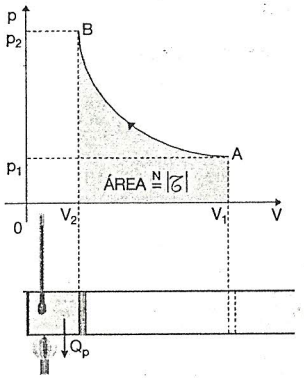


Fig. 11 Contração isotérmica.

Concluindo, podemos afirmar:

> Na transformação isotérmica (expansão ou contração) de uma dada massa de gás ideal, a quantidade de calor trocada pelo gás com o meio ambiente é sempre igual ao trabalho realizado no processo, pois é nula a variação de energia interna sofrida pelo gás.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

74 Têm-se 5 mols de moléculas de um gás ideal ocupando inicialmente um volume de 0,10 m^3 e exercendo pressão de $2 \cdot 10^5$ N/m^2. A partir desse estado, o gás se expande isotermicamente, até ocupar o volume de 0,20 m^3. Sendo dado $R = 8{,}3$ J/mol · K e $\ell_n 2 = 0{,}69$, determine:

a) a temperatura em que ocorre a transformação;
b) a pressão final do gás;
c) o trabalho realizado pelo gás no processo;
d) a quantidade de calor recebida pelo gás durante a transformação.

Resolução:

a) Temos o número de mols $n = 5$, o volume inicial $V_1 = 0{,}10$ m^3 e a pressão inicial $p_1 = 2 \cdot 10^5$ N/m^2. Sendo $R = 8{,}3$ J/mol · K, podemos determinar a temperatura do gás aplicando a equação de Clapeyron:

$$p_1V_1 = nRT \qquad T = \frac{p_1V_1}{nR} \qquad T = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}10}{5 \cdot 8{,}3} \qquad T \cong 482\ K$$

b) Aplicando a Lei de Boyle, determinamos a pressão final do gás, cujo volume final é $V_2 = 0{,}20\ m^3$:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \qquad p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} \qquad p_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}10}{0{,}20} \qquad \boxed{p_2 = 1 \cdot 10^5\ N/m^2}$$

c) O trabalho realizado na transformação isotérmica é dado pela fórmula:

$$\mathcal{C} = p_1V_1 \cdot \ell_n \left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Temos $\ell_n \left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ell_n \frac{0{,}20}{0{,}10} = \ell_n\ 2 = 0{,}69$. Assim:

$$\mathcal{C} = 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}10 \cdot 0{,}69 \qquad \boxed{\mathcal{C} = 1{,}38 \cdot 10^4\ J}$$

d) Como a variação de energia interna é nula ($\Delta U = 0$), já que a temperatura permanece constante, a aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica fornece:

$$\Delta U = Q - \mathcal{C} \qquad 0 = Q - \mathcal{C} \qquad Q = \mathcal{C} \qquad \boxed{Q = 1{,}38 \cdot 10^4\ J}$$

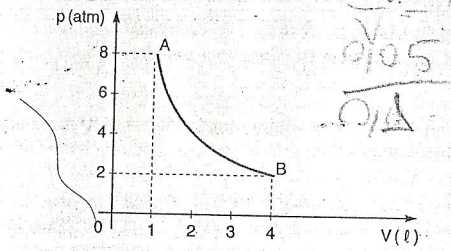
75. O volume de 3 mols de moléculas de um gás ideal varia de $0{,}050\ m^3$ para $0{,}10\ m^3$, numa expansão isotérmica. A pressão final do gás passa para $1{,}2 \cdot 10^4\ N/m^2$. Sendo $R = 8{,}3\ J/mol \cdot K$ e $\ell_n\ 2 = 0{,}69$, determine:

a) a temperatura em que se realiza o processo;
b) a pressão inicial do gás;
c) o trabalho realizado pelo gás na expansão;
d) a quantidade de calor que o gás recebe durante a transformação.

76. Tem-se 2 mols de moléculas de gás ideal sofrendo a expansão isotérmica AB indicada no gráfico. Sendo dado que $R = 0{,}082\ atm \cdot \ell/mol \cdot K$ e $\ell_n\ 4 = 1{,}38$, determine:

a) a temperatura em que se realiza a transformação;
b) o trabalho realizado pelo gás na expansão;
c) a variação de energia interna sofrida pelo gás;
d) a quantidade de calor recebida pelo gás na transformação.

Observação: Dê as respostas em unidades do Sistema Internacional. Adote $1\ atm = 10^5\ N/m^2$ e $1\ \ell = 10^{-3}\ m^3$.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

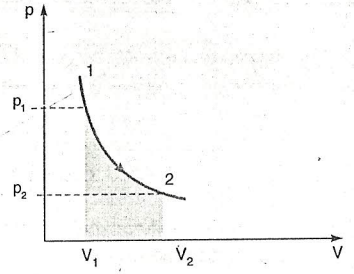
77. (Mackenzie-SP) Certa massa de gás ideal sofre uma transformação na qual sua energia interna não varia. Essa transformação é:

a) isotérmica. b) isobárica. c) isométrica. d) adiabática. e) inexistente.

78. (FEI-SP) Um corpo de gás perfeito evolui entre dois estados, recebendo uma quantidade de calor ΔQ. Se durante a transformação a temperatura do gás permaneceu constante, qual a variação de sua energia interna e o trabalho por ele fornecido?

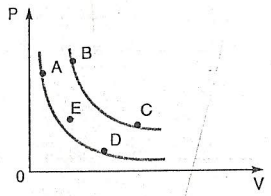
79. (UFLA-MG) Ao lado temos o diagrama pV, que mostra uma transformação isotérmica de 1 mol de moléculas de um gás perfeito. A área sombreada mede:

a) a variação da pressão.
b) a variação da energia interna.
c) o trabalho realizado pelo gás.
d) o calor cedido pelo gás.
e) o calor específico do gás a temperatura constante.



80. (PUC-RS) O diagrama representa a pressão p em função do volume V de um determinado gás ideal. Os produtos $p \cdot V$ (pressão × volume) mantêm-se constantes ao longo de cada curva deste gás. Em qual dos processos o gás não experimentou variação de sua energia interna?

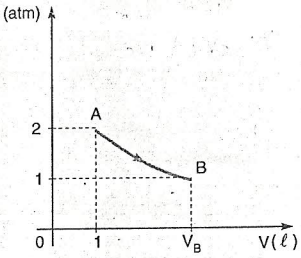
a) De A para B.
b) De A para D.
c) De B para D.
d) De A para C.
e) De B para E.



81. (FUVEST-SP) Um mol de moléculas de um gás ideal sofre uma transformação isotérmica reversível $A \rightarrow B$, mostrada na figura.

a) Determine o volume V_B.
b) Sabendo que o gás efetuou um trabalho igual a 5,7 joules, qual a quantidade de calor que ele recebeu?

Dado: constante dos gases ideais = R = $= 0{,}082\ atm \cdot \ell \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$.



8. A PRIMEIRA LEI APLICADA À TRANSFORMAÇÃO ADIABÁTICA DE UM GÁS IDEAL

Quando certa massa m (n mols de moléculas) de um gás ideal sofre uma *transformação adiabática*, não há, como foi citado no capítulo anterior, troca de calor com o meio ambiente: $Q = 0$.

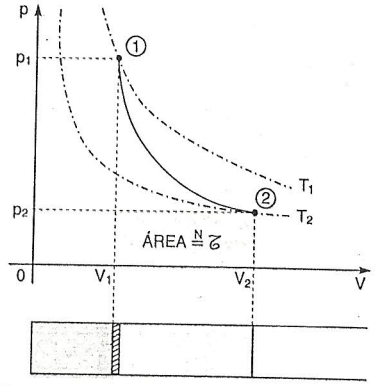


Fig. 12 Expansão adiabática.

Isso é possível se o gás estiver no interior de um recinto termicamente isolado do ambiente, ou se o processo for tão rápido que as trocas de calor com o ambiente puderem ser desprezadas.

Na figura 12, representamos uma transformação adiabática de certa massa de gás ideal. No caso, o gás se expande, realizando um trabalho ($\mathcal{T} > 0$), medido numericamente pela área sombreada no gráfico, a qual pode ser traduzida pela fórmula:

$$\mathcal{T} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}$$

Nessa fórmula, γ representa o expoente de Poisson do gás $\left(\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{C_p}{C_v}\right)$.

Aplicando a equação de Clapeyron aos dois estados da massa gasosa, teremos:

$$p_1V_1 = nRT_1 \qquad p_2V_2 = nRT_2$$

Substituindo na fórmula do trabalho, vem:

$$\mathcal{T} = \frac{nRT_1 - nRT_2}{\gamma - 1} \qquad \mathcal{T} = \frac{nR(T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$

Mas $T_1 - T_2 = -\Delta T$, donde: $\quad \mathcal{T} = -\frac{nR\Delta T}{\gamma - 1}$

Não havendo troca de calor com o ambiente ($Q = 0$), a aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica à transformação adiabática nos fornece:

$$\Delta U = Q - \mathcal{T} \qquad \Delta U = -\mathcal{T}$$

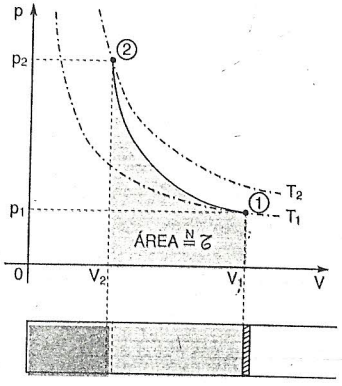


Fig. 13 Contração adiabática.

Assim, no processo adiabático da figura 12, ao expandir-se, o gás realiza trabalho ($\mathcal{T} > 0$) e, conseqüentemente, perde energia. Como essa energia não é suprida por calor vindo do exterior, a energia interna do gás diminui ($\Delta U < 0$), ocorrendo por isso uma queda de temperatura ($\Delta T < 0$).

Se, em vez de expansão, o gás sofrer uma *contração adiabática* (Fig. 13), ao ser realizado um trabalho sobre ele ($\mathcal{T} < 0$), estará recebendo energia. Como não há troca de calor com o ambiente, a energia interna do gás aumenta ($\Delta U > 0$), ocorrendo então um aumento de temperatura ($\Delta T > 0$).

Como conclusão, podemos estabelecer:

> Na transformação adiabática (expansão ou contração) de uma dada massa de gás ideal, a variação de energia interna tem módulo igual ao trabalho envolvido no processo, mas sinal contrário.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

82. Numa transformação adiabática, 5,0 mols de moléculas de um gás ideal sofrem uma queda de temperatura de 50°C. Sendo os calores molares do gás $C_p = 6{,}8$ cal/mol · K (sob pressão constante) e $C_v = 4{,}8$ cal/mol · K (a volume constante) e a constante universal dos gases perfeitos $R = 8{,}3$ J/mol · K, determine:

a) o trabalho realizado pelo gás;

b) a variação da energia interna sofrida pelo gás.

Resolução:

a) Numa transformação adiabática, o trabalho realizado pelo gás pode ser determinado pela expressão:

$$\mathcal{T} = -\frac{nR\Delta T}{\gamma - 1}.$$

temos para a variação de temperatura $\Delta T = -50°C = -50$ K e para o expoente de Poisson $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{6{,}8}{4{,}8} \cong 1{,}4$. Sendo $n = 5$ mols, vem:

$$\mathcal{T} = -\frac{5 \cdot 8{,}3 \cdot (-50)}{1{,}4 - 1} \qquad \mathcal{T} = \frac{2\,075}{0{,}4} \qquad \mathcal{T} = 5\,187{,}5 \text{ J}$$

b) Como não há troca de calor numa transformação adiabática ($Q = 0$), a aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica fornece:

$$\Delta U = Q - \mathcal{T} \qquad \Delta U = -\mathcal{T} \qquad \Delta U = -5\,187{,}5 \text{ J}$$

A energia interna do gás diminui de 5 187,5 joules.

83. A temperatura de 10 mols de moléculas de um gás ideal sofre elevação de 40°C num processo adiabático. O calor específico do gás sob pressão constante é 1,25 cal/g°C, e o calor específico do gás a volume constante é 0,75 cal/g°C. Sendo a constante universal dos gases perfeitos $R = 8{,}3$ J/mol · K, determine:

a) o trabalho realizado sobre o gás na transformação;

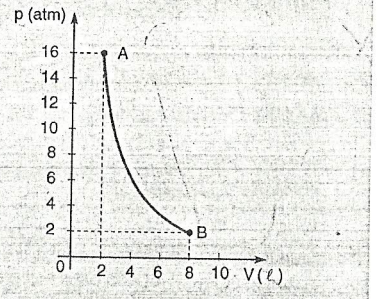
b) o aumento da energia interna do gás no processo.

84. No gráfico da figura está representada a expansão adiabática de certa quantidade de gás ideal. Se os calores específicos sob pressão constante e a volume constante valem, respectivamente, 1,2 cal/g°C e 0,80 cal/g°C, determine:

a) o trabalho realizado pelo gás no processo, expresso em joules;

b) a variação de energia interna sofrida pelo gás nessa transformação, expressa em joules.

Dados: 1 atm = 10^5 N/m²; 1 $\ell = 10^{-3}$ m³.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

85. (UF-RN) As seguintes afirmativas referem-se a um gás ideal.

I. Sempre que o gás recebe calor, sua temperatura aumenta.
II. Se o gás recebe calor e sua energia interna não varia, então seu volume aumenta.
III. Se o gás sofre uma transformação isotérmica, tem-se T = Q (T = temperatura e Q = calor).
IV. Se o gás sofre uma expansão adiabática, a pressão e a temperatura diminuem.

São corretas:

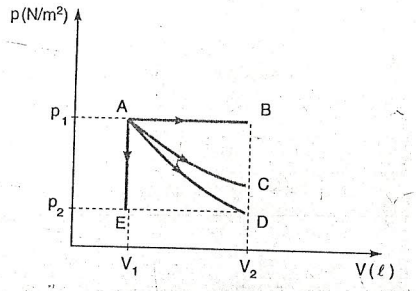
a) I e II b) II e III c) I e III d) II e IV e) III e IV

86. (Mackenzie-SP) Assinale a afirmativa *verdadeira*:

a) Transformação isométrica é aquela na qual a temperatura permanece constante.
b) Transformação isobárica é aquela que se processa a volume constante.
c) Transformação isotérmica é aquela na qual a pressão permanece constante.
d) Transformação adiabática é aquela que se processa a temperatura constante.
e) Numa transformação adiabática a variação da energia interna tem módulo igual ao trabalho realizado sobre o sistema.

87. (UFLA-MG) Um gás é submetido às seguintes transformações mostradas no diagrama ao lado. Assinale a alternativa *correta*.

a) Na expansão isobárica AB o gás cede calor (Q < 0).
b) Na expansão isotérmica AC não existe troca de calor (Q = 0).
c) Na expansão adiabática AD o gás não realiza trabalho ($\mathcal{T}$ = 0).
d) No esfriamento isométrico AE o gás recebe calor (Q > 0).
e) No esfriamento AE do gás, o trabalho realizado é nulo.



88. (Mackenzie-SP) Numa transformação gasosa, a relação entre a pressão e o volume obedece à relação $p \cdot V^{\gamma} = K$ (constante). Nessa transformação, o gás:

a) não troca trabalho com o exterior.
b) mantém constante a sua energia interna.
c) mantém constante a sua temperatura.
d) não troca calor com o exterior.
e) realiza trabalho igual ao calor trocado.

89. (UF-RS) Qual é a variação da energia interna de um gás ideal sobre o qual é realizado um trabalho de 80 J, durante uma compressão adiabática?

a) 80 J b) 40 J c) zero d) −40 J e) −80 J

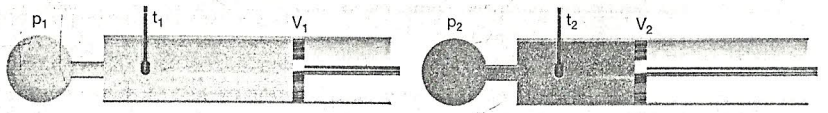
90. (Fund. Carlos Chagas-SP) Um sistema formado por um gás ideal sofre uma transformação com as seguintes características:

$$-\mathcal{T} = \Delta U \qquad Q = 0,$$

onde $\mathcal{T}$ é o trabalho realizado, ΔU é uma variação positiva (aumento) da energia interna e *Q* é calor fornecido ou absorvido pelo sistema. Estes dados permitem concluir que a transformação foi uma:

a) compressão adiabática. c) expansão adiabática. e) expansão isobárica.
b) compressão isotérmica. d) expansão isotérmica.

91. (UF-MG) Na figura estão indicados o volume, a temperatura e a pressão de uma certa massa de gás que sofreu uma compressão bastante rápida, durante a qual não houve troca de calor do gás com a vizinhança. As seguintes afirmativas foram feitas em relação à transformação sofrida por esse gás:



situação inicial situação final

I – Durante a compressão, foi realizado sobre o gás um trabalho de módulo igual ao aumento de sua energia interna.
II – $t_1 < t_2$
III – $p_1V_1 = p_2V_2$

A alternativa que apresenta as afirmativas certas é:

a) somente I. c) somente II e III. e) I, II e III.
b) somente II. d) somente I e II.

9. A LEI DE JOULE DOS GASES PERFEITOS

Já vimos que, segundo a Lei de Joule, a energia interna de um gás perfeito é função exclusiva da temperatura. Como conseqüência desse fato, é possível afirmar:

> A variação da energia interna de um gás perfeito depende exclusivamente dos estados inicial e final da massa gasosa; não depende das particulares transformações que ocorreram entre esses estados.

Realmente, a energia interna U_1 do estado inicial (1) é função exclusiva da temperatura inicial T_1; a energia interna U_2 do estado final (2) é função exclusiva da temperatura final T_2. Se ocorrer a variação de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$, teremos a variação de energia interna $\Delta U = U_2 - U_1$, não importando as particulares transformações pelas quais a massa gasosa passou do estado inicial para o estado final.

Na figura 14, destacamos dois estados, ① (inicial) e ② (final), de certa massa de um gás ideal e três "caminhos", *A*, *B* e *C*, pelos quais ocorre a passagem entre os dois estados. A variação de energia interna é a mesma nos três casos, mas o trabalho realizado é diferente, sendo maior no "caminho" *A* e menor no "caminho" *C*, conclusão a que se pode chegar pela comparação das áreas sombreadas na figura 15:

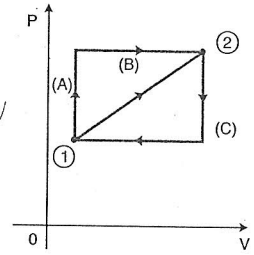


Fig. 14 Nos três "caminhos", ΔU é o mesmo.

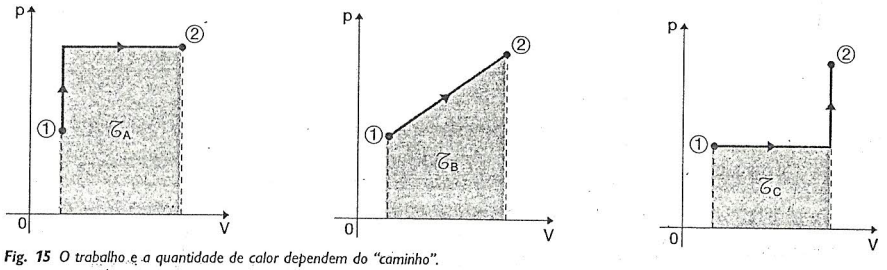


Fig. 15 O trabalho e a quantidade de calor dependem do "caminho".

Sendo, respectivamente, Q_A, Q_B e Q_C as quantidades de calor trocadas pelo gás nos processos *A*, *B* e *C* referidos, a aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica fornece:

$$\Delta U = Q_A - \mathcal{C}_A$$
$$\Delta U = Q_B - \mathcal{C}_B$$
$$\Delta U = Q_C - \mathcal{C}_C$$

Como ΔU é a mesma nos três processos, concluímos que a diferença $Q - \mathcal{C}$ é constante e, portanto, a quantidade de calor trocada é maior no "caminho" *A* e menor no "caminho" *C*. Então, $Q_A > Q_B > Q_C$.

Em conclusão:

> As quantidades de calor e os trabalhos realizados entre dois estados (inicial e final) de certa massa de um gás ideal dependem das particulares transformações que ocorreram entre esses estados.

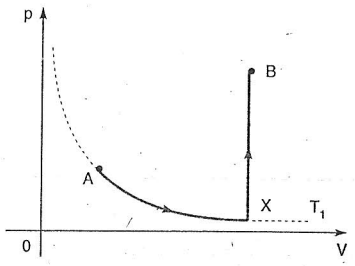


Fig. 16 AX — isotérmica; XB — isocórica.

Vamos deduzir uma fórmula simples para o cálculo da variação da energia interna do gás, que poderá ser utilizada qualquer que seja o "caminho" entre os estados inicial, *A*, e final, *B*. Para isso, vamos destacar entre esses estados o "caminho" correspondente a uma transformação isotérmica seguida de uma transformação isocórica, como está indicado na figura 16.

Chamando de *X* o estado intermediário, na transformação AX a variação de energia interna é nula, pois é isotérmica:

$$\Delta U_X = 0$$

Na transformação isocórica XB, a variação de energia interna é igual à quantidade de calor trocada, pois o trabalho realizado é nulo ($\mathcal{C} = 0$):

$$\Delta U_{X_2} = Q_V$$

Assim, a variação de energia interna em todo o processo AXB será dada por:

$$\Delta U = \Delta U_{AX} + \Delta U_{XB} \qquad \Delta U = Q_V$$

A quantidade de calor trocada no processo isocórico, sendo *n* o número de mols, C_V o calor molar a volume constante e ΔT a variação de temperatura, será dada por:

$$Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

Então, a variação da energia interna do gás, para os estados *A* (inicial) e *B* (final), será dada pela fórmula:

$$\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

Insistimos no fato de que, embora essa fórmula tenha sido deduzida para um "caminho" particular, ela pode ser utilizada quaisquer que sejam as transformações entre os estados inicial e final.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

92 A temperatura de 7 mols de moléculas de um gás ideal sofre um aumento de 100°C numa transformação termodinâmica. Sendo o calor molar a volume constante 21 J/mol · K, determine a variação de energia interna do gás nesse processo.

Resolução:

Quaisquer que sejam as particulares transformações em que ocorre a variação de temperatura $\Delta T = 100°C = 100$ K, a variação da energia interna pode ser calculada pela fórmula:

$$\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

Sendo $n = 7$ mols e $C_V = 21$ J/mol · K, vem:

$$\Delta U = 7 \cdot 21 \cdot 100 \qquad \Delta U = 1{,}47 \cdot 10^4 \text{ J}$$

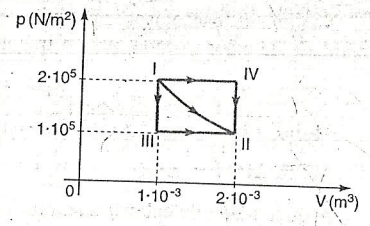
93. Num processo termodinâmico, a temperatura de 12 mols de moléculas de um gás ideal sofre uma queda de 200°C. O calor molar a volume constante desse gás é 12,7 J/mol · K. Determine a variação de energia interna sofrida pelo gás.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

Questões de 94 a 96

O gráfico representa a transformação linear sofrida por um gás perfeito que passa do estado I para o estado II. Associe às questões seguintes uma das alternativas:

a) zero
b) 50 J
c) 100 J
d) 150 J
e) 200 J

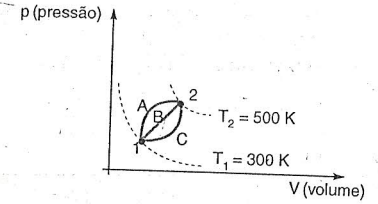


94. (UF-BA) Variação da energia interna do gás ao passar do estado I para o estado II.

95. (UF-BA) Trabalho realizado pelo gás ao passar do estado I para o estado II.

96. (UF-BA) Trabalho realizado pelo gás ao expandir-se do estado III para o estado II.

97. (FATEC-SP) Um sistema constituído de um gás perfeito passa do estado 1 para o estado 2, conforme o esquema. Se medirmos: Q (o calor fornecido), $\mathcal{C}$ (o trabalho realizado) e ΔU (a variação de energia interna), teremos que $Q = \mathcal{C} + \Delta U$. Então, quando o sistema passar do estado 1 para o estado 2, pelos processos A, B e C, poderemos dizer que:



a) o trabalho realizado pelo sistema será o mesmo para os 3 processos.
b) o calor fornecido ao sistema será igual nos 3 processos.
c) a variação de energia interna será a mesma nos 3 processos.
d) no processo A o calor fornecido será menor que nos processos B e C.
e) a variação de energia interna é maior no processo A.

10. TRANSFORMAÇÃO CÍCLICA

Uma transformação é dita *cíclica* quando o estado final da massa gasosa coincide com o estado inicial. Também se pode dizer, nesse caso, que houve um *ciclo* de transformações. Por exemplo, na figura 17, representamos a transformação cíclica de certa massa de um gás ideal: partindo do estado inicial A, o gás sofre sucessivamente os processos AB, BC, CD e DA, de modo que o estado final também é A.

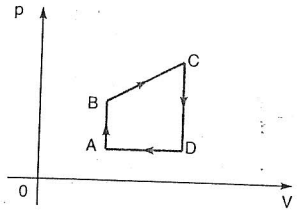


Fig. 17 Transformação cíclica, ou ciclo.

Quanto à energia interna, é evidente que ela varia no decorrer das transformações, mas, se o estado final coincide com o inicial, o valor final da energia interna deve ser igual ao seu valor inicial. Por conseguinte, a variação de energia interna no ciclo é nula:

$$U_{final} = U_{inicial} \Rightarrow \boxed{\Delta U = 0}$$

Quanto ao trabalho $\mathcal{C}$ realizado no ciclo, podemos dizer ser ele igual à soma algébrica dos trabalhos realizados nas várias etapas da transformação cíclica. No caso do ciclo da figura 17:

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_{AB} + \mathcal{C}_{BC} + \mathcal{C}_{CD} + \mathcal{C}_{DA}$$

Entretanto, no ciclo referido, são nulos os trabalhos $\mathcal{C}_{AB}$ e $\mathcal{C}_{CD}$, pois as transformações são isocóricas. Comparemos então as parcelas $\mathcal{C}_{BC}$ e $\mathcal{C}_{DA}$.

O trabalho $\mathcal{C}_{BC}$, realizado na transformação BC, é positivo e tem seu módulo dado numericamente pela área sombreada na figura 18a. O trabalho $\mathcal{C}_{DA}$, realizado na transformação DA, é negativo e seu módulo é medido numericamente pela área sombreada na figura 18b. A comparação das duas áreas e, portanto, dos módulos dos dois trabalhos mostra que, na expansão BC, o gás realiza um trabalho sobre o ambiente de módulo maior que o trabalho realizado sobre o gás pelo ambiente, na contração DA:

$$|\mathcal{C}_{BC}| > |\mathcal{C}_{DA}|$$

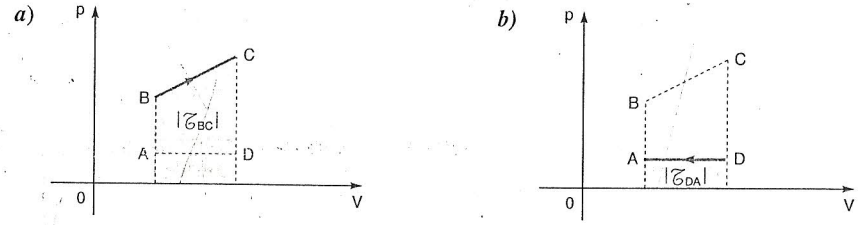


Fig. 18 O trabalho na expansão BC (a) tem módulo maior que o trabalho na contração DA (b).

Conseqüentemente, o trabalho resultante $\mathcal{C}$ é positivo, uma vez que o trabalho na expansão (positivo) tem módulo maior que o trabalho na compressão (negativo). O módulo desse trabalho é dado numericamente pela área interna do ciclo, como é destacado na figura 19.

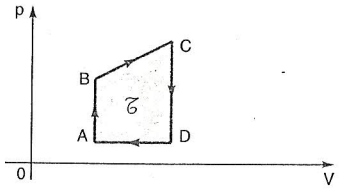


Fig. 19 O trabalho no ciclo é medido numericamente pela área do ciclo.

O fato de o trabalho resultante ser positivo ($\mathcal{C} > 0$) significa que o gás, ao realizar o ciclo de transformações referido, está fornecendo energia mecânica para o meio ambiente. Como a energia interna do gás não varia, essa energia que o gás forneceu ao ambiente deve ter sido absorvida de algum modo pelo gás.

Sabemos que a outra modalidade de energia que o gás troca é o calor. No ciclo, há transformações em que o gás recebe calor e outras em que o gás o perde.

A quantidade de calor resultante Q trocada no ciclo corresponde à soma algébrica das quantidades de calor trocadas nas diferentes etapas do processo:

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica à transformação cíclica, obtemos:

$$\Delta U = Q - \mathcal{T}$$

$$0 = Q - \mathcal{T} \Rightarrow \boxed{\mathcal{T} = Q}$$

Isso significa que o gás troca com o ambiente uma quantidade de calor igual ao trabalho realizado no ciclo. No caso que estamos analisando, a quantidade de calor deve ser positiva ($Q > 0$), isto é, recebida pelo gás no processo. Então, o gás efetua a *conversão de calor em energia mecânica*, ao completar um ciclo no *sentido horário*.

Essa conversão energética é realizada nos dispositivos denominados *máquinas térmicas*, mas há restrições para essa conversão, estabelecidas pela Segunda Lei da Termodinâmica, que estudaremos adiante.

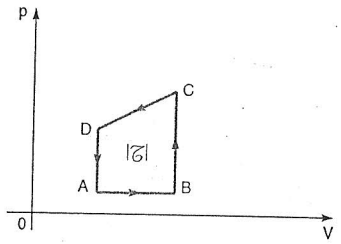


Fig. 20 Conversão de energia mecânica em calor.

Se o ciclo for realizado no *sentido anti-horário*, como é indicado na figura 20, o trabalho realizado na expansão AB terá módulo menor que o trabalho realizado na contração CD ($|\mathcal{T}_{AB}| < |\mathcal{T}_{CD}|$). Em conseqüência, o trabalho resultante, cujo módulo é dado pela área sombreada no gráfico, será negativo ($\mathcal{T} < 0$). Portanto, o gás receberá energia mecânica do ambiente. A quantidade de calor trocada será igual ao trabalho, sendo portanto negativa ($Q < 0$), o que significa que o gás perderá calor no processo. Então, o gás efetuará a *conversão de energia mecânica em calor*, ao completar um ciclo no *sentido anti-horário*.

Essa conversão é realizada nos dispositivos denominados *máquinas frigoríficas*. As restrições para tal conversão energética são estabelecidas pela Segunda Lei da Termodinâmica e serão vistas adiante.

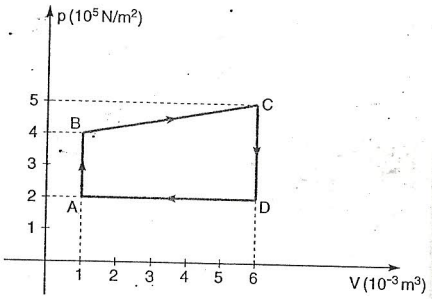
Como conclusão:

> Num *ciclo* de transformações realizadas por certa massa de um gás ideal, há equivalência entre o calor trocado (Q) e o trabalho realizado ($\mathcal{T}$). Se, no diagrama de trabalho (p × V), o ciclo for percorrido no sentido horário, estará ocorrendo conversão de calor em trabalho. Se o ciclo for percorrido no sentido anti-horário, estará ocorrendo conversão de trabalho em calor.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

98 Certa porção de gás ideal sofre o ciclo de transformações indicado no gráfico da figura. Determine:

a) o trabalho realizado em cada uma das etapas do ciclo;
b) o trabalho total realizado pelo gás ao completar o ciclo;
c) a quantidade de calor que se converte em energia mecânica a cada ciclo completado;
d) a potência de uma máquina térmica que utiliza esse ciclo, sabendo que os ciclos são realizados com uma freqüência de 5 Hz.

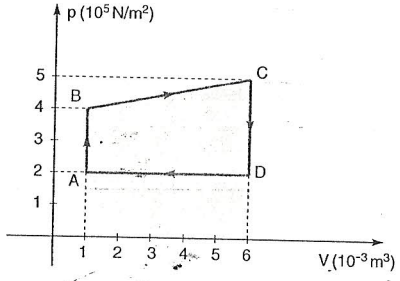


Resolução:

a) Nas transformações isocóricas AB e CD, o trabalho realizado é nulo:

$\mathcal{T}_{AB} = 0$ e $\mathcal{T}_{CD} = 0$

O trabalho na transformação BC é medido numericamente pela área sombreada na figura:



$$\mathcal{T}_{BC} = \frac{5 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5}{2} \cdot (6 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3})$$

$$\mathcal{T}_{BC} = 4{,}5 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \qquad \mathcal{T}_{BC} = 2{,}25 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Na transformação isobárica DA, o módulo do trabalho é medido numericamente pela área sombreada no gráfico. Seu valor é negativo, pois se trata de uma contração. Então:

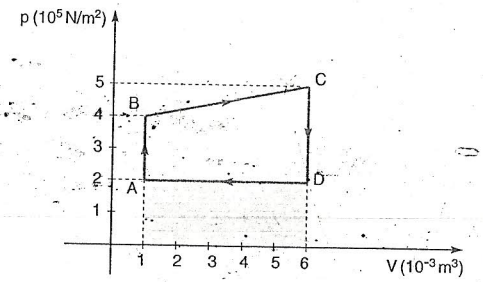
$$|\mathcal{T}_{DA}| = 2 \cdot 10^5 \cdot (6 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3})$$

$$|\mathcal{T}_{DA}| = 2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$$

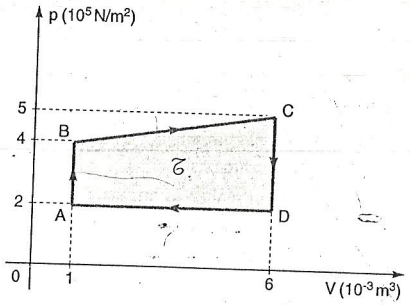
$$|\mathcal{T}_{DA}| = 1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Portanto:

$$\boxed{\mathcal{T}_{DA} = 1 \cdot 10^3 \text{ J}}$$



b) O trabalho total realizado pelo gás no ciclo pode ser calculado pela soma algébrica dos trabalhos nas diferentes etapas, calculados no item anterior:



$\tau = \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CD} + \tau_{DA}$

$\tau = 0 + 2{,}25 \cdot 10^3 + 0 - 1 \cdot 10^3$

$\tau = 1{,}25 \cdot 10^3$ J

Outro modo de calcular o trabalho total realizado pelo gás é através da área interna do ciclo, como está indicado na figura:

$$\tau = \frac{3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3}$$

$\tau = 2{,}5 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$ $\qquad \tau = 1{,}25 \cdot 10^3$ J

c) Como é nula a variação de energia interna do gás no ciclo ($\Delta U = 0$), a quantidade de calor trocada no ciclo é igual ao trabalho realizado:

$\Delta U = Q - \tau$ $\qquad 0 = Q - \tau$ $\qquad Q = \tau$ $\qquad Q = 1{,}25 \cdot 10^3$ J

d) Se a freqüência com que a máquina realiza os ciclos é f = 5 Hz, isso significa que são completados 5 ciclos em cada segundo. Então, o trabalho realizado por segundo vale:

$\tau' = 5 \cdot \tau$ $\qquad \tau' = 5 \cdot 1{,}25 \cdot 10^3$ $\qquad \tau' = 6{,}25 \cdot 10^3$ J

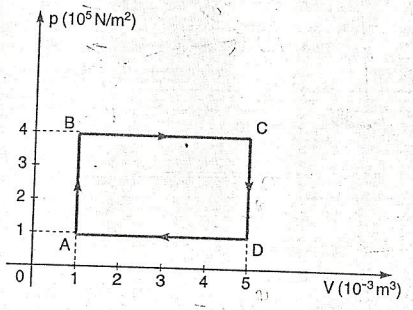
A potência da máquina é definida por:

$$P = \frac{\tau'}{\Delta t}$$

Como $\Delta t = 1$ s, vem:

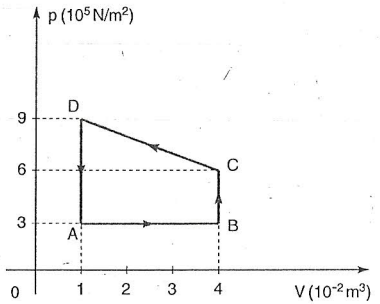
$$P = \frac{6{,}25 \cdot 10^3}{1} \qquad P = 6{,}25 \cdot 10^3 \text{ W}$$

99. Uma máquina térmica funciona com um gás ideal, realizando um ciclo de transformações como está indicado na figura, a cada 0,40 s. No estado *A*, a temperatura do gás é 27°C. Determine:



a) a temperatura do gás em cada um dos estados intermediários *B*, *C* e *D*;
b) o trabalho realizado em cada uma das etapas do ciclo;
c) o trabalho total realizado pelo gás ao completar um ciclo;
d) a quantidade de calor que se converte em energia mecânica a cada ciclo completado;
e) a potência da referida máquina térmica.

100 Um gás ideal realiza o ciclo ABCDA indicado no gráfico da figura. Sobre ele são feitas as seguintes perguntas:



a) Que tipo de conversão energética ocorre ao se completar um ciclo? Justifique a resposta.
b) Qual a quantidade de energia que se interconverte em cada ciclo?

Resolução:

a) Como o ciclo é realizado no sentido anti-horário, o trabalho realizado na contração CD tem módulo maior que o realizado na expansão AB. Por conseguinte, o trabalho total é negativo, representando um trabalho realizado sobre o gás:

$|\tau_{CD}| > |\tau_{AB}| \Rightarrow \tau < 0$

O gás perde, então, calor em igual quantidade para o ambiente ($Q = \tau$), ocorrendo a *conversão de energia mecânica em calor*.

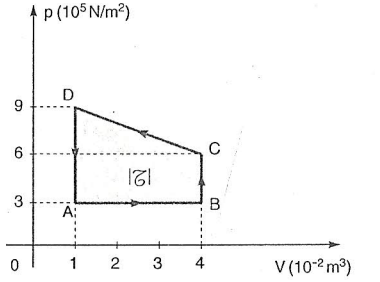
b) A quantidade de energia que se interconverte tem módulo dado pela área interna do ciclo, conforme é assinalado:

$$|\tau| = \frac{6 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

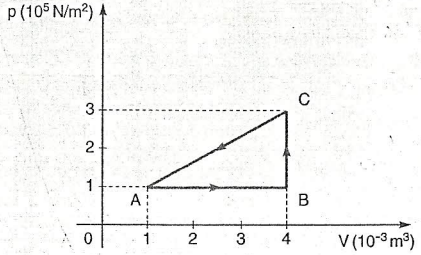
$|\tau| = 4{,}5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-2}$

$|\tau| = 13{,}5 \cdot 10^3$ J

$\tau = Q = -1{,}35 \cdot 10^4$ J

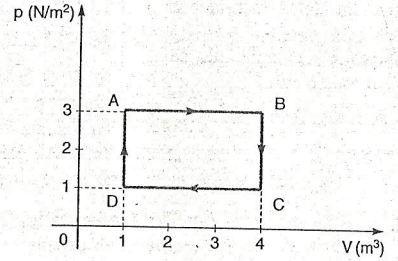


101. Certa quantidade de gás ideal realiza o ciclo ABCA representado no gráfico da figura.
a) Que conversão energética ocorre ao se completar cada ciclo? Justifique a resposta.
b) Determine a quantidade de energia que se interconverte em cada ciclo.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

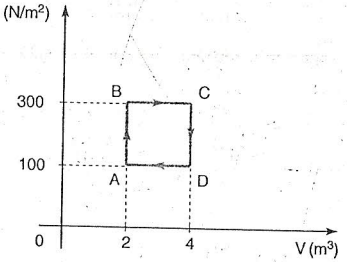
102. (U. F. Ouro Preto-MG) Um gás perfeito descreve o ciclo ABCDA como indica a figura abaixo.



Calcule para o ciclo:

a) o trabalho realizado pelo gás;
b) a quantidade de calor trocada pelo gás;
c) a variação de energia interna sofrida pelo gás.

103. (UC-MG) Um gás ideal sofre transformação cíclica, conforme o gráfico.



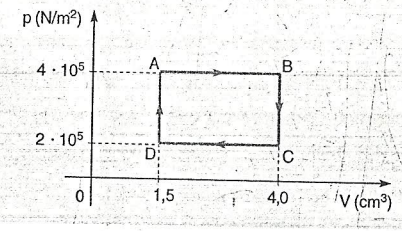
a) Dê o nome das transformações AB, BC, CD e DA.
b) Qual o trabalho total realizado na transformação ABCDA?
c) Qual o trabalho realizado na transformação AB?
d) Em quais transformações o gás recebeu calor? Em quais perdeu calor? Justifique.
e) Em quais transformações houve aumento da energia interna? Justifique.
f) Qual a variação da energia interna total do gás?

104. (FUVEST-SP) Uma certa massa de gás, inicialmente sob pressão p e com volume V, é submetida à seguinte seqüência de transformações:

1) a volume constante, é aquecida até que a pressão atinja o valor 3p;
2) a pressão constante, é expandida até que o volume quadruplique;
3) a volume constante, é levada à pressão inicial;
4) a pressão constante, é levada ao volume V.

a) Represente as transformações num diagrama pressão × volume.
b) Qual o trabalho realizado pelo sistema?

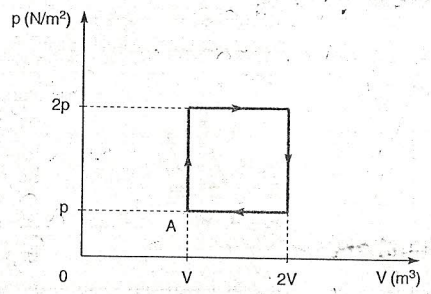
105. (FUVEST-SP) O diagrama p × V da figura refere-se a um gás ideal passando por uma transformação cíclica através de um sistema cilindro-pistão.



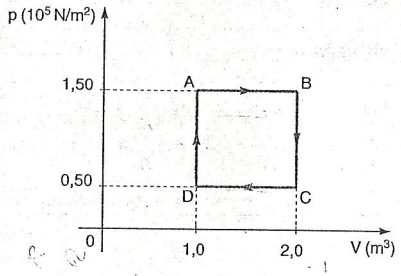
a) Qual o trabalho realizado pelo gás no processo AB?
b) Em que ponto do ciclo a temperatura do gás é menor?

106. (FAAP-SP) O diagrama representa o ciclo percorrido por 2 mols de moléculas de gás perfeito. Sabendo-se que no estado A a temperatura é de 27°C, qual é o trabalho realizado pelo gás no ciclo?

Dado: constante universal dos gases perfeitos: R = 8 J/mol · K.

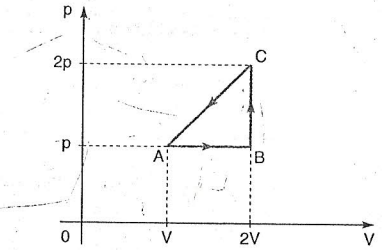


107. (VUNESP-SP) 20 mols de moléculas de um gás ideal sofrem a transformação da figura. O calor específico molar a pressão constante é $C_p = 20{,}8 \frac{J}{mol \cdot K}$, e o calor específico molar a volume constante é $C_V = 12{,}5 \frac{J}{mol \cdot K}$. Calcule:



a) o trabalho ($\mathcal{C}$) realizado no ciclo;
b) o calor fornecido ao gás em AB (Q_{AB});
c) o calor cedido pelo gás em CD (Q_{CD});
d) a variação de energia interna entre A e C (ΔU_{AC}).

108. (ITA-SP) Um recipiente de volume ajustável contém n mols de moléculas de um gás ideal. Inicialmente, o gás está no estado A, ocupando o volume V à pressão p. Em seguida, o gás é submetido à transformação indicada na figura. Calcule o calor absorvido pelo gás na transformação cíclica ABCA.



a) $Q = 0$
b) $Q = \frac{npV}{2}$
c) $Q = -\frac{npV}{2}$
d) $Q = \frac{pV}{2}$
e) $Q = -\frac{pV}{2}$

11. TRANSFORMAÇÕES REVERSÍVEIS E IRREVERSÍVEIS

Uma transformação é dita *reversível* quando sua inversa puder se verificar, de modo que o sistema passe pelos mesmos estados intermediários que na primeira transformação, sem que ocorram modificações definitivas no meio ambiente. Por exemplo, a transformação AB de um gás ideal (Fig. 21) ocorre passando o gás pelos estados intermediários 1, 2, 3, 4 e 5, trocando com o ambiente uma quantidade de calor Q e sendo realizado um trabalho $\mathcal{C}$. Essa transformação AB poderá ser dita reversível se sua inversa BA se realizar, passando o gás pelos estados intermediários 5, 4, 3, 2 e 1, nessa ordem, trocando com o ambiente a quantidade de calor $Q' = -Q$ e sendo realizado o trabalho $\mathcal{C}' = -\mathcal{C}$. Logicamente,

a transformação será *irreversível* se as condições de reversibilidade expostas não puderem ser cumpridas.

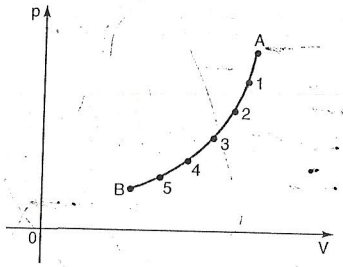


Fig. 21 Transformação reversível.

Geralmente, as transformações naturais são irreversíveis. Para o sistema voltar à sua condição inicial, os estados intermediários não são os mesmos da transformação direta, acarretando mudanças definitivas no meio ambiente.

No caso das transformações gasosas, durante o processo que se realiza, o gás não apresenta em cada instante a mesma temperatura e a mesma pressão em todos os seus pontos, isto é, o gás não está em equilíbrio. No entanto, se a transformação se realiza lentamente, o intervalo de tempo para que se uniformizem a pressão e a temperatura do gás é muito pequeno, comparado ao intervalo de tempo total da transformação. Então, o processo pode ser considerado uma sucessão de estados de equilíbrio. Essa transformação é denominada *quase-estática*. As transformações quase-estáticas se caracterizam por serem reversíveis. As leis dos gases que estudamos são válidas desde que as transformações ocorridas sejam quase-estáticas, o que foi implicitamente admitido até aqui.

Um ciclo de transformações é dito um *ciclo reversível* desde que sejam reversíveis todas as transformações que o constituem.

12. SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA

A Primeira Lei da Termodinâmica reafirma a idéia da conservação da energia em todos os processos naturais, isto é, a energia não é criada nem destruída nas transformações termodinâmicas. No entanto, essa primeira lei nada diz a respeito da probabilidade ou possibilidade de ocorrência de determinado evento. Por exemplo, um corpo em movimento sobre uma dada superfície acaba parando: sua energia mecânica se transforma em igual quantidade de calor, que aquece o corpo e os objetos que o cercam. Entretanto, se fornecermos calor ao corpo através de uma fonte, ele certamente não se porá em movimento, adquirindo energia mecânica em igual quantidade, embora a primeira lei nada estabeleça a respeito de tal impossibilidade.

A Segunda Lei da Termodinâmica tem um caráter estatístico, estabelecendo que os processos naturais apresentam um *sentido preferencial* de ocorrência, tendendo sempre o sistema espontaneamente para um estado de equilíbrio. Na verdade, a segunda lei *não estabelece*, entre duas transformações possíveis que obedecem à primeira lei, qual a que *certamente acontece*, mas *sim* a que tem *maior probabilidade de acontecer*.

Esse comportamento assimétrico da natureza, estabelecido pela segunda lei, pode ser evidenciado através de alguns exemplos:

1º) Se dois corpos em temperaturas diferentes forem colocados em presença um do outro, haverá passagem espontânea de calor do mais quente para o mais frio, até atingirem uma temperatura de equilíbrio térmico. A passagem de calor em sentido contrário não é espontânea, exigindo, para que ela se realize, uma intervenção externa com fornecimento adicional de energia.

2º) As energias mecânica, elétrica, química, nuclear, etc., tendem a se "degradar", espontânea e integralmente, em calor. No entanto, a conversão inversa, de calor em energia mecânica, por exemplo, é, como veremos, difícil e nunca integral.

3º) Se uma gota de tinta for colocada num líquido, as partículas dessa gota se espalharão espontaneamente, até que todo o líquido fique uniformemente tingido. Não é impossível, mas *altamente improvável*, que as moléculas da substância da tinta se reúnam de modo espontâneo para restaurar a gota original.

4º) Se um recipiente contendo nitrogênio for ligado a outro contendo hélio, as moléculas dos dois gases irão misturar-se espontaneamente. É altamente improvável, embora não impossível, que, em dado instante, as moléculas se separem de modo espontâneo, voltando à situação inicial.

Vários enunciados foram propostos para a Segunda Lei da Termodinâmica. Entre os cientistas que propuseram tais enunciados podemos citar Kelvin, Clausius, Planck, Ostwald e Carnot. Não discutiremos aqui cada um deles em particular, mas tiraremos uma conclusão geral da Segunda Lei da Termodinâmica, que nos servirá de base para estudar, no item seguinte, as máquinas térmicas:

> É impossível a construção de qualquer dispositivo que, operando ciclicamente, tenha como único efeito retirar calor de um sistema e convertê-lo integralmente em energia mecânica (trabalho).

13. MÁQUINAS TÉRMICAS

Chamamos *máquina térmica* todo dispositivo que transforma continuamente calor em trabalho, através de uma substância, dita *trabalhante*, que realiza ciclos entre duas temperaturas que se mantêm constantes. A temperatura mais elevada corresponde à chamada *fonte quente* da máquina; a temperatura mais baixa corresponde à chamada *fonte fria*. A denominação *motor térmico* é também muito usada.

A máquina térmica, cuja representação esquemática é feita na figura 22, recebe, em cada ciclo, uma quantidade de calor Q_1 da fonte quente, transforma uma parte dessa energia em trabalho $\mathcal{T}$ e rejeita a quantidade de calor Q_2, não transformada, para a fonte fria.

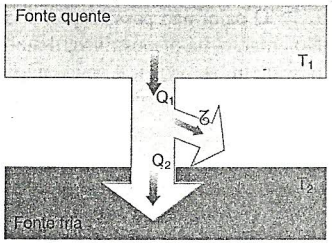


Fig. 22 Esquema de uma máquina térmica.

As fontes térmicas, quente e fria, são sistemas que podem trocar calor sem que sua temperatura varie. São fontes frias comuns o ar atmosférico, a água do oceano, a água de mares ou lagos. A fonte quente varia conforme a máquina térmica: é a caldeira na máquina a vapor, é a câmara de combustão nos motores a explosão, utilizados em automóveis, aviões e motocicletas.

Para haver a transformação de calor em trabalho, a substância trabalhante deve realizar ciclos no sentido horário no diagrama de trabalho, como está indicado na figura 23. A área interna do ciclo mede, numericamente, o trabalho que se obtém na máquina.

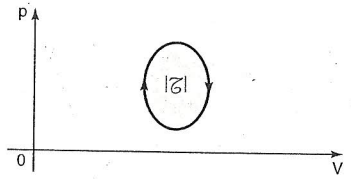


Fig. 23 Conversão de calor em trabalho: ciclo no sentido horário.

14. RENDIMENTO DA MÁQUINA TÉRMICA

Para efeito das considerações seguintes, todas as quantidades de energia envolvidas serão consideradas em módulo. Assim, a energia útil obtida por ciclo da máquina (o trabalho τ) corresponde à diferença entre a energia total recebida em cada ciclo (a quantidade de calor Q_1 retirada da fonte quente) e a energia não transformada (a quantidade de calor Q_2 rejeitada para a fonte fria):

$$\tau = Q_1 - Q_2$$

Chamamos *rendimento* da máquina térmica a relação entre a energia útil τ e a energia total envolvida Q_1:

$$r = \frac{\tau}{Q_1}$$

Tendo em vista a relação anterior, o rendimento também pode ser expresso por:

$$r = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \qquad r = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

15. MÁQUINAS FRIGORÍFICAS

O calor não passa espontaneamente de um corpo para outro mais quente. No entanto, há dispositivos, denominados *máquinas frigoríficas*, nos quais essa passagem se verifica, mas não espontaneamente, sendo necessário que o ambiente forneça energia para o sistema.

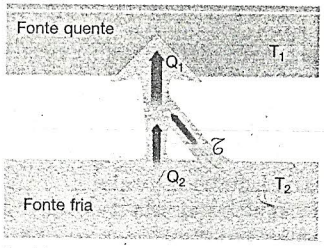


Fig. 24 Esquema de uma máquina frigorífica.

Numa máquina frigorífica, esquematicamente representada na figura 24, em cada ciclo da substância trabalhante é retirada uma quantidade de calor Q_2 da fonte fria (o congelador numa geladeira) que, juntamente com o trabalho externo τ (trabalho do compressor, nas geladeiras), é rejeitada para a fonte quente (ar atmosférico), na forma da quantidade de calor Q_1. Observe que, nas máquinas frigoríficas, ocorre *conversão de trabalho em calor*.

Para que essa conversão ocorra e a máquina frigorífica funcione, a substância trabalhante deve realizar, no diagrama de trabalho, ciclos no sentido anti-horário (Fig. 25). A área sombreada na figura 25 mede numericamente o módulo do trabalho externo que se converte em calor.

Para a máquina frigorífica não tem sentido definir-se um rendimento. Em seu lugar, é definida a *eficiência* (e) da máquina frigorífica pela relação entre a quantidade de calor Q_2 retirada da fonte fria e o trabalho externo necessário para essa transferência:

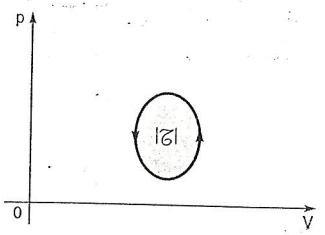


Fig. 25 Conversão de trabalho em calor: ciclo no sentido anti-horário.

$$e = \frac{Q_2}{\tau}$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

109 A substância trabalhante de uma máquina térmica realiza ciclos entre duas fontes térmicas, trocando com elas as quantidades de calor 150 J e 200 J. Determine:

a) a potência útil obtida da máquina, sabendo que os ciclos são realizados com a freqüência de 5 Hz;

b) o rendimento dessa máquina.

Resolução:

a) A máquina térmica referida funciona de modo tal que a substância trabalhante troca por ciclo com a fonte quente a quantidade de calor $Q_1 = 200$ J e com a fonte fria a quantidade de calor $Q_2 = 150$ J. O trabalho útil obtido por ciclo vale:

$$\tau = Q_1 - Q_2 \qquad \tau = 200 - 150 \qquad \tau = 50 \text{ J}$$

Como são realizados cinco ciclos no intervalo de tempo $\Delta t = 1$ s, pois a freqüência é $f = 5$ Hz, o trabalho total τ_T nesse intervalo é:

$$\tau_T = 5\,\tau \qquad \tau_T = 5 \cdot 50 \qquad \tau_T = 250 \text{ J}$$

A potência útil da máquina, por conseguinte, vale:

$$P = \frac{\tau_T}{\Delta t} \qquad P = \frac{250}{1} \qquad P = 250 \text{ W}$$

b) O rendimento pode ser calculado pela fórmula:

$$r = \frac{\tau}{Q_1}$$

$$r = \frac{50}{200} \qquad r = 0{,}25 = 25\%$$

Podemos chegar ao mesmo resultado usando a fórmula:

$$r = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$r = 1 - \frac{150}{200} \qquad r = 1 - 0{,}75 \qquad r = 0{,}25 = 25\%$$

110. Cada ciclo de uma máquina térmica é realizado em 0,20 s, trocando a substância trabalhante 60 J com a fonte fria e 80 J com a fonte quente. Determine:

a) a potência útil dessa máquina térmica;
b) o rendimento dessa máquina.

111. Em cada ciclo de uma máquina térmica, $\frac{1}{5}$ da energia fornecida é convertida em 50 J de trabalho útil. Sendo 4 Hz a freqüência com que os ciclos são realizados, determine:

a) a potência útil dessa máquina térmica;
b) o rendimento dessa máquina;
c) as quantidades de calor trocadas com as fontes quente e fria.

112. Num refrigerador, para cada 80 J retirados, em cada ciclo da substância trabalhante, 100 J são enviados do congelador para o meio ambiente. Determine:

a) o trabalho do compressor em cada ciclo;
b) a eficiência desse refrigerador.

Resolução:

a) A quantidade de calor retirada da fonte fria (congelador) por ciclo é $Q_2 = 80$ J e a enviada para a fonte quente (atmosfera) é $Q_1 = 100$ J. O trabalho do compressor em cada ciclo corresponde à diferença:

$$\mathcal{C} = Q_1 - Q_2 \qquad \mathcal{C} = 100 - 80 \qquad \mathcal{C} = 20 \text{ J}$$

b) A eficiência do refrigerador pode ser calculada pela fórmula:

$$e = \frac{Q_2}{\mathcal{C}} \qquad e = \frac{80}{20} \qquad e = 4{,}0$$

113. Em cada ciclo de uma máquina frigorífica, são enviados para a atmosfera 250 joules de calor, sendo de 100 joules o trabalho realizado pelo compressor sobre a substância trabalhante. Determine:

a) a quantidade de calor retirada, por ciclo, da fonte fria dessa máquina;
b) a eficiência dessa máquina frigorífica.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

114. (VUNESP-SP) Examine as seguintes afirmações:

I – A energia mecânica pode ser transformada totalmente em calor.
II – O calor pode ser transformado totalmente em energia mecânica.
III – O calor de um gás ideal depende apenas de sua temperatura.
IV – O calor cedido a um gás se converte em energia interna e em energia mecânica se a expansão é permitida.
V – A energia cinética média das moléculas de um gás ideal depende apenas da temperatura e da densidade.
VI – O calor específico a pressão constante é sempre maior que o calor específico a volume constante em qualquer gás.

Assinale a alternativa em que todas as afirmações são corretas:

a) I, III e V
b) I, IV e VI
c) II, IV e VI
d) I e V
e) V e VI

115. (PUC-RS) Uma máquina térmica, ao realizar um ciclo, retira 2 kcal de uma fonte quente e libera 1,8 kcal para uma fonte fria. O rendimento dessa máquina é de:

a) 0,2% b) 1% c) 2% d) 10% e) 20%

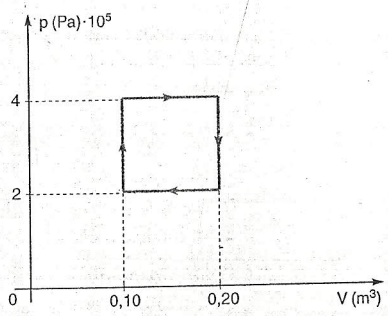
116. (FMU/FIAM-SP) Uma máquina térmica recebe da fonte quente 100 cal e transfere para a fonte fria 70 cal. O rendimento dessa máquina será:

a) 15% b) 20% c) 30% d) 40% e) 50%

117. (VUNESP-SP) Uma geladeira retira, por segundo, 1 000 kcal do congelador, enviando para o ambiente 1 200 kcal. Considere 1 kcal = 4,2 kJ.
A potência do compressor da geladeira vale:

a) 700 kW b) 800 kW c) 840 kW d) 600 kW e) 500 kW

118. (PUC-MG) O rendimento de uma máquina térmica é a razão entre o trabalho realizado e o calor absorvido, por ciclo. Calcule o rendimento de uma máquina térmica que segue o ciclo descrito pelo diagrama, sabendo que ela absorve $8 \cdot 10^4$ J de energia térmica por ciclo.



119. (ITA-SP) Certo gás é obrigado a percorrer o ciclo da figura onde p representa a pressão e V o volume. Sabe-se que, ao percorrê-lo, o gás absorve uma quantidade de calor Q_1. Podemos afirmar que o rendimento r (razão entre o trabalho fornecido e a energia absorvida) do ciclo é dado por:

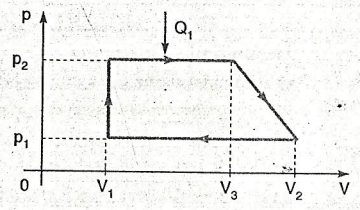
a) $r = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$

b) $r = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 + V_1 - 2V_3)}{2Q_1}$

c) $r = 1 - \dfrac{(p_2 - p_1)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$

d) $r = \dfrac{(p_1 - p_2)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$

e) $r = 1 + \dfrac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{Q_1}$



9

16. MÁQUINA DE CARNOT

Denominamos *máquina de Carnot* a máquina térmica teórica que realiza o ciclo ideal reversível de Carnot, proposto por esse cientista em 1824.

Na figura 26, apresentamos uma seqüência de processos a que um gás ideal deve ser submetido para que realize o ciclo de Carnot:

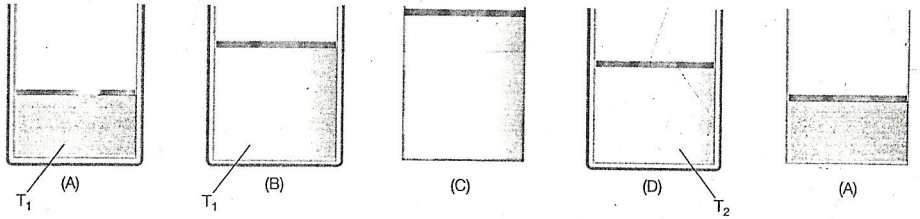


Fig. 26 Seqüência de transformações no ciclo de Carnot.

Essa seqüência de processos, representada graficamente na figura 27, corresponde a:

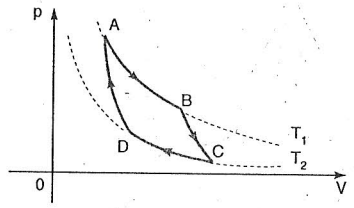


Fig. 27 Ciclo de Carnot.

1º) *expansão isotérmica* AB, durante a qual o gás está em contato com um sistema de temperatura constante T_1 (fonte quente), recebendo dele uma quantidade de calor Q_1;

2º) *expansão adiabática* BC, durante a qual não ocorrem trocas de calor com o ambiente;

3º) *contração isotérmica* CD, durante a qual o gás está em contato com um sistema de temperatura constante T_2 (fonte fria), cedendo a ele uma quantidade de calor Q_2;

4º) *contração adiabática* DA, durante a qual o gás não troca calor com o ambiente.

O trabalho realizado pelo gás no ciclo (Ⓒ), que corresponde à diferença entre as quantidades de calor trocadas com a fonte quente (Q_1) e a fonte fria (Q_2), é medido numericamente pela área do ciclo sombreada na figura 27.

As quantidades de calor Q_1 e Q_2 trocadas nos processos isotérmicos AB e CD são dadas por:

$$Q_1 = nRT_1 \ell_n \frac{V_B}{V_A} \qquad Q_2 = nRT_2 \ell_n \frac{V_D}{V_C}$$

Dividindo membro a membro, obtemos: $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{T_1 \ell_n \frac{V_B}{V_A}}{T_2 \ell_n \frac{V_D}{V_C}}$

Nas adiabáticas:

CB: $p_C V_C^{\gamma} = p_B V_B^{\gamma}$

CB: $p_D V_D^{\gamma} = p_A V_A^{\gamma}$

Mas $\dfrac{V_B}{V_A} = \dfrac{V_D}{V_C}$, como está demonstrado no quadro. Então:

Dividindo membro a membro:

$$\frac{p_C V_C^{\gamma}}{p_D V_D^{\gamma}} = \frac{p_B V_B^{\gamma}}{p_A V_A^{\gamma}} \quad (I)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Nas isotérmicas:

ou

$$AB \begin{cases} \frac{V_A}{V_B} = \frac{p_B}{p_A} \end{cases} \qquad CD \begin{cases} \frac{V_D}{V_C} = \frac{p_C}{p_D} \end{cases}$$

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Em (I):

$$\frac{V_D V_C^{\gamma}}{V_C V_D^{\gamma}} = \frac{V_A V_B^{\gamma}}{V_B V_A^{\gamma}}$$

$$\frac{V_D^{(\gamma-1)}}{V_D^{(\gamma-1)}} = \frac{V_B^{(\gamma-1)}}{V_A^{(\gamma-1)}} \qquad \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

Portanto, na máquina de Carnot, as quantidades de calor trocadas com as fontes térmicas são diretamente proporcionais às temperaturas absolutas dessas fontes.

Vimos que o rendimento da máquina térmica é dado por:

$$r = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Para a máquina de Carnot, em particular, visto que $\dfrac{Q_2}{Q_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$, a fórmula do rendimento se torna:

$$r = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Daí tiramos uma importante conclusão:

> O rendimento da máquina de Carnot não depende da substância trabalhante: é função exclusiva das temperaturas absolutas das fontes quente e fria.

Estabelece o denominado *Teorema de Carnot* que, entre duas temperaturas, T_1 e T_2, das fontes quente e fria, a máquina de Carnot é a que apresenta o *máximo rendimento*. Portanto, nenhuma máquina térmica, entre as mesmas temperaturas, pode apresentar rendimento superior ao previsto para a máquina de Carnot.

No entanto, é importante assinalar que esse rendimento nunca poderia ser 100% ($r = 1$), pois isso exigiria a fonte fria no zero absoluto ($T_2 = 0$ K) e, por conseguinte, a conversão integral de calor em trabalho $\left(r = \frac{\mathcal{T}}{Q_1} = 1 \Rightarrow \mathcal{T} = Q_1\right)$, o que contraria a Segunda Lei da Termodinâmica. No item seguinte voltaremos a comentar essa impossibilidade.

9

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

120 Uma máquina de Carnot funciona entre duas fontes térmicas às temperaturas de 200 K e 500 K, recebendo em cada ciclo 500 J de calor da fonte quente. Determine:

a) o rendimento dessa máquina;
b) o trabalho útil obtido por ciclo;
c) a quantidade de calor rejeitada em cada ciclo, para a fonte fria.

Resolução:

a) O rendimento da máquina de Carnot é função exclusiva das temperaturas da fonte quente ($T_1 = 500$ K) e da fonte fria ($T_2 = 200$ K), sendo dado por:

$$r = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad r = 1 - \frac{200}{500} \qquad r = 1 - 0{,}40 \qquad r = 0{,}60 = 60\%$$

b) O rendimento pode ser expresso também pela relação entre o trabalho útil $\mathcal{T}$ e a quantidade de calor recebida da fonte quente $Q_1 = 500$ J. Assim:

$$r = \frac{\mathcal{T}}{Q_1} \qquad \mathcal{T} = r \cdot Q_1 \qquad \mathcal{T} = 0{,}60 \cdot 500 \qquad \mathcal{T} = 300 \text{ J}$$

c) A quantidade de calor rejeitada para a fonte fria vale:

$$Q_2 = Q_1 - \mathcal{T} \qquad Q_2 = 500 - 300 \qquad Q_2 = 200 \text{ J}$$

121. Uma máquina térmica realiza ciclos de Carnot entre as temperaturas 100 K e 800 K, rejeitando em cada ciclo 20 J de calor para a fonte fria. Determine:

a) o rendimento dessa máquina;
b) a quantidade de calor que, em cada ciclo, é recebida da fonte quente;
c) o trabalho útil fornecido por ciclo.

122 Um engenheiro propõe construir uma máquina térmica, funcionando entre as temperaturas de 27°C e 327°C, que forneça a potência útil de 500 W a partir de uma potência recebida de 1 200 W. Esse projeto é realizável?

Resolução:

O rendimento máximo é o previsto para a máquina de Carnot, sendo expresso em função das temperaturas absolutas das fontes, $T_1 = 327 + 273$, $T_1 = 600$ K e $T_2 = 27 + 273$, $T_2 = 300$ K:

$$r_{máx} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad r_{máx} = 1 - \frac{300}{600} \qquad r_{máx} = 1 - 0{,}50 \qquad r_{máx} = 0{,}50 = 50\%$$

O rendimento da máquina projetada pode ser calculado pela relação entre a potência útil $P_U = 500$ W e a potência de calor recebida da fonte quente $P_R = 1\,200$ W. Assim:

$$r = \frac{P_U}{P_R} \qquad r = \frac{500}{1\,200} \qquad r \cong 0{,}42 = 42\%$$

Portanto, o projeto é *realizável*, pois a máquina projetada tem rendimento inferior ao previsto para a máquina de Carnot entre as mesmas temperaturas das fontes quente e fria.

9

123. É possível construir um motor térmico entre as temperaturas de 127°C e 227°C, que forneça uma potência de 200 W a partir de 400 W recebidos da fonte quente?

124 Um refrigerador funciona realizando o ciclo de Carnot entre as temperaturas de −23°C e 27°C. Em cada ciclo são rejeitados 600 J de calor para a fonte quente. Determine:

a) a quantidade de calor retirada, por ciclo, da fonte fria;
b) o trabalho do compressor em cada ciclo;
c) a eficiência desse refrigerador.

Resolução:

a) Sendo $T_1 = 27 + 273$, $T_1 = 300$ K e $T_2 = -23 + 273$, $T_2 = 250$ K as temperaturas das fontes quente e fria, respectivamente, e $Q_1 = 600$ J a quantidade de calor rejeitada para a fonte quente, por ciclo, podemos calcular a quantidade de calor retirada da fonte fria (Q_2), em cada ciclo:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \qquad \frac{600}{300} = \frac{Q_2}{250} \qquad Q_2 = 500 \text{ J}$$

b) O trabalho $\mathcal{T}$ do compressor, por ciclo, vale:

$$\mathcal{T} = Q_1 - Q_2 \qquad \mathcal{T} = 600 - 500 \qquad \mathcal{T} = 100 \text{ J}$$

c) A eficiência do refrigerador é dada por:

$$e = \frac{Q_2}{\mathcal{T}} \qquad e = \frac{500}{100} \qquad e = 5{,}0$$

125. Certa máquina frigorífica de Carnot tem sua fonte fria à temperatura de −73°C e a fonte quente à temperatura de 127°C. A fonte quente recebe, por ciclo, 100 J de calor. Determine:

a) a quantidade de calor que, em cada ciclo, é retirada da fonte fria;
b) o trabalho externo em cada ciclo;
c) a eficiência dessa máquina frigorífica.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

126. (UF-PA) De acordo com o ciclo de Carnot, o máximo rendimento térmico teórico r de uma máquina térmica operando entre duas fontes, cujas temperaturas absolutas são T_1 e T_2, sendo $T_1 > T_2$, é dado por:

a) $r = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ c) $r = T_1 + T_2$ e) $r = \frac{T_1}{T_2}$

b) $r = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ d) $r = T_1 - T_2$

127. (UC-MG) Uma máquina térmica opera entre duas temperaturas, T_1 e T_2. Afirma-se que seu rendimento:

a) máximo pode ser 100%.
b) pode ser maior que 100%.
c) nunca será inferior a 80%.
d) será máximo se operar em ciclos.
e) será máximo se operar em ciclo de Carnot.

128. (PUC-SP) O rendimento de uma máquina térmica:

a) depende apenas da temperatura da fonte quente.
b) é tanto maior quanto maior a diferença de temperaturas das fontes quente e fria.
c) depende apenas da temperatura da fonte fria.
d) não depende das temperaturas das fontes e sim das transformações envolvidas.
e) nunca pode ultrapassar o da máquina de Carnot.

129. (Mackenzie-SP) Um motor térmico funciona segundo o ciclo de Carnot. A temperatura da fonte quente é 400 K e a da fonte fria é 300 K. Em cada ciclo o motor recebe 600 cal da fonte quente. A quantidade de calor rejeitada para a fonte fria em cada ciclo e o rendimento do motor valem, respectivamente:

a) 400 cal e 50%.
b) 300 cal e 25%.
c) 600 cal e 50%.
d) 450 cal e 50%.
e) 450 cal e 25%.

130. (U. E. Londrina-PR) Uma determinada máquina térmica deve operar em ciclo entre as temperaturas de 27°C e 227°C. Em cada ciclo ela recebe 1 000 cal da fonte quente. O máximo de trabalho que a máquina pode fornecer por ciclo ao exterior, em calorias, vale:

a) 1 000 b) 600 c) 500 d) 400 e) 200

131. (UNAMA-AM) Um motor de Carnot cujo reservatório a baixa temperatura está a 7°C apresenta um rendimento de 30%. A variação de temperatura, em kelvin, da fonte quente, a fim de aumentarmos seu rendimento para 50%, será de:

a) 400 b) 280 c) 160 d) 560 e) 725

132. (FAAP-SP) Quando certa máquina a vapor desenvolve uma potência útil de 7 kW, recolhem-se 5 kcal por segundo no seu condensador, que está a 25°C.

a) Calcular o rendimento da máquina.
b) Sabendo-se que esse rendimento é igual $\frac{9}{10}$ do rendimento térmico máximo, qual é a temperatura da caldeira?
Dar a resposta em graus Celsius e adotar 1 cal = 4,2 J.

133. (FAAP-SP) Queremos congelar 200 kg de água a 0°C, utilizando um refrigerador cuja eficiência seja igual a $\frac{1}{7}$ da eficiência do refrigerador ideal de Carnot. O calor latente de fusão do gelo é 80 cal/g. Admitindo-se que a temperatura da sala em que se encontra o refrigerador permaneça invariável em 39°C, determine o trabalho necessário para o referido congelamento.

17. ESCALA ABSOLUTA TERMODINÂMICA

Em 1848, Kelvin propôs uma escala de temperaturas baseada numa máquina de Carnot (Fig. 28). A fonte quente foi adotada como o ponto triplo da água, com temperatura absoluta $T_T = 273{,}16$ K. A fonte fria corresponde ao sistema cuja temperatura T se deseja determinar. Sendo Q_T a quantidade de calor trocada com a fonte quente (ponto triplo da água) e Q a quantidade de calor trocada com a fonte fria (sistema), teremos:

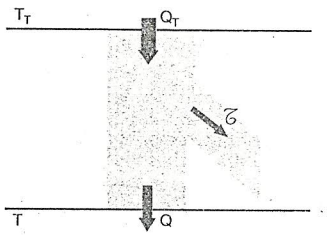


Fig. 28 Definição da escala absoluta termodinâmica.

$$\frac{Q_T}{T_T} = \frac{Q}{T} \qquad T = T_T \frac{Q}{Q_T} \qquad T = 273{,}16 \frac{Q}{Q_T}$$

Na verdade, essa *escala absoluta termodinâmica* é irrealizável na prática, uma vez que a máquina de Carnot é teórica. No entanto, essa escala é importante no sentido de se conceituar o *zero absoluto* como a temperatura da fonte fria de uma máquina de Carnot com rendimento 100% (r = 1). Realmente, de $r = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, para $T_2 = 0$ K, vem $r = 1 = 100\%$.

Como tal máquina contraria a Segunda Lei da Termodinâmica, pode-se estabelecer que o *zero absoluto é inatingível*. Esse fato é enunciado por alguns autores como a Terceira Lei da Termodinâmica, ou Princípio de Nernst.

A vantagem de se definir a escala absoluta termodinâmica é o fato de ela não depender das propriedades da substância termométrica, dando ao conceito de temperatura um significado mais amplo.

18. DEGRADAÇÃO DA ENERGIA. NOÇÃO DE ENTROPIA

Vimos que a Segunda Lei da Termodinâmica tem caráter estatístico, estabelecendo que os processos naturais têm um sentido *preferencial* de realização, caracterizando-se por serem *irreversíveis*. A transformação espontânea de todas as formas de energia (elétrica, mecânica, química, etc.) em energia de agitação molecular faz parte dessa tendência natural. Por que se denomina "degradação de energia" a essa conversão?

É que a transformação referida é integral, ao passo que a conversão inversa de calor em outra forma de energia ocorre com baixo rendimento, isto é, nunca é completa. Portanto, à medida que ocorrem as transformações naturais, embora a energia total se conserve, a transformação da energia em energia de agitação molecular representa uma *diminuição na possibilidade de se obter energia útil.*

Por essa razão, a Segunda Lei da Termodinâmica pode ser enunciada como o Princípio da Degradação de Energia.

> A energia utilizável diminui à medida que ocorre a evolução do Universo.

A energia de agitação térmica é considerada uma forma desordenada ou desorganizada de energia, ao passo que as demais — mecânica, elétrica, etc. — são consideradas formas ordenadas ou organizadas de energia. Portanto, a evolução do Universo leva sempre a um aumento na desordem, isto é, a tendência de ocorrência dos fenômenos naturais é sempre no sentido de um estado mais desordenado. Para caracterizar matematicamente essa tendência, Clausius criou o conceito de *entropia*, definindo-a como uma propriedade termodinâmica dos sistemas cujo valor aumenta quando aumenta a desordem nos fenômenos naturais. Então:

> À medida que ocorrem os processos naturais, aumenta a entropia do Universo.

Em vista disso, alguns autores dizem que o Universo caminha para uma espécie de *morte térmica*, de entropia máxima, quando toda a energia existente não será utilizável. No entanto, outros colocam objeção quanto à possibilidade dessa ocorrência, por não se saber se efetivamente o Universo é um sistema isolado.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

134. (UF-PA) A Segunda Lei da Termodinâmica pode ser encarada como um princípio da degradação da energia porque:

a) o calor não pode passar espontaneamente de um corpo para outro de temperatura mais baixa que o primeiro.
b) para produzir trabalho, continuamente, uma máquina térmica, operando em ciclos, deve necessariamente receber calor de uma fonte fria e ceder parte dele a uma fonte quente.
c) é possível construir uma máquina, operando em ciclos, cujo único efeito seja retirar calor de uma fonte e convertê-lo em uma quantidade equivalente de trabalho.
d) é impossível se converter totalmente calor em outra forma de energia.
e) a Termodinâmica independe de qualquer teoria atômico-molecular.

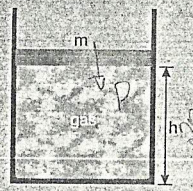
135. (U. F. Viçosa-MG) De acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, a entropia do Universo:

a) não pode ser criada nem destruída.
b) acabará transformada em energia.
c) tende a aumentar com o tempo.
d) tende a diminuir com o tempo.
e) permanece sempre constante.

BIBLIOTECA PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

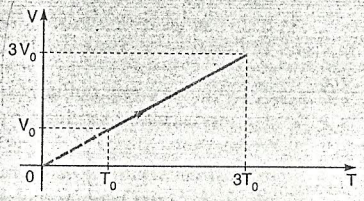
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

136. (FUVEST-SP) A figura mostra o corte transversal de um cilindro de eixo vertical com base de área igual a 500 cm^2, vedado em sua parte superior por um êmbolo de massa m que pode deslizar sem atrito. O cilindro contém 0,50 mol de gás, que se comporta como ideal. O sistema está em equilíbrio a uma temperatura de 300 K e a altura h, indicada na figura, vale 20 cm. Adote para a constante dos gases o valor R = 8 J/mol K, para a aceleração da gravidade o valor 10 m/s^2 e para a pressão atmosférica local o valor 1×10^5 N/m^2. Determine:



a) a massa do êmbolo em *kg*;
b) o trabalho $\mathcal{T}$ realizado pelo gás quando sua temperatura é elevada lentamente até 420 K.

137. (ITA-SP) Um mol de moléculas de um gás ideal é submetido ao processo apresentado na figura, passando o gás do estado *A* ao estado *B*. Calcule a variação da energia interna ($\Delta U = U_B - U_A$) do gás e a razão $r = \frac{Q}{\mathcal{T}}$, onde Q e $\mathcal{T}$ são, respectivamente, o calor absorvido e o trabalho realizado pelo gás.



a) $\Delta U = 2(C_p + R)T_0$; $r = \frac{C_p}{R}$
b) $\Delta U = 2(C_p - R)T_0$; $r = \frac{C_p}{R} + 1$
c) $\Delta U = 2(C_p - R)T_0$; $r = \frac{C_p}{R}$
d) $\Delta U = 2C_pT_0$; $r = \frac{C_p}{R} - 1$
e) nenhuma das anteriores

Observação: C_p é o calor molar do gás no processo e *R* a constante universal dos gases perfeitos.

138. (PUC-SP)

a) Um inventor afirmou ter construído uma máquina térmica cujo desempenho atinge 90% daquele de uma máquina de Carnot. Sua máquina, que trabalha entre as temperaturas de 27°C e 327°, recebe, durante certo período, $1,2 \times 10^4$ cal e fornece, simultaneamente, um trabalho útil de $1,0 \times 10^4$ J. A afirmação do inventor é verdadeira? Justifique.
Dado: 1 cal = 4,186 J.
b) Se o trabalho útil da máquina térmica do item anterior fosse exercido sobre o êmbolo móvel de uma ampola contendo um gás ideal à pressão de 200 Pa, qual seria a variação de volume sofrida pelo gás, caso a transformação fosse isobárica?

CAPÍTULO 10

HIDRODINÂMICA

1. FLUIDOS EM MOVIMENTO

Na Hidrostática estudamos o comportamento dos fluidos (líquidos e gases) em equilíbrio estático. Na Hidrodinâmica estudaremos algumas propriedades dos fluidos em movimento. Como as propriedades estudadas se referem a líquidos e gases, no lugar de Hidrostática e Hidrodinâmica, os nomes mais adequados seriam Fluidostática e Fluidodinâmica, e seu conjunto, Fluidomecânica. No entanto, por uma questão de tradição, ainda continuam a ser usados nomes antigos.

Líquido em recipiente acelerado

A figura 1a representa um recipiente aberto, contendo certa quantidade de líquido, em equilíbrio estático, sobre uma superfície plana horizontal. A superfície livre do líquido é horizontal e está sujeita à pressão atmosférica.

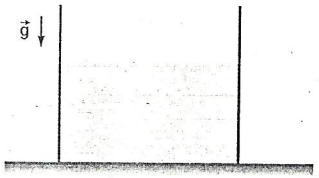


Fig. 1a

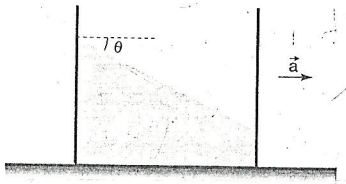


Fig. 1b

Suponhamos agora que seja aplicada uma força sobre o recipiente, de modo que ele adquira uma aceleração horizontal $\vec{a}$ (Fig. 1b). Por inércia, a tendência inicial do líquido é ficar "para trás"; depois de uma breve oscilação, o líquido fica em equilíbrio em relação ao recipiente, com sua superfície livre formando um ângulo θ com a horizontal. Calcularemos o ângulo θ de dois modos.

1º modo Vamos resolver o problema usando um referencial fixo no solo. Tomando uma partícula da superfície livre do líquido (Fig. 2a), sobre ela atuam duas forças: o peso $\vec{P}$ e a força $\vec{N}$ que o resto do líquido exerce sobre a partícula.

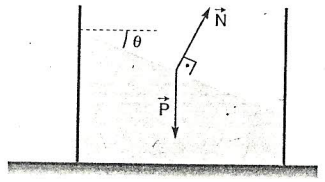


Fig. 2a

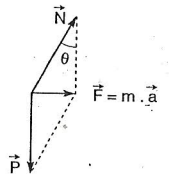


Fig. 2b

A força $\vec{N}$ deve ser perpendicular à superfície livre do líquido, pois, se não fosse, haveria uma componente ao longo da superfície e a partícula não estaria em equilíbrio em relação ao recipiente.

A força resultante ($\vec{F}$) sobre a partícula deve ter a direção de $\vec{a}$ (horizontal) e o paralelogramo de forças é o da figura 2b. Desse paralelogramo tiramos:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{P}|} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{a}{g} \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{a}{g}$$

2º modo Consideremos um referencial fixo no recipiente, o qual não é inercial. Como vimos na Dinâmica (volume 2 desta coleção), para um observador fixo no recipiente, tudo se passa como se, além da aceleração da gravidade $\vec{g}$, houvesse uma aceleração adicional $-\vec{a}$ (Fig. 3), resultando numa aceleração da gravidade aparente $\vec{g}_A$, estando a superfície livre do líquido perpendicular a $\vec{g}_A$. Da figura tiramos:

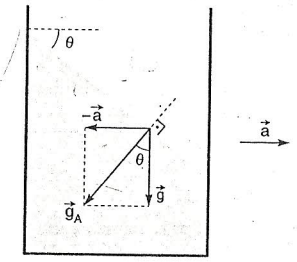


Fig. 3

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{a}{g} \quad \text{e} \quad g_A = \sqrt{a^2 + g^2}$$

Outros casos de recipientes acelerados

Se o recipiente da figura 1a for abandonado em um plano inclinado, de modo que ele deslize com aceleração $\vec{a}$, teremos duas possibilidades:

1ª) se não houver atrito entre o recipiente e o plano inclinado, a superfície livre do líquido ficará paralela ao plano inclinado (Fig. 4a);

2ª) se houver atrito entre o plano inclinado e o recipiente, sendo μ o coeficiente de atrito, a superfície livre do líquido formará um ângulo θ com o plano inclinado (Fig. 4b) tal que:

$$\operatorname{tg}\theta = \mu$$

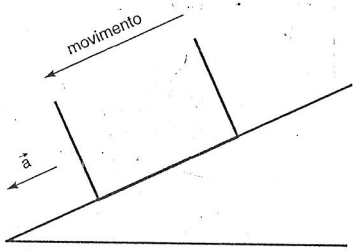


Fig. 4a

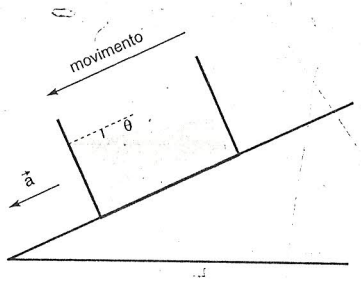


Fig. 4b

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

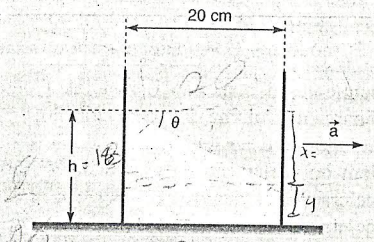
1. A figura representa uma caixa cúbica (e aberta na parte superior) de aresta 20 cm, que se move para a direita com movimento acelerado de aceleração $\vec{a}$. Dentro da caixa há certa quantidade de líquido cuja superfície livre forma ângulo θ com a horizontal.

Dados: sen $\theta = 0{,}60$; cos $\theta = 0{,}80$; h = 18 cm; $g = 10\,m/s^2$.

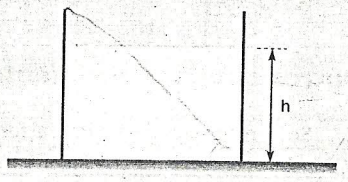
Calcule:

a) o módulo da aceleração $\vec{a}$;

b) o volume de líquido dentro da caixa.

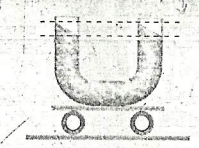


2. Uma caixa cúbica (e aberta na parte superior) de aresta 40 cm está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal, contendo líquido até uma altura h = 24 cm, como ilustra a figura. A partir de certo instante, aplicamos uma força sobre a caixa, de modo que ela adquire movimento acelerado, cuja direção é paralela a duas arestas da base. Supondo $g = 10\,m/s^2$, qual a máxima aceleração de modo que não haja derramamento de líquido para fora da caixa?

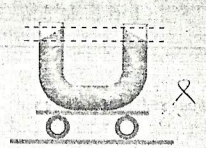


3. (FUVEST-SP) Um tubo em forma de *U*, parcialmente cheio de água, está montado sobre um carrinho que pode mover-se sobre trilhos horizontais e retilíneos, como mostra a figura. Quando o carrinho se move com aceleração constante para a direita, a figura que melhor representa a superfície do líquido é:

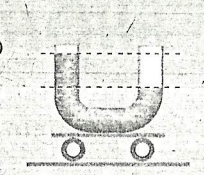
a)



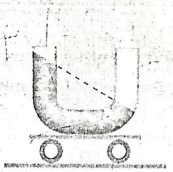
c)



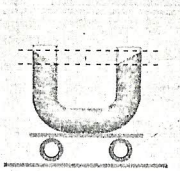
e)



b)



d)



2. ESCOAMENTO DE FLUIDOS

O movimento da água de um rio, a fumaça que sai de um cigarro aceso, o vento, o movimento do sangue no corpo humano, são exemplos de *escoamento de fluidos*. O escoamento de um fluido real tem um comportamento bastante complexo; assim, faremos quatro hipóteses simplificadoras, as quais definem um *fluido ideal*. Sob certas condições, o comportamento de um fluido real é muito semelhante ao do fluido ideal. As quatro hipóteses são:

Escoamento não viscoso

A *viscosidade* é uma espécie de atrito interno ao fluido; há uma resistência ao deslizamento de uma parte do fluido sobre a outra, que provoca perda de energia mecânica, a qual é transformada em energia térmica. Consideremos, por exemplo, um copo cheio de água e outro copo cheio de leite condensado. Se virarmos os dois copos, de modo a derramar seus conteúdos, verificaremos que a água derrama-se com mais "facilidade"; o leite condensado escoa mais lentamente, com mais "dificuldade". Isso acontece porque o leite condensado é *mais viscoso* do que a água. Em certos casos, a viscosidade é desejável, como nos óleos lubrificantes. No fluido ideal a viscosidade é nula.

Escoamento incompressível

O escoamento é dito incompressível quando a densidade do fluido não varia ao longo do percurso e também não varia em relação ao tempo. Com os líquidos, que são pouco compressíveis, isso é fácil de conseguir, mas com os gases é mais difícil, pois eles são facilmente compressíveis. Porém, há uma série de situações em que a variação de densidade é pequena e pode ser desprezada.

Escoamento irrotacional

O escoamento é irrotacional quando nenhuma porção do fluido efetua movimento de rotação em torno de seu centro de massa.

Escoamento estacionário

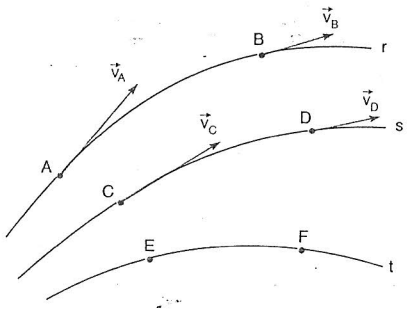
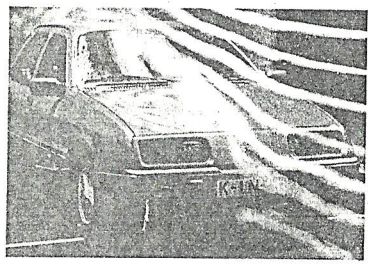


Fig. 5



Automóvel em túnel de vento. As linhas de corrente tornam-se visíveis com partículas da fumaça introduzida no túnel.

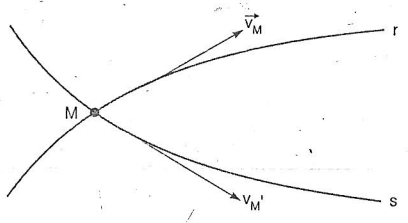


Fig. 6 Se o escoamento for estacionário, as linhas r e s não podem ser linhas de corrente, pois estas não podem se cruzar.

O escoamento é chamado *estacionário* (ou *permanente*) quando a velocidade vetorial do fluido em um ponto qualquer não varia com o tempo. Na figura 5, as linhas *r*, *s* e *t* representam algumas trajetórias das moléculas de um fluido em escoamento estacionário. Todas as moléculas que passam pelo ponto *A* passam com a mesma velocidade $\vec{v}_A$ e todas as moléculas que passam pelo ponto *B* têm a mesma velocidade $\vec{v}_B$ (mas $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ podem ser diferentes). Além disso, qualquer molécula que passe por *A* seguirá a mesma trajetória *r*; do mesmo modo, qualquer molécula que passe por *C* seguirá a mesma trajetória *s*. As trajetórias são denominadas *linhas de corrente*.

Obviamente, num escoamento estacionário, as trajetórias não podem se cruzar, pois, se isso ocorresse, como na figura 6, num mesmo ponto *M* teríamos duas velocidades diferentes, $\vec{v}_M$ e $\vec{v}'_M$.

Num escoamento *não-estacionário* (ou *turbulento*), a velocidade num ponto qualquer não é a mesma para todas as moléculas que passam por esse ponto; além disso, cada molécula que passa por esse ponto segue uma trajetória diferente.

Na região central de um rio, em que as águas se movem com baixa velocidade, o escoamento é aproximadamente estacionário. No entanto, numa cachoeira ou numa região em que a velocidade do rio é alta, e além disso há pedras no meio (corredeiras), o escoamento é turbulento.

Na figura 7 temos a foto de um cigarro aceso e a fumaça que dele sai. Nas proximidades do cigarro, as trajetórias das partículas da fumaça são aproximadamente constantes e o escoamento é aproximadamente estacionário. A partir de certa altura, o escoamento torna-se turbulento.

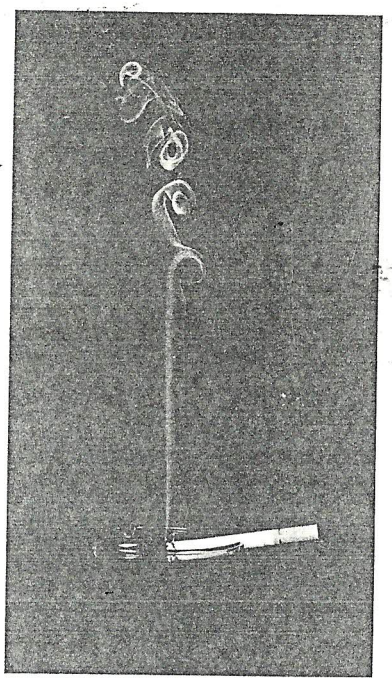


Fig. 7

Tubo de escoamento

No interior de um fluido em escoamento estacionário, vamos considerar uma superfície S_A (Fig. 8) e, entre as inúmeras linhas de corrente, vamos considerar as que passam por S_A. Essas linhas definem uma região denominada *tubo de escoamento* ou *tubo de fluxo*.

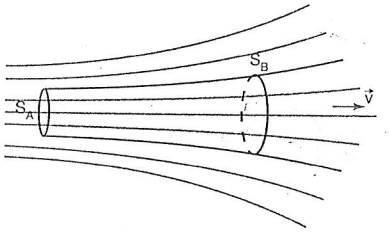


Fig. 8

Tudo se passa como se esse tubo fosse um cano: nenhum fluido atravessa as paredes do tubo, todo o fluido que passa por S_A passará por S_B.

Observação

No caso geral, uma linha de corrente é definida como uma linha traçada de tal modo que, em cada ponto, o vetor velocidade da partícula do fluido é tangente à linha (Fig. 9). No caso do escoamento estacionário, que é o que nos interessa, as linhas de corrente coincidem com as trajetórias das partículas do fluido. No entanto, é importante observar que, se o escoamento for turbulento, as linhas de corrente não coincidirão com as trajetórias.

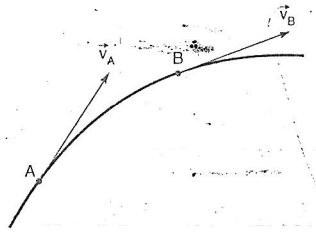


Fig. 9

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

3. VAZÃO E FLUXO DE MASSA

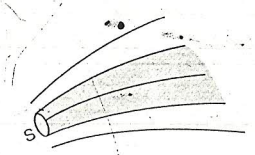


Fig. 10

Em um tubo de fluxo, consideremos uma seção reta S (Fig. 10). Sendo ΔV o volume de fluido que passa por S num intervalo de tempo Δt, definimos a *vazão* (ϕ) do fluido através de S por:

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Se considerarmos a massa (Δm) de fluido que passa por S no intervalo de tempo Δt, definimos o *fluxo de massa* (ψ) através de S por:

$$\psi = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Sendo d a densidade do fluido, temos $\Delta m = d \cdot (\Delta V)$ e assim:

$$\psi = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{d \cdot (\Delta V)}{\Delta t} = d \cdot \left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right) = d \cdot \phi \qquad \psi = d \cdot \phi$$

Alguns autores chamam o *fluxo de massa* de *vazão mássica*.

Exemplo:

Uma torneira despeja um líquido de densidade $d = 1{,}2\,g/cm^3$, à razão de 18 litros por minuto. Vamos calcular a vazão dessa torneira nos sistemas CGS e Internacional. Lembrando que 1 litro equivale a $10^3\,cm^3$, temos:

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{18\,\ell}{1\,min} = \frac{18 \cdot 10^3\,cm^3}{60\,s} = 3 \cdot 10^2 cm^3/s$$

Como $1\,cm^3 = 10^{-6}m^3$, obtemos:

$\phi = 3 \cdot 10^2 cm^3/s = 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} m^3/s = 3 \cdot 10^{-4} m^3/s$

Vamos também calcular o fluxo de massa nos dois sistemas de unidades, lembrando que $1\,g/cm^3 = 10^3 kg/m^3$

No sistema CGS:

$$\psi = d \cdot \phi = \left(1{,}2\frac{g}{cm^3}\right)\left(3 \cdot 10^2 \frac{cm^3}{s}\right) = 3{,}6 \cdot 10^2 g/s$$

No SI:

$d = 1{,}2\,g/cm^3 = 1{,}2 \cdot 10^3\,kg/m^3$

e assim:

$$\psi = d \cdot \phi = \left(1{,}2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}\right)\left(3 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}\right) = 0{,}36\,kg/s$$

Relação entre vazão e velocidade

Consideremos agora um tubo de fluxo em que as linhas de corrente sejam paralelas (Fig. 11). Nesse caso (como veremos adiante), a velocidade do fluido ao longo do tubo é constante. Uma partícula que, em determinado instante, passa por S com velocidade $\vec{v}$, após um intervalo de tempo Δt estará em S' (com velocidade $\vec{v}$), tendo percorrido uma distância x, tal que:

$$x = v \cdot (\Delta t)$$

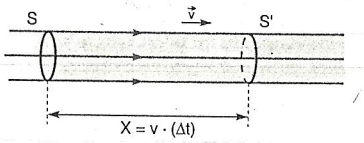


Fig. 11

O volume de fluido que passou por S no intervalo de tempo Δt é o volume entre S e S' (sombreado na figura 11). Sendo A a área de S, temos:

$$\Delta V = A \cdot x = A \cdot v \cdot (\Delta t)$$

Portanto, a vazão do fluido nesse tubo é:

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot v \cdot (\Delta t)}{\Delta t} = A \cdot v \qquad \phi = A \cdot v$$

Para o fluxo de massa temos:

$$\psi = d \cdot \phi = d \cdot A \cdot v \qquad \psi = d \cdot A \cdot v$$

Equação de continuidade

Tomemos agora um tubo de fluxo em que a seção reta não seja constante, como ilustra a figura 12. Supondo fluido ideal e portanto incompressível, para qualquer intervalo de tempo Δt, o volume que passa por S_1 é o mesmo que passa por S_2 e, portanto, a vazão através de S_1 deve ser igual à vazão através de S_2:

$$\phi_1 = \phi_2$$

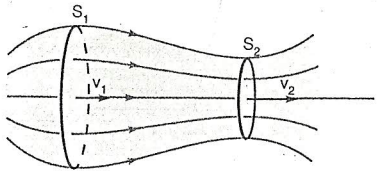


Fig. 12

Lembrando que $\phi = A \cdot v$, temos:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \qquad \text{(I)}$$

onde: A_1 = área de S_1
A_2 = área de S_2
v_1 = velocidade do fluido em S_1
v_2 = velocidade do fluido em S_2

A equação (I) é conhecida pelo nome de *equação de continuidade* para o fluido ideal. De acordo com essa equação, A e v são *inversamente proporcionais*. Onde o tubo é mais estreito, a velocidade é maior e as linhas de corrente estão mais próximas; onde o tubo é mais largo, a velocidade é menor e as linhas de corrente estão mais afastadas. Se as linhas de corrente forem paralelas (como na figura 11), a seção reta terá área A constante e, portanto, a velocidade será constante.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

4. Por um cano cujo raio interno é $r = 1{,}0\,cm$, flui um líquido, de modo que por uma seção reta passam 720 litros por hora. Considere a densidade do líquido igual a $1{,}2\,g/cm^3$ e $\pi = 3{,}1$.

a) Calcule a vazão nesse cano, em ℓ/min, ℓ/s e cm^3/s.

b) Qual a velocidade do líquido?

c) Calcule o fluxo de massa nesse cano.

Resolução:

a) Lembrando que $1\,h = 60\,min$, $1\,min = 60\,s$ e $1\,\ell = 10^3 cm^3$, temos:

$$\phi = \frac{720\,\ell}{1\,h} = \frac{720\,\ell}{60\,min} = 12\,\ell/min \qquad \phi = 12\,\ell/min$$

$$\phi = \frac{12\,\ell}{min} = \frac{12\,\ell}{60\,s} = 0{,}20\,\ell/s \qquad \phi = 0{,}20\,\ell/s$$

$$\phi = \frac{0{,}20\,\ell}{s} = \frac{(0{,}20)(10^3 cm^3)}{s} \qquad \phi = 2{,}0 \cdot 10^2 cm^3/s$$

b) A área da seção reta do cano é:

$A = \pi \cdot r^2 = (3{,}1)\,(1{,}0\,cm)^2 = 3{,}1\,cm^2$

Como $\phi = A \cdot v$, temos:

$$v = \frac{\phi}{A} = \frac{2{,}0 \cdot 10^2 cm^3/s}{3{,}1\,cm^2} \qquad v \cong 64\,cm/s$$

c) O fluxo de massa ψ é dado por:

$\psi = d \cdot \phi = (1{,}2\,g/cm^3)\,(2{,}0 \cdot 10^2 cm^3/s)$ $\qquad \psi = 2{,}4 \cdot 10^2\,g/s$

5. Um líquido de densidade $8{,}0 \cdot 10^2\,kg/m^3$ flui através de um cano de seção reta constante, com velocidade constante 10 m/s, de modo que, por uma seção reta qualquer, passam 240 litros por minuto.

a) Calcule a vazão nesse cano, em ℓ/s e m^3/s.

b) Qual a área da seção reta desse cano?

c) Calcule o fluxo de massa através desse cano, em kg/s.

6. Uma mangueira, que despeja água à razão de 2,0 litros por segundo, é usada para encher uma piscina em forma de paralelepípedo, cuja área da base é $48\,m^2$ e cuja profundidade é 1,5 m.

a) Quanto tempo será gasto para encher a piscina?

b) Com que velocidade subirá o nível da água na piscina enquanto durar o processo de enchimento?

7. Por um tubo, cuja seção transversal tem área constante e igual a $2{,}0\,cm^2$, escoa um líquido à velocidade de 4,0 m/s. Quanto tempo será necessário para a passagem de 240 litros do líquido, por uma seção transversal qualquer?

8. O gás natural que abastece uma cidade é transportado à razão de 1,6 kg/s, através de um cano cuja seção transversal tem área de $600\,cm^2$. Calcule a velocidade do gás, sabendo que sua densidade é $0{,}90\,kg/m^3$.

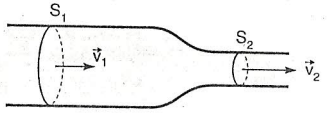
9. Complete:

a) $1\,m^3/s = \ldots\,\ell/s$.

b) $240\,m^3/min = \ldots\,\ell/min = \ldots\,\ell/s$.

c) $600\,cm^3/s = \ldots\,m^3/min$.

10. A figura representa duas seções transversais, S_1 e S_2, de uma tubulação através da qual escoa um fluido ideal. As áreas de S_1 e S_2 são, respectivamente, iguais a $40\,cm^2$ e $30\,cm^2$. Sabendo que em S_1 a velocidade do fluido é 6 m/s, calcule a velocidade em S_2.



Resolução:

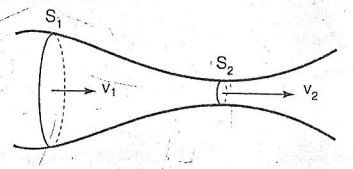
Pela equação de continuidade devemos ter:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Portanto:

$$v_2 = \frac{A_1 \cdot v_1}{A_2} = \frac{(40\,cm^2)(6{,}0\,m/s)}{30\,cm^2} \qquad v_2 = 8{,}0\,m/s$$

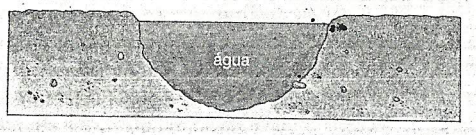
11. Um fluido ideal escoa por uma tubulação de seção reta variável, como ilustra a figura. O fluido passa por S_1, cuja área é $12\,cm^2$, com velocidade 10 m/s. Calcule a área de S_2, sabendo que nessa seção a velocidade do fluido é 30 m/s.



12. Em um adulto, a artéria aorta tem raio interno aproximadamente igual a 1,0 cm e o sangue passa por ela com velocidade média de 30 cm/s. Calcule a ordem de grandeza do número de vasos capilares, sabendo que cada um tem raio interno de aproximadamente $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ cm e que a velocidade do sangue no capilar é aproximadamente igual a $5{,}0 \cdot 10^{-2}\,cm/s$.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

13. (Mackenzie-SP) Um fazendeiro, para estimar a vazão de água em um canal de irrigação, cuja seção transversal é aproximadamente semicircular (como na figura), procede do seguinte modo: faz duas marcas numa das margens do canal, separadas por quatro passadas (cada passada vale aproximadamente um metro); coloca na água um ramo seco e mede um minuto para o mesmo ir de uma marca à outra. Finalmente, verifica que a largura do canal equivale a uma sua passada. O fazendeiro faz cálculos e conclui que a vazão procurada vale aproximadamente:



a) $2\pi m^3 \cdot s^{-1}$

b) $\frac{3\pi}{2} m^3 \cdot s^{-1}$

c) $\frac{\pi}{30} m^3 \cdot s^{-1}$

d) $\frac{\pi}{60} m^3 \cdot s^{-1}$

e) $\frac{\pi}{120} m^3 \cdot s^{-1}$

14. (FUVEST-SP) A artéria aorta de um adulto tem um raio de cerca de 1 cm e o sangue nela flui com velocidade 33 cm/s.

a) Quantos litros de sangue por segundo são transportados pela aorta?

b) Sendo 5 litros o volume de sangue no organismo, use o resultado anterior para estimar o tempo médio que o sangue leva para retornar ao coração.

15. (F. M. Santos-SP) Sendo a velocidade média do sangue capilar 0,05 cm/s e a área da seção transversal do capilar 10^{-4} mm^2, o tempo necessário para a passagem de 1 mm^3 de sangue por uma seção transversal qualquer do capilar é um valor mais próximo de:

a) 6 s

b) 60 s

c) 6 min

d) 60 min

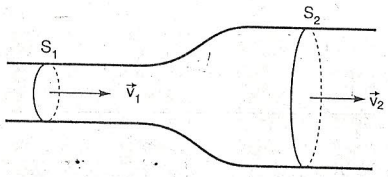
e) 6 h

16. (UNICAMP-SP) Uma caixa-d'água com volume de 150 litros coleta água da chuva à razão de 10 litros por hora.

a) Por quanto tempo deverá chover para encher completamente essa caixa-d'água?

b) Admitindo-se que a área da base da caixa é 0,50 m^2, com que velocidade subirá o nível da água na caixa, enquanto durar a chuva?

17. Um líquido ideal, cuja densidade é 0,80 g/cm^3, escoa por uma tubulação de seção reta variável, como indica a figura. As seções retas S_1 e S_2 têm áreas respectivamente iguais a 2,0 cm^2 e 6,0 cm^2. Sabendo que o fluxo de massa através de S_1 é 24 g/s, calcule:



a) a velocidade do líquido em S_1;

b) a velocidade do líquido em S_2;

c) a vazão através da tubulação.

18. (AFA-SP) Por uma tubulação escoa um fluido ideal. Num dado ponto, o diâmetro da tubulação é reduzido pela metade. Em vista disso, pode-se considerar que, em relação ao valor inicial, no local da redução:

a) a vazão é o dobro.

b) a velocidade é dobrada.

c) a velocidade é quadruplicada.

d) a vazão diminui para a metade.

4. PRESSÃO E VELOCIDADE

Na Hidrostática vimos o Teorema de Stevin, que nos dá a diferença de pressão entre dois pontos situados dentro de um fluido em repouso, em função do desnível entre esses dois pontos; através desse teorema, vimos que a pressão em um ponto do fluido *depende do nível* desse ponto. Porém, quando o fluido está em movimento, é fácil perceber que, além do nível, há um outro fator que afeta o valor da pressão: a *velocidade*. Consideremos, por exemplo, o tubo da figura 13,

disposto horizontalmente e pelo qual escoa um fluido ideal. Tomemos, sobre as seções retas S_x e S_y, os pontos X e Y, situados no mesmo nível. No ponto X o fluido tem velocidade $\vec{v}_x$ e no ponto Y tem velocidade $\vec{v}_y$. Sendo A_x e A_y as áreas de S_x e S_y, temos, pela equação de continuidade:

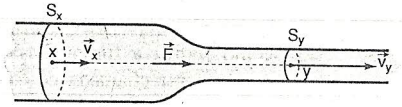


Fig. 13

$$A_x \cdot v_x = A_y \cdot v_y$$

Assim: $A_y < A_x \Longrightarrow v_y > v_x$

Portanto, ao passar do trecho "largo" para o trecho "estreito", a velocidade aumentou. Isso significa que as partículas do fluido foram aceleradas e, assim, há uma força, com o sentido indicado na figura, produzindo essa aceleração. O fato de o sentido da força ser da esquerda para a direita significa que a pressão à esquerda é maior que a pressão à direita:

$$p_x > p_y$$

Se o fluido estivesse em repouso, as pressões em X e Y seriam iguais, pois esses pontos estão no mesmo nível. Porém, como o fluido está em movimento, as pressões em X e Y são diferentes: de $v_x < v_y$ concluímos que $p_x > p_y$, isto é:

> No trecho em que a *velocidade é maior*, a *pressão é menor*.

Na figura 13, consideramos o fluido indo da esquerda para a direita (do trecho largo para o trecho estreito). Se o fluido fosse da direita para a esquerda (do trecho estreito para o largo), a força $\vec{F}$ teria o mesmo sentido da figura, pois, ao passar de S_y para S_x, as partículas diminuiriam a velocidade, sendo, portanto, retardadas.

Da análise que fizemos, percebemos que precisamos de um teorema mais amplo que o de Stevin, um que relacione a *pressão* com o *nível* e com a *velocidade* do fluido. Esse teorema (ou lei) será visto no próximo item. Antes, porém, vamos apresentar algumas interessantes aplicações da variação da pressão com a velocidade.

Força de sustentação de um avião

Imaginemos um avião em movimento horizontal, com velocidade constante, da esquerda para a direita. Podemos analisar essa situação considerando um referencial fixo no avião, isto é, supomos que o avião está em repouso e o ar se movimenta da direita para a esquerda. A asa do avião é projetada de modo que as linhas de corrente próximas dela se curvam como mostra a figura 14. Na região acima da asa, as linhas de corrente estão mais próximas do que na região abaixo da asa. Isso significa que, acima da asa, a velocidade é maior do que abaixo e,

portanto, acima da asa a pressão é menor que abaixo; como resultado, há uma força ascencional $\vec{F}_s$, como indica a figura. Essa força costuma ser chamada de força de *sustentação*.

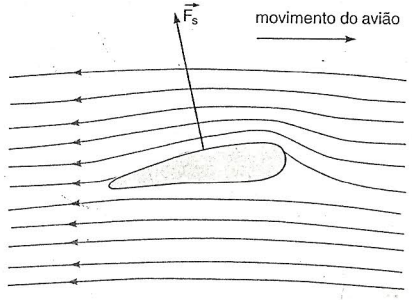


Fig. 14

Aproximação de objetos

Na figura 15a temos representadas duas bolas de pingue-pongue, suspensas por fios leves.

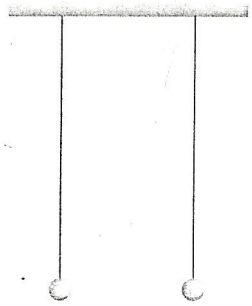


Fig. 15 a

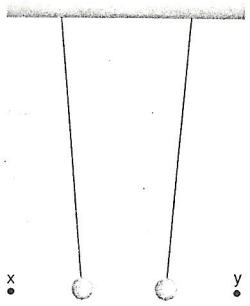


Fig. 15 b

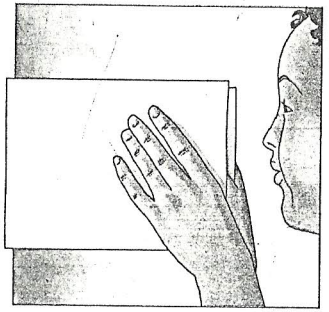


Fig. 15 c

Se soprarmos na região *entre* as bolas, a pressão nessa região ficará menor que a pressão nos pontos *X* e *Y* (Fig. 15b), provocando uma aproximação das bolas. O mesmo ocorre quando sopramos no espaço entre duas folhas de papel, como ilustra a figura 15c: as folhas se aproximam. Uma situação semelhante ocorre numa estrada quando um veículo passa por outro, ambos com alta velocidade. Durante a ultrapassagem, os veículos são "puxados" um em direção ao outro.

Na figura 16 representamos uma situação em que um jato de ar é lançado através do orifício no centro de um carretel de linha. Um cartão colocado próximo ao outro lado do orifício é "puxado" pelo carretel, pois a pressão em *A* é menor que a pressão em *B*. Um efeito semelhante ocorre quando vemos uma cortina sendo "puxada" pela janela quando venta paralelamente à janela.

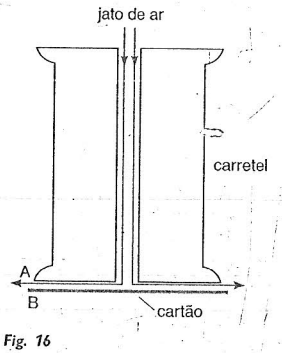


Fig. 16

Bolas suspensas

Uma bola de pingue-pongue pode ser mantida suspensa (Fig. 17a) por um jato de ar produzido por um secador de cabelos ou por um aspirador de pó (ligando a mangueira na parte de "trás" do aspirador). Nas proximidades do jato, onde o ar é mais rápido, a pressão é menor do que a pressão atmosférica no local. Assim, se a bolinha sofrer um pequeno desvio para a direita ou para a esquerda, encontrará uma região de pressão maior e tenderá a voltar ao centro do jato. Além disso, as linhas de corrente logo acima da bola estão mais abertas que abaixo; isso significa que a pressão um pouco acima é maior que a pressão abaixo, impedindo que a bola suba. O mesmo tipo de consideração sobre as linhas de corrente nos faz entender por que a bolinha da figura 17b (onde o ar é lançado por um funil invertido) não cai: a pressão logo abaixo é maior que a pressão logo acima.

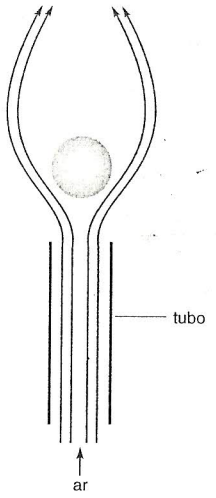


Fig. 17a

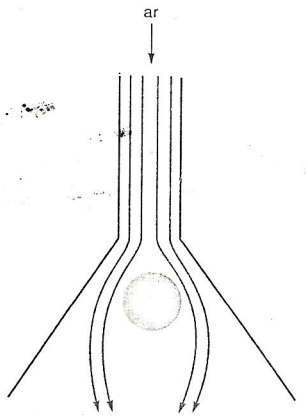


Fig. 17b

Vaporizadores

A figura 18 representa esquematicamente um vaporizador. Apertando-se a bola de borracha *B*, é produzido um jato de ar que provoca uma diminuição da pressão no tubo *T*, provocando a subida do líquido que está no recipiente *R*. O líquido mistura-se com o ar, dispersando-se em pequenas gotas que saem pela extremidade *E* do tubo. Se houver um estreitamento do tubo no ponto *A*, o efeito será intensificado. É dessa maneira que funcionam os *sprays* de perfume, tinta, etc. O mesmo princípio é usado no carburador de um automóvel. Um jato de ar provoca a vaporização da gasolina que, misturada com o ar, entra na câmara de combustão.

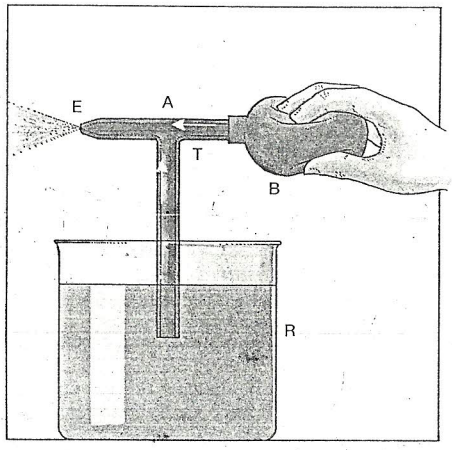


Fig. 18

Levantamento do teto de um edifício

Um vento de alta velocidade passando sobre o teto de uma casa cria uma região de baixa pressão, isto é, a pressão logo acima do teto é menor que a pressão no interior da casa. Se a diferença de pressão for muito grande, o teto pode ser levantado. Um modo de evitar esse desastre é abrir as janelas para diminuir a pressão no interior da casa, mas isso pode provocar outro desastre: os móveis serão lançados contra as paredes. Um modo mais eficiente é providenciar uma forte "amarração" do teto à estrutura da casa.

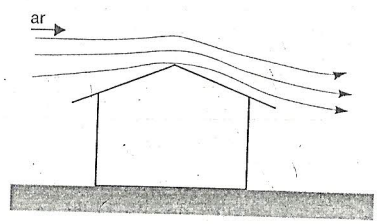


Fig. 19

Dois casos de fluido real

Os fluidos ideais têm viscosidade nula, mas os fluidos reais possuem viscosidade e isso tem algumas conseqüências interessantes.

Animais que vivem sob a terra, como coelhos, precisam construir suas tocas de modo que o ar circule por elas, evitando que eles fiquem sufocados. Assim, essas tocas são construídas com pelo menos duas entradas, e em uma delas há um pequeno monte, de modo que haja um pequeno desnível entre as entradas. Devido à viscosidade, a velocidade do ar próximo ao solo é menor que a velocidade um pouco acima. Por causa dessa desigualdade, há uma diferença de pressão entre as duas entradas, provocando um fluxo de ar dentro da toca.

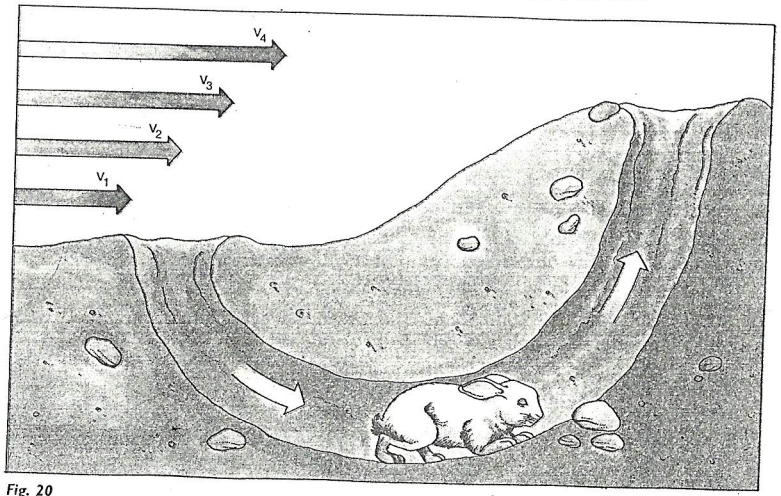


Fig. 20

Outro caso interessante é o chamado "efeito Magnus", que faz com que a trajetória de uma bola de tênis, de beisebol ou de futebol dependa do fato de ela ter ou não rotação. Para ver como isso ocorre, suponhamos primeiramente a bola

se movimentando sem rotação, isto é, tendo apenas movimento de translação; as linhas de corrente estão na figura 21a.

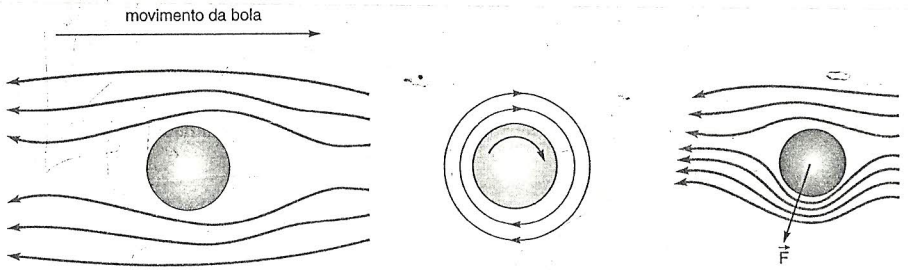


Fig. 21a Fig. 21b Fig. 21c

Suponhamos agora que a bola não tenha movimento de translação, mas de rotação, por exemplo, no sentido horário, como indica a figura 21b. Por causa da viscosidade (que é um tipo de atrito) a bola arrasta o ar que está próximo, produzindo as linhas de corrente aproximadamente circulares assinaladas na figura. Na figura 21c temos a superposição das linhas das figuras 21a e 21b. Na parte superior as velocidades têm sentidos opostos e portanto há uma diminuição na velocidade resultante; na parte de baixo as velocidades têm o mesmo sentido, ocorrendo um aumento na velocidade resultante. Desse modo, o resultado é que a velocidade abaixo é maior que a velocidade acima da bola; portanto, a pressão abaixo é menor que a pressão acima, resultando numa força para baixo, provocando um desvio na trajetória que a bola teria se só houvesse translação. É fácil verificar que, se a rotação da bola fosse no sentido anti-horário, a força seria para cima.

A figura 22 ilustra duas situações de desvio de trajetória causado pela rotação da bola.

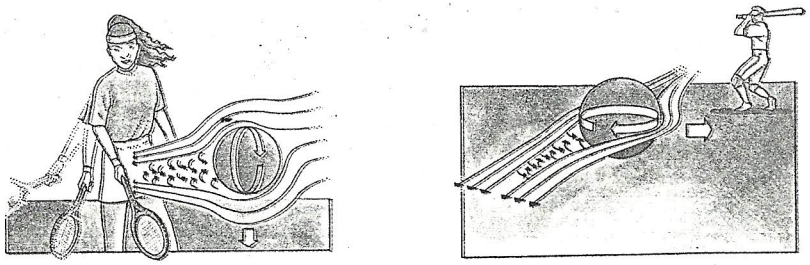


Fig. 22

5. EQUAÇÃO DE BERNOUILLI

A lei que relaciona a pressão com o nível e a velocidade do fluido foi obtida por Daniel Bernouilli (1700-1782) e é expressa através de uma equação que leva o seu nome. A seguir vamos apresentar essa equação sem demonstração e faremos algumas aplicações. A demonstração será dada mais adiante, no item 9 deste capítulo.

Na figura 23, s é uma linha de corrente, situada no interior de um tubo de corrente de um fluido ideal. Sobre s tomamos os pontos 1 e 2, cujas alturas, em relação a um plano horizontal (α) qualquer, são y_1 e y_2. Nesses pontos, as pressões são p_1 e p_2 e as velocidades são $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$. Sendo d a densidade do fluido e g a aceleração da gravidade, Bernouilli demonstrou que:

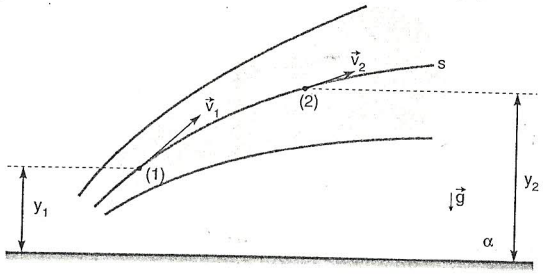


Fig. 23

$$p_1 + dgy_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + dgy_2 + \frac{dv_2^2}{2} \qquad \text{(equação de Bernouilli)}$$

Casos particulares

1) Se o fluido estiver em repouso, teremos $v_1 = v_2 = 0$ e a equação de Bernouilli se reduzirá à equação de Stevin, vista na Hidrostática:

$$p_1 = dgy_1 = p_2 + dgy_2 \Longrightarrow p_1 = p_2 + dg\underbrace{(y_2 - y_1)}_{h} = p_2 + dgh$$

2) Se os pontos 1 e 2 estiverem no mesmo nível (Fig. 24), teremos $y_1 = y_2$ e a equação de Bernouilli se reduzirá a:

$$p_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

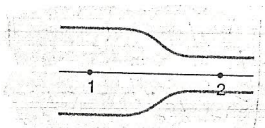


Fig. 24

Observações

1ª) Na equação de Bernouilli, a pressão p é chamada de *pressão estática* ou *absoluta*; o termo $\frac{dv^2}{2}$ é chamado de *pressão dinâmica*. Alguns autores chamam a soma $p + \frac{dv^2}{2}$ de *pressão total*.

2ª) Sendo p_a a pressão atmosférica e p a pressão estática em um ponto, a diferença $p - p_a$ é chamada de *pressão efetiva nesse ponto*.

Exemplo:

A figura 25 mostra uma tubulação disposta horizontalmente, por dentro da qual escoa um fluido ideal de densidade $6{,}0 \cdot 10^2\,kg/m^3$. As áreas das seções retas S_1 e S_2 são, respectivamente, $5{,}0 \cdot 10^{-4}\,m^2$ e $2{,}5 \cdot 10^{-4}\,m^2$. Sabendo que no ponto 1 a velocidade é 2 m/s e a pressão é $5{,}40 \cdot 10^4$ Pa, vamos calcular a velocidade e a pressão no ponto 2. Com relação à velocidade, usaremos a equação de continuidade:

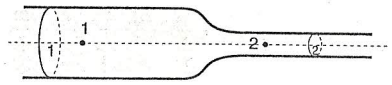


Fig. 25

$$A_1v_1 = A_2v_2 \Longrightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v_1 = \left(\frac{5{,}0 \cdot 10^{-4}\,m^2}{2{,}5 \cdot 10^{-4}\,m^2}\right) \cdot (2{,}0\,m/s) = 4{,}0\,m/s$$

Apliquemos agora a equação de Bernouilli sem os termos dgy_1 e dgy_2, pois os dois pontos estão no mesmo nível:

$$p_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

ou:

$$p_2 = p_1 + \frac{d}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

$$p_2 = (5{,}40 \cdot 10^4) + \frac{6{,}0 \cdot 10^2}{2}\left[(2{,}0)^2 - (4{,}0)^2\right] = 5{,}04 \cdot 10^4\,Pa$$

6. EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Um recipiente (Fig. 26) contém um líquido de densidade d que escoa por um pequeno orifício de área A_2, situado a uma altura y_2 em relação a um plano horizontal α. O nível superior do líquido está a uma altura y_1, a qual obviamente diminui à medida que o líquido escoa pelo orifício. Seja A_1 a área da seção reta do recipiente na altura y_1.

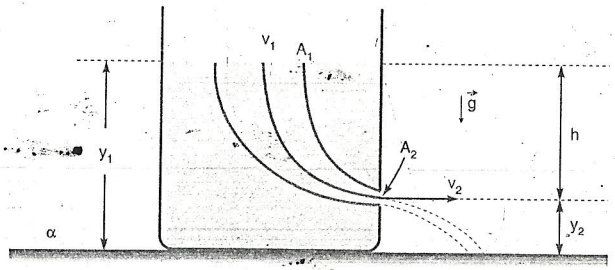


Fig. 26

Como o recipiente é aberto, tanto na parte superior como no orifício a pressão é igual à pressão atmosférica (p_a):

$$p_1 = p_2 = p_a$$

Vamos supor que A_1 seja muito maior que A_2 ($A_1 >> A_2$). Assim, pela equação de continuidade ($A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$), podemos admitir que $v_1 \cong 0$. Apliquemos então a equação de Bernouilli aos pontos 1 (situado na parte mais alta do líquido) e 2 (situado no orifício):

$$\underset{\downarrow}{p_1} + dgy_1 + \frac{dv_1^2}{2} = \underset{\downarrow}{p_2} + dgy_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$p_a \quad 0 \quad p_a$$

Assim: $$v_2^2 = 2g\underbrace{(y_1 - y_2)}_{h} = 2gh$$

ou: $$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$$ (equação de Torricelli)

É interessante observar que essa velocidade é a mesma que obteríamos para uma partícula que tivesse sido abandonada em repouso, de uma altura h, desprezando a resistência do ar.

Devemos observar também que h diminui à medida que o líquido escoa; no entanto, na hipótese $A_1 >> A_2$, essa diminuição é bastante lenta.

Veia contraída

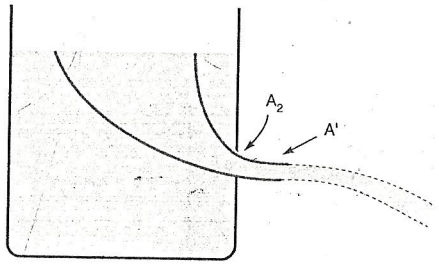
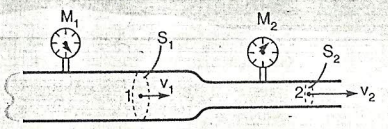


Fig. 27

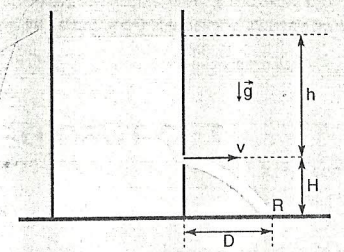
Experimentalmente, observa-se que a seção reta da veia líquida diminui até uma pequena distância da parede do recipiente, assumindo uma área A' menor que a área A_2 do orifício. Na realidade, é nesse ponto que a pressão do líquido fica igual à pressão atmosférica e, portanto, é nesse ponto que a velocidade tem o valor v_2 dado pela equação de Torricelli. Assim, se quisermos a vazão pelo orifício, devemos calcular $A' \cdot v_2$ em vez de $A_2 \cdot v_2$. A seção reta mínima é denominada *veia contraída* e sua área A', no caso de orifício circular, é aproximadamente 65% de A_2. Nos exercícios que se seguem, não consideraremos a veia contraída.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

19. Por uma tubulação disposta horizontalmente (veja a figura), escoa um líquido de densidade 0,80 g/cm³. Os medidores de pressão M_1 e M_2 assinalam, respectivamente, as pressões:
$p_1 = 6{,}0 \cdot 10^4$ Pa e $p_2 = 5{,}4 \cdot 10^4$ Pa.
Sabendo que as áreas das seções retas S_1 e S_2 são, respectivamente, iguais a 4,0 cm² e 3,0 cm², calcule os módulos das velocidades $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$.



20. A figura representa um recipiente contendo água que escoa por um pequeno orifício situado à altura H = 20 cm e cuja área é 0,10 cm². Adote g = 10 m/s², despreze a resistência do ar e suponha que a área da seção reta do recipiente seja muito maior que a área do orifício.
No instante em que h = 1,8 m, o jato de líquido atinge o solo no ponto R. Para esse instante, calcule:
a) a velocidade com que a água sai pelo orifício;
b) a vazão através do orifício (despreze a veia contraída);
c) a distância D assinalada na figura.

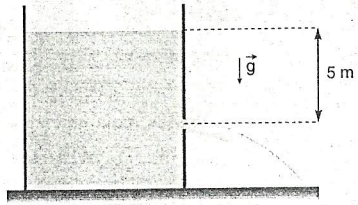


21. Um vento de 144 km/h sopra acima do teto de uma casa. Admitindo que a densidade do ar seja 1,2 kg/m³ e que a área do teto seja 50 m², calcule:
a) a diferença de pressão entre um ponto logo abaixo e outro logo acima do teto;
b) a intensidade da força que resulta dessa diferença de pressão e que tende a levantar o teto.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

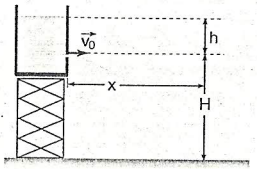
22. (AFA-SP) Através de uma tubulação horizontal, de secção reta variável, escoa água, cuja densidade é $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³. Numa certa secção da tubulação, a pressão estática e o módulo da velocidade valem, respectivamente, $1{,}5 \cdot 10^5$ N/m² e 2,0 m/s.
A pressão estática em outra secção da tubulação, onde o módulo da velocidade vale 8,0 m/s, é, em N/m²:
a) $1{,}2 \cdot 10^5$ b) $1{,}8 \cdot 10^5$ c) $3 \cdot 10^5$ d) $6 \cdot 10^5$

23. (Mackenzie-SP) A figura ilustra um reservatório contendo água. A 5 m abaixo da superfície livre existe um pequeno orifício de área igual a 3 cm². Admitindo g = 10 m/s², podemos afirmar que a vazão instantânea através desse orifício é:
a) 2 ℓ/s c) 1 ℓ/s e) 15 ℓ/s
b) 3 ℓ/s d) 10 ℓ/s



24. (FEI-SP) Uma caixa-d'água, conforme a figura anexa, apresenta um furo pelo qual jorra água. Calcule o alcance horizontal x do jato d'água nessas condições.

Dados: h = 1,8 m; H = 20,0 m; g = 10 m/s^2.



25. (UNICAMP-SP) Em 29/11/95, um jornal publicou a seguinte notícia:

"Um tornado com ventos de 180 km/h destruiu o telhado do ginásio da Unicamp. Segundo engenheiros da Unicamp, a estrutura pesa aproximadamente 250 toneladas."

Uma possível explicação para o fenômeno seria considerar uma diminuição da pressão atmosférica devida ao vento, na parte acima do telhado. Suponha que a densidade do ar é 1,2 kg/m^3, a área do telhado é 5 400 m^2 e que o telhado estava apenas apoiado nas paredes.

a) Calcule a variação da pressão externa devida ao vento.
b) Quantas toneladas poderiam ser levantadas pela força devida a esse vento?
c) Qual a menor velocidade do vento (em km/h) que levantaria o telhado?

7. O TUBO DE VENTURI

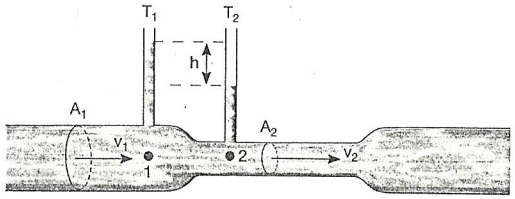


Fig. 28

O tubo de Venturi (ou medidor de Venturi) é usado para medir a velocidade de fluidos. Na figura 28 representamos um de seus modelos. Um líquido corre por uma canalização (cuja área da seção reta é A_1) com velocidade v_1, a qual queremos determinar. Intercalamos na canalização um tubo cuja área da seção reta (A_2) é menor que A_1. No ponto 1 a velocidade é v_1 e a pressão é p_1. No ponto 2, a velocidade é v_2 e a pressão é p_2. Como $A_2 < A_1$, temos $v_2 > v_1$ e $p_2 < p_1$. Desse modo, o líquido sobe a alturas diferentes nos tubos T_1 e T_2. Pelo Teorema de Stevin, temos:

$$p_1 - p_2 = dgh \qquad (I)$$

onde d é a densidade do líquido. Por outro lado, pela equação de Bernouilli, temos:

$$p_1 + \frac{d \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \frac{d \cdot v_2^2}{2}$$

ou

$$p_1 - p_2 = \frac{d}{2}(v_2^2 - v_1^2) \qquad (II)$$

Mas, pela equação de continuidade, temos:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad \text{ou} \quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v_1$$

Substituindo em (II):

$$p_1 - p_2 = \frac{d}{2}\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \cdot v_1^2 - v_1^2\right] = \frac{d}{2} \cdot v_1^2\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]$$

Assim:

$$v_1^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{d\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]} \quad \text{ou} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{d\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]}} \qquad (III)$$

Usando a igualdade (I):

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}} \qquad (IV)$$

Outro modelo de tubo de Venturi está representado na figura 29. Esse é o modelo que devemos usar se o fluido cuja velocidade queremos medir for um gás (mas, obviamente, pode ser usado para medir a velocidade de líquidos). O trecho na cor escura representa um líquido de densidade $d' > d$, denominado *líquido manométrico*, que pode ser, por exemplo, o mercúrio. Pelo Teorema de Stevin, estando o líquido manométrico em equilíbrio estático, as pressões nos pontos C e D devem ser iguais:

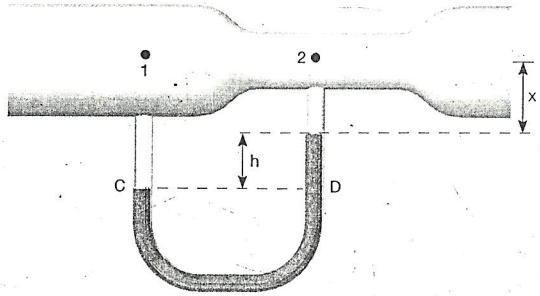


Fig. 29

$$p_C = p_D \qquad (V)$$

Mas, ainda pelo Teorema de Stevin, temos:

$$p_C = p_1 + dg(x + h) \quad \text{e} \quad p_D = p_2 + dgx + d'gh$$

Substituindo em (V):

$$p_1 + dg(x + h) = p_2 + dgx + d'gh$$

ou

$$p_1 - p_2 = (d' - d)gh \qquad (VI)$$

Substituindo em (III):

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(d' - d)gh}{d\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]}} \qquad (VII)$$

Se o fluido cuja velocidade queremos determinar for um gás, teremos $d' >> d$ e portanto: $d' - d \cong d'$. Nesse caso as equações (VI) e (VII) ficam:

$p_1 - p_2 = d'gh$ e $v_1 = \sqrt{\dfrac{2d'gh}{d\left[\left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]}}$

Esse segundo modelo de tubo de Venturi pode ser usado, por exemplo, para medir a velocidade de um avião.

8. O TUBO DE PITOT

Outro dispositivo usado para medir a velocidade de um fluido é o tubo de Pitot, esquematizado na figura 30. A região na cor mais escura representa um líquido manométrico de densidade d'. No ponto 2 a velocidade do fluido é nula. Aplicando a equação de Bernouilli aos pontos 1 e 2, temos:

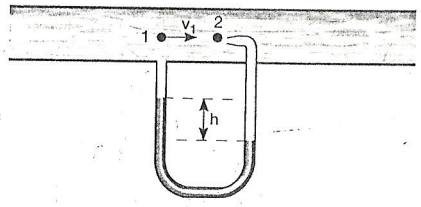


Fig. 30

$$p_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

onde d é a densidade do fluido.

Como $v_2 = 0$, obtemos:

$$p_2 - p_1 = \frac{dv_1^2}{2} \qquad \text{(I)}$$

Usando o mesmo raciocínio desenvolvido para o tubo de Venturi, obtemos:

$$p_2 - p_1 = (d' - d)gh \qquad \text{(II)}$$

Comparando as equações (I) e (II), vem:

$$\frac{dv_1^2}{2} = (d' - d)\,gh \implies v_1 = \sqrt{\frac{2(d' - d)gh}{d}} \qquad \text{(III)}$$

Se o fluido for um gás, teremos $d' >> d$, donde $d' - d \cong d'$. Assim, as equações (II) e (III) ficam:

$p_2 - p_1 = d'gh$ e $v_1 = \sqrt{\dfrac{2d'gh}{d}}$

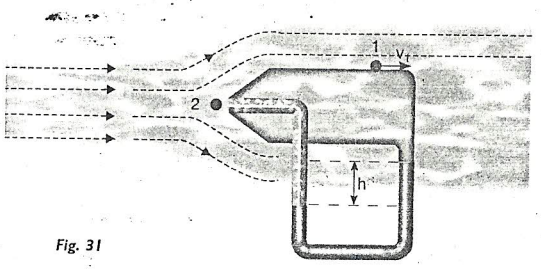


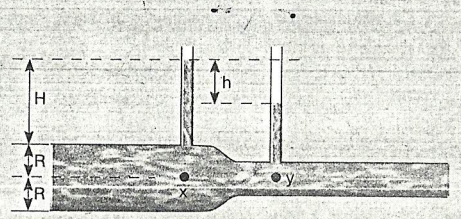
Fig. 31

Na figura 31 representamos uma variação do tubo de Pitot, conhecido como tubo de Prandtl. No ponto 2 a velocidade é nula e a velocidade v_1 pode ser obtida pela equação (III).

BIBLIOTECA
PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

26. Pelo tubo de Venturi representado ao lado, flui um líquido de densidade 1,5 g/cm³. Nos pontos *X* e *Y* as seções retas do tubo têm raios respectivamente iguais a R = 2,0 cm e r = 1,0 cm.

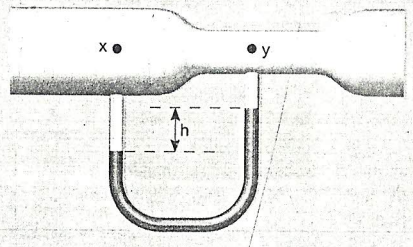


Calcule:

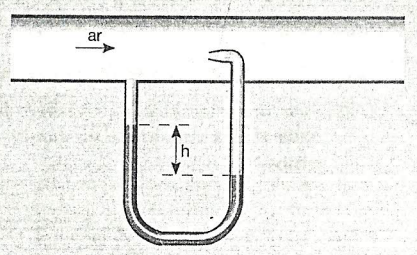
a) a velocidade nos pontos *X* e *Y*;
b) a vazão através do tubo;
c) o fluxo de massa através do tubo;
d) a pressão efetiva no ponto *X*;
e) a pressão estática no ponto *X*.

Dados: pressão atmosférica = $1{,}05 \cdot 10^5$ Pa; aceleração da gravidade = 10 m/s²; h = 300 cm; H = 310 cm.

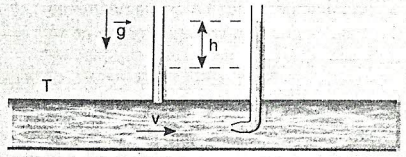
27. A figura representa um tubo de Venturi por onde flui o ar, cuja densidade é 1,25 kg/m³. O líquido manométrico é o mercúrio, cuja densidade é $13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³ e o desnível *h* é igual a 2,0 cm. As áreas das seções retas nos pontos *X* e *Y* são, respectivamente, iguais a 4,0 cm² e 2,0 cm². Supondo g = 10 m/s², calcule a velocidade do ar no ponto *X*.



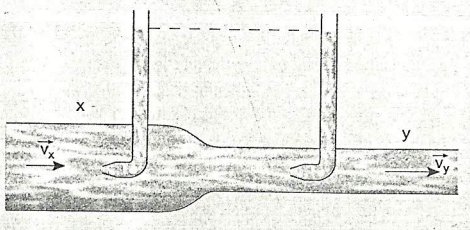
28. O tubo de Pitot esquematizado na figura foi usado para medir a velocidade de um avião em relação ao ar, cuja densidade é 1,25 kg/m³. O líquido manométrico é o mercúrio, cuja densidade é $13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³. Sendo g = 10 m/s² e h = 10 cm, calcule a velocidade do avião.



29. Pelo tubo *T*, representado na figura, escoa um líquido ideal com velocidade *v*. Sendo *g* a aceleração da gravidade, determine o valor de *v* em função de g e *h*.



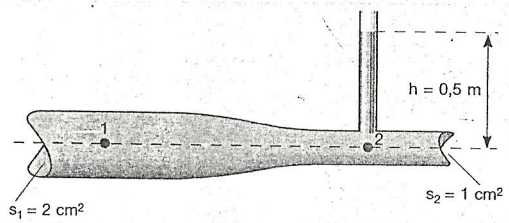
30. A figura representa um líquido ideal que escoa por uma canalização de modo que no trecho X a velocidade é v_x e no trecho Y a velocidade é v_y. As áreas das seções retas nos trechos X e Y são A_x e A_Y. Mostre que o líquido atinge o mesmo nível nos dois tubos.



EXERCÍCIOS DE REFORÇO

31. (Mackenzie-SP) Na tubulação horizontal indicada na figura, o líquido escoa com vazão de $400\,cm^3 \cdot s^{-1}$ e atinge a altura de 0,5 m no tubo vertical. A massa específica do líquido (suposto ideal) é $1\,g \cdot cm^{-3}$. Adotar $g = 10\,m \cdot s^{-2}$ e supor o escoamento permanente e irrotacional. A pressão efetiva no ponto I é:

a) $11 \cdot 10^3\,N \cdot m^{-2}$
b) $5 \cdot 10^3\,N \cdot m^{-2}$
c) $3 \cdot 10^3\,N \cdot m^{-2}$
d) $2 \cdot 10^3\,N \cdot m^{-2}$
e) $1 \cdot 10^3\,N \cdot m^{-2}$

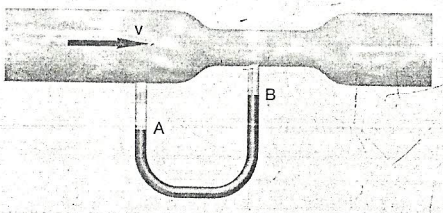


32. (AFA-SP) Um fluido ideal escoa através do tubo horizontal indicado na figura, segundo o sentido indicado, e o tubo em U contém mercúrio. A partir da situação apresentada, pode-se afirmar que o nível do mercúrio em B é mais elevado do que em A porque a pressão:

I. estática em A é maior do que em B.
II. dinâmica é maior no estrangulamento.
III. total é igual em qualquer ponto do tubo.

As afirmações são, respectivamente:

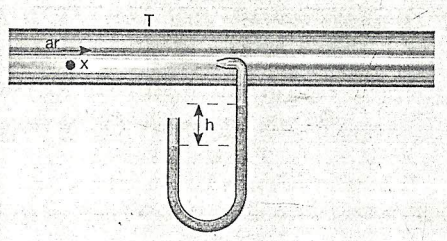
a) falsa, falsa e verdadeira.
b) verdadeira, falsa e falsa.
c) falsa, verdadeira e falsa.
d) verdadeira, verdadeira e verdadeira.



33. (AFA-SP) Um medidor do tipo Venturi está inserido numa tubulação, com finalidade de medir a vazão de um fluido ideal. Instalam-se dois manômetros para medir as pressões nos pontos 1 e 2, indicados na figura. Pode-se afirmar que a vazão é diretamente proporcional à(ao):

a) soma das pressões $(P_1 + P_2)$.
b) diferença das pressões $(P_1 - P_2)$.
c) quadrado da diferença de pressão $(P_1 - P_2)$.
d) raiz quadrada da diferença de pressão $(P_1 - P_2)$.

34. Pelo tubo T representado na figura ao lado escoa ar com velocidade 50,0 m/s. A densidade do ar é $1{,}25\,kg/m^3$ e a do líquido manométrico é $13{,}6 \cdot 10^3\,kg/m^3$. Sendo $g = 10{,}0\,m/s^2$, h = 10,0 cm e a pressão atmosférica igual a $1{,}05 \cdot 10^5$ Pa, calcule a pressão estática no ponto X.



9. DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE BERNOUILLI

Na figura 32a, S_1 e S_2 são duas seções transversais de um tubo de corrente em um fluido ideal. Supondo que o tubo seja bastante "fino", podemos admitir que em todos os pontos de S_1 a velocidade é v_1, a pressão é p_1 e a altura em relação a um plano horizontal de referência é y_1. Do mesmo modo, para os pontos de S_2, a velocidade é v_2, a pressão é p_2 e a altura é y_2. Sejam A_1 e A_2 as áreas de S_1 e S_2.

a)
b)
c)

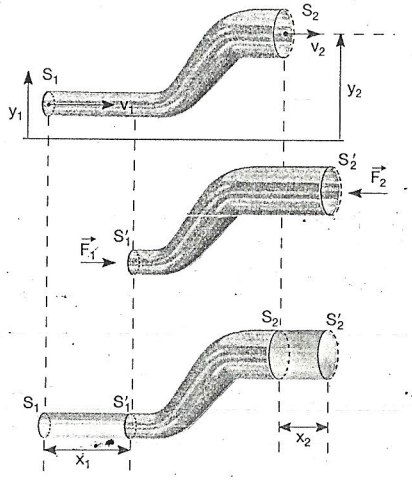


Fig. 32

Depois de um "pequeno" intervalo de tempo Δt, a porção de fluido que estava entre S_1 e S_2 estará entre S_1' e S_2' (Fig. 32b). Esse movimento se deu sob a ação das forças $\vec{F}_1$ (que o fluido à esquerda de S_1' exerce sobre a porção considerada) e $\vec{F}_2$ (que a porção à direita de S_2' exerce sobre a porção de fluido considerada). Tudo se passa como se o fluido situado entre S_1 e S_1' (Fig. 32c) fosse transportado para a região entre S_2 e S_2'. A essa porção de fluido que se movimentou chamaremos de *sistema*. Como o fluido é incompressível, o volume entre S_1 e S_1' deve ser igual ao volume entre S_2 e S_2':

$$A_1 \cdot x_1 = A_2 \cdot x_2 = V$$

Sendo d a densidade do fluido e m a massa do sistema, temos:

$$A_1 \cdot x_1 = A_2 \cdot x_2 = V = \frac{m}{d}$$

O trabalho realizado pelas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ sobre o sistema é:

$$\mathcal{T}_F = F_1 \cdot x_1 - F_2 \cdot x_2$$

Como $F_1 = p_1 \cdot A_1$ e $F_2 = p_2 \cdot A_2$, temos:

$$\mathcal{T}_F = p_1 \cdot \underbrace{A_1 \cdot x_1}_{V} - p_2 \cdot \underbrace{A_2 \cdot x_2}_{V} = (p_1 - p_2)\, V = (p_1 - p_2)\, \frac{m}{d} \qquad (I)$$

O trabalho realizado sobre o sistema pelas forças gravitacionais é igual à diferença entre a energia potencial inicial e a energia potencial final:

$$\mathcal{T}_G = mgy_1 - mgy_2 \qquad (II)$$

Aplicando o Teorema da Energia Cinética, temos:

$$\mathcal{T}_F + \mathcal{T}_G = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \qquad (III)$$

De (I) e (II) vem:

$$(p_1 - p_2)\frac{m}{d} + (mgy_1 - mgy_2) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

ou:

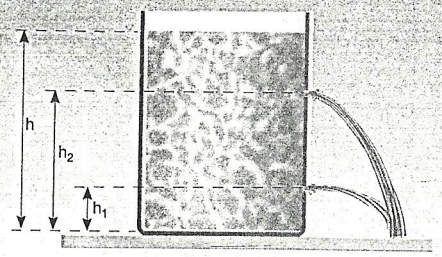
$$p_1 + dgy_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + dgy_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

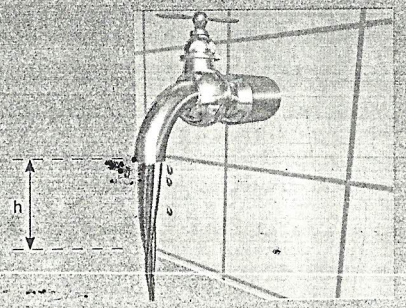
35. Um tanque de água de "grande" seção reta possui dois "pequenos" orifícios situados às alturas h_1 e h_2, como indica a figura. Para determinado nível h da superfície livre da água, observa-se que os dois jatos de água atingem o solo no mesmo ponto.

a) Calcule o valor de h sabendo que $h_1 = 20\,cm$, $h_2 = 45\,cm$ e $g = 10\,m/s^2$.

b) Sendo h_1 e h_2 quaisquer, determine a relação entre h, h_1 e h_2.



36. Pela abertura de uma torneira, cuja área é $1{,}6\,cm^2$, escoa água à razão de $24\,cm^3/s$. Como a vazão é constante, a corrente de água vai se estreitando como indica a figura, pois a velocidade aumenta e, de acordo com a equação de continuidade, onde a velocidade é maior, a área é menor. Adotando $g = 10\,m/s^2$ e supondo que as partículas de água caiam em queda livre, determine a área da seção reta da corrente de água a uma distância $h = 2{,}0\,cm$ da boca da torneira.

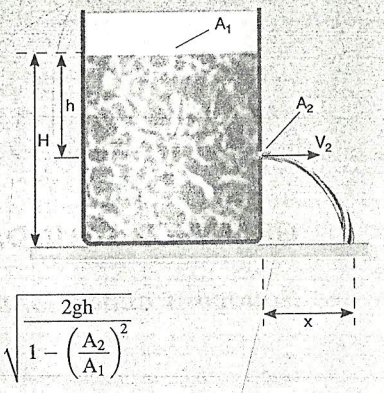


37. Um tanque cilíndrico de seção reta cuja área é A_1 contém um líquido que escoa por um orifício cuja área é A_2.

a) Supondo $A_2 << A_1$, determine a relação entre h e H de modo que o alcance x do jato seja máximo.

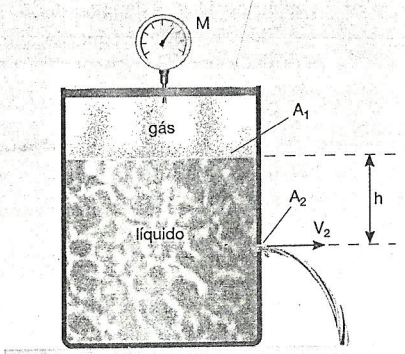
b) Qual o valor do alcance máximo?

c) Supondo que A_2 não seja desprezível em relação a A_1, mostre que $v_2 = \sqrt{\dfrac{2gh}{1 - \left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}}$



38. A figura representa um cilindro cuja área da seção reta é A_1. Dentro do cilindro há, na parte de cima, um gás e, na parte de baixo, um líquido de densidade $8{,}0 \cdot 10^2\,kg/m^3$, que escoa por um orifício de área A_2, com velocidade v_2. Num determinado instante, a pressão do gás (lida no medidor M) é 2,2 atm e $h = 5{,}0\,m$. Determine o valor de v_2 nesse instante, supondo $A_1 >> A_2$.

Dados: Aceleração da gravidade $= 10\,m/s^2$; pressão atmosférica $= 1{,}0\,atm \cong 1{,}0 \cdot 10^5\,Pa$.



CAPÍTULO 11

ANÁLISE DIMENSIONAL

GRANDEZAS FUNDAMENTAIS

Equações dimensionais

Na Mecânica, adotam-se a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T) como *grandezas fundamentais*.

Pode-se expressar qualquer grandeza física G, de natureza mecânica, em função de M, L e T, obtendo-se, assim, a equação *dimensional da grandeza G*.

Desse modo, a equação dimensional de G, que é indicada pela notação [G], será dada por $[G] = M^{\alpha}L^{\beta}T^{\gamma}$. Os expoentes α, β e γ são chamados *dimensões físicas* da grandeza G em relação às grandezas fundamentais M, L e T, respectivamente.

Vamos determinar, por exemplo, a equação dimensional da *velocidade*. No movimento uniforme, a velocidade é dada pelo quociente entre variação de espaço Δs e o correspondente intervalo de tempo Δt: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Assim, temos: $[v] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]}$

Sendo $[\Delta s] = L$ e $[\Delta t] = T$, vem:

$$[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

ou em função de M, L e T:

$$[v] = M^0LT^{-1}$$

Portanto, as dimensões físicas da velocidade, em relação às grandezas massa, comprimento e tempo, são, respectivamente, 0, 1 e -1.

Outras equações dimensionais da Mecânica:

Aceleração

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Longrightarrow [a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{M^0LT^{-1}}{T} \therefore [a] = M^0LT^{-2}$$

Força

$$F = m \cdot a \Longrightarrow [F] = [m] \cdot [a] = M \cdot M^0 \cdot LT^{-2} \therefore [F] = MLT^{-2}$$

Trabalho e energia

$$\mathcal{T} = F \cdot d \Longrightarrow [\mathcal{T}] = [F] \cdot [d] = MLT^{-2}L \therefore [\mathcal{T}] = ML^2T^{-2}$$

Potência

$$Pot = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t} \Longrightarrow [Pot] = \frac{[\mathcal{T}]}{[\Delta t]} = \frac{ML^2T^{-2}}{T} \therefore [Pot] = ML^2T^{-3}$$

Quantidade de movimento

$$Q = mv \Longrightarrow [Q] = [m] \cdot [v] = MM^0LT^{-1} \therefore [Q] = MLT^{-1}$$

Observação

No Sistema Internacional, as unidades das grandezas fundamentais massa, comprimento e tempo são, respectivamente, quilograma (kg), metro (m) e segundo (s). As unidades das grandezas apresentadas anteriormente, em função dessas unidades, são dadas na tabela abaixo.

Grandezas	Equações dimensionais	Unidades no SI
velocidade	M^0LT^{-1}	$m \cdot s^{-1} = \frac{m}{s}$
aceleração	M^0LT^{-2}	$m \cdot s^{-2} = \frac{m}{s^2}$
força	MLT^{-2}	$kg \cdot m \cdot s^{-2} = kg \cdot \frac{m}{s^2}$
trabalho	ML^2T^{-2}	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$
potência	ML^2T^{-3}	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = kg \cdot \frac{m^2}{s^3}$
quantidade de movimento	MLT^{-1}	$kg \cdot m \cdot s^{-1} = kg \cdot \frac{m}{s}$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Adotando como grandezas fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), determine as equações dimensionais:
a) do volume de um corpo;
b) da densidade de um corpo.

Resolução:

a) O volume de um corpo é dado pelo produto de três comprimentos ℓ_1, ℓ_2 e ℓ_3, isto é, $V = \ell_1 \cdot \ell_2 \cdot \ell_3$. Assim, temos:

$[V] = [\ell_1][\ell_2][\ell_3] = L \cdot L \cdot L = L^3$. Em função de M, L e T, vem: $[V] = M^0L^3T^0$

b) A densidade d de um corpo de massa m e de volume V é dada por $d = \frac{m}{V}$. Assim, temos:

$$[d] = \frac{[m]}{[v]} = \frac{M}{M^0L^3T^0} \therefore [d] = ML^{-3}T^0$$

2. Adotando como grandezas fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), determine as equações dimensionais:
a) da área de uma superfície;
b) da pressão.

3. A equação dimensional do impulso de uma força, adotando como grandezas fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), é:
a) MLT
b) MLT^{-1}
c) $ML^{-1}T$
d) $M^{-1}LT$
e) $M^{-1}L^{-1}T$

4. A lei da gravitação universal fornece a intensidade da força de atração F entre duas massas, M e m, separadas por uma distância d:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

G é constante de gravitação universal.
Adotando como grandezas fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), podemos afirmar que a equação dimensional da constante G é dada por:
a) ML^2T^{-2}
b) $M^{-1}L^2T^{-2}$
c) $M^{-1}L^{-2}T^3$
d) $M^{-1}L^3T^{-2}$
e) $M^{-2}L^3T^{-2}$

5. Num novo sistema de unidades, as grandezas fundamentais e seus símbolos dimensionais são, respectivamente: volume, V; força, F; e tempo, T. Determine, nesse sistema, a equação dimensional de potência.

Resolução:

A potência média é dada pelo quociente entre o trabalho $\mathcal{T}$ e o correspondente intervalo de tempo Δt. Sendo $\mathcal{T} = F \cdot d$, onde d é o módulo do deslocamento, vem:

$$Pot = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t} = \frac{F \cdot d}{\Delta t}$$

Assim, temos:

$$[Pot] = \frac{[F] \cdot [d]}{[\Delta t]}$$

Mas: $[F] = F$

$[d] = \sqrt[3]{[v]} = V^{1/3}$, onde V é o volume $[\Delta t] = T$

Portanto: $[Pot] = \frac{F \cdot V^{1/3}}{T}$ $[Pot] = FV^{1/3}T^{-1}$

6. Num novo sistema de unidades, as grandezas fundamentais e seus símbolos dimensionais são, respectivamente: área, A; força, F; e velocidade, V. Escreva, nesse sistema, a equação dimensional de trabalho.

7. No Sistema Internacional, as unidades das grandezas fundamentais massa, comprimento e tempo são, respectivamente, quilograma (kg), metro (m) e segundo (s). A unidade de potência, em função dessas unidades, é expressa por:
a) $kg \cdot m \cdot s^{-1}$
b) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
c) $kg \cdot m \cdot s^{-2}$
d) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
e) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$

Resolução:
A potência média é dada pelo quociente entre o trabalho $\mathcal{T}$ e o correspondente intervalo de tempo Δt. Sendo $\mathcal{T} = F \cdot d$, com $F = m \cdot a$, onde F é a intensidade da força, m a massa, a a aceleração e d o deslocamento, temos:

$$[Pot] = \frac{[\mathcal{T}]}{[\Delta t]}$$

$$[Pot] = \frac{[m] \cdot [a] \cdot [d]}{[\Delta T]}$$

$$[Pot] = \frac{M \cdot LT^{-2} \cdot L}{T}$$

$$[Pot] = ML^2T^{-3}$$

Em unidades do SI, a unidade de Pot é expressa por: $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$.

8. $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ e $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ representam, respectivamente, unidades de medida, no SI das grandezas:
a) força e potência.
b) força e trabalho.
c) potência e trabalho.
d) impulso e potência.
e) impulso e força

PRÉ-VESTIBULAR CENTRAL

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

9. (E. E. Mauá-SP) As equações dimensionais das grandezas mecânicas, no Sistema Internacional de Unidades, são do tipo:

$$[G] = L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}$$

onde G é uma grandeza qualquer e L, M e T são grandezas fundamentais.
a) Quais são as grandezas L, M e T e quais são suas unidades no SI?
b) Como se chamam os expoentes α, β e γ e que valores têm quando G é potência mecânica?

10. (Mackenzie-SP) Considerando as grandezas fundamentais, massa M, comprimento L e tempo T, a dimensão do trabalho de uma força é:
a) MLT
b) ML^2T^2
c) MLT^{-2}
d) ML^2T^{-2}
e) $ML^{-2}T^2$

11. (AMAN) A equação dimensional da grandeza G, definida pela igualdade:
G = velocidade × trabalho × pressão × tempo é:
a) ML^2T^{-3}
b) L^2T^4
c) ML^2T^{-4}
d) $M^2L^2T^{-4}$
e) $M^3L^2T^{-2}$

12. (Gama Filho-RJ) Seja uma grandeza G representada matematicamente por $G = \frac{a \cdot \ell \cdot m}{t}$, onde a é aceleração, m é massa, t é tempo e ℓ é comprimento.
Podemos afirmar que a dimensão de G é:
a) ML^2T^3
b) $ML^{-2}T^{-3}$
c) ML^2T^{-3}
d) MLT^{-2}
e) MLT^3

13. (FEI-SP) Considerando um sistema de unidades mecânicas em que as unidades fundamentais são de força (F), comprimento (L) e tempo (T), a equação dimensional de quantidade de movimento é:
a) $FL^{-1}T$
b) $FL^{-2}T^2$
c) FLT^{-2}
d) FL^0T
e) FL^0T^{-2}

14. (U. F. Uberlândia-MG) O $kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$ é uma unidade de:
a) força.
b) aceleração.
c) potência.
d) trabalho.
e) velocidade.

15. (FEI-SP) Em um sistema de unidades em que as grandezas fundamentais são massa, comprimento e tempo, usando todas as grandezas em unidades do Sistema Internacional (SI), qual é a afirmação abaixo que contém as unidades de trabalho de uma força, aceleração e energia cinética, respectivamente?
a) kgm^2/s^2; km/h²; kg/cm^2
b) kgf · cm/s; m/s^2; kgf/h
c) kg · s/m; m/s^2; $kgfm^2/s^2$
d) kg · m^2/s^2; m/s^2; kg · m^2/s^2
e) kgf · s^2; m/s^2; kgf · m^2

16. (FUVEST-SP) Numa aula de Física, três estudantes realizaram medidas de pressão. Ao invés de expressar seus resultados em pascal, a unidade de pressão no Sistema Internacional (SI), eles apresentam seus resultados nas seguintes unidades do SI.
I) Nm^{-2} II) Jm^{-3} III) Wsm^{-3}
Podem ser considerados corretos, do ponto de vista dimensional, os seguintes resultados:
a) Nenhum.
b) Somente I.
c) Somente I e II.
d) Somente I e III.
e) Todos.

Homogeneidade dimensional e previsão de fórmulas

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

17 A velocidade de uma partícula varia em função do tempo de acordo com a equação $v = A + Bt^2$, onde A e B são parâmetros não nulos. Em relação às grandezas fundamentais massa (M), comprimento (L) e tempo (T), determine as equações dimensionais dos parâmetros A e B.

Resolução:
Para que uma equação seja dimensionalmente correta, as dimensões de um membro devem ser iguais às dimensões do outro membro. Essa propriedade recebe o nome de *homogeneidade dimensional*. Quando uma grandeza for igual à soma de outras, suas dimensões devem ser iguais às dimensões de cada parcela. Assim, em $v = A + Bt^2$, temos:

$[v] = [A] \therefore [A] = M^0LT^{-1}$

$[v] = [Bt^2] \therefore [B][t]^2 = [v] \therefore [B]T^2 = M^0LT^{-1} \therefore [B] = M^0LT^{-3}$

18 A aceleração de uma partícula varia com o tempo de acordo com a equação $a = A \cdot \cos(B \cdot t)$, onde A e B são parâmetros não nulos. Em relação às grandezas fundamentais massa (M), comprimento (L) e tempo (T), determine as equações dimensionais dos parâmetros A e B.

Resolução:
Quando uma grandeza for igual ao produto de outras, suas dimensões devem ser iguais às dimensões do produto. Assim, temos: $[a] = [A] \cdot [\cos(B \cdot t)]$. Como $\cos(B \cdot t)$ é adimensional, resulta: $[a] = [A]$. Portanto:

$$[A] = M^0LT^{-2}$$

As funções trigonométricas são aplicadas a grandezas adimensionais. Isso significa que: $[B \cdot t] = M^0L^0T^0$
$[B] \cdot [t] = M^0L^0T^0$
$[B] \cdot T = M^0L^0T^0$

$$[B] = M^0L^0T^{-1}$$

19 Determine a expressão do período de oscilação t de um pêndulo simples, sabendo-se que ele depende do comprimento ℓ do fio e da aceleração da gravidade g. Admita que essa dependência seja do tipo $t = K \cdot \ell^{\alpha} \cdot g^{\beta}$, onde K é uma constante adimensional e α e β números reais.

Resolução:

Para determinarmos a expressão do período t em função de ℓ e g, basta acharmos os expoentes α e β. Lembrando que os dois membros devem ter as mesmas dimensões (homogeneidade dimensional), vem:

$$[t] = [\ell^{\alpha} g^{\beta}] = [\ell]^{\alpha} \cdot [g]^{\beta}$$

Sendo $[t] = M^0L^0T$

$[\ell] = M^0LT^0$

$[g] = M^0LT^{-2}$, vem:

$$M^0L^0T = (M^0LT^0)^{\alpha} \cdot (M^0LT^{-2})^{\beta}$$

$$M^0L^0T = M^0L^{\alpha+\beta}T^{-2\beta}$$

Identificando os expoentes, resulta o sistema:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -2\beta = 1 \end{cases}$$

Portanto: $\beta = -\frac{1}{2}$ e $\alpha = \frac{1}{2}$

Logo: $t = K \cdot \ell^{1/2} \cdot g^{-1/2} \therefore \quad t = K \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Observação

Este exercício nos mostra que é possível, através da análise dimensional, fazer previsão de fórmulas. Entretanto, através da análise dimensional não é possível determinar o valor da constante adimensional K.

20. A intensidade da força resultante (F) que age numa partícula varia com o tempo (t) segundo a equação $F = A + B \cdot t$, onde A e B são parâmetros não nulos. Em relação às grandezas fundamentais massa (M), comprimento (L) e tempo (T), determine as equações dimensionais dos parâmetros A e B.

21. A velocidade (v) de uma partícula varia com o tempo (t) segundo a equação $v = A \cdot \text{sen}(B \cdot t + C)$, onde A, B e C são parâmetros não nulos. Adotando como grandezas fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), determine as equações dimensionais dos parâmetros A, B e C.

22. Uma corda com densidade linear de massa μ (massa por unidade de comprimento) está sob ação de uma força de tração de intensidade F. Um movimento ondulatório se propaga na corda com velocidade v tal que $v = K \cdot F^{\alpha} \cdot \mu^{\beta}$, onde K é uma constante adimensional.

a) Quais os valores de α e β?

b) Qual a fórmula da velocidade de propagação da onda na corda?

23. A velocidade mínima v de uma moto que descreve um movimento vertical no interior de um "globo da morte" depende, no ponto mais alto, do raio R do globo e da aceleração g da gravidade. Admita que essa dependência seja do tipo $v = K \cdot R^{\alpha} \cdot g^{\beta}$, onde K é uma constante adimensional e α e β, números reais. Determine, através da análise dimensional, os valores de α e β.

EXERCÍCIOS DE REFORÇO

24. A equação $G = \frac{X \cdot Y}{Z} \cdot \cos(X \cdot Y)$ relaciona as grandezas físicas G, X, Y e Z. A equação dimensional de G é M^0LT^0 e a de X é $M^0L^2T^{-1}$. Quais as equações dimensionais de Y e Z?

25. (CESGRANRIO-RJ) Na expressão seguinte, x representa uma distância, v uma velocidade, a uma aceleração, e k uma constante adimensional.

$$x = k\frac{v^n}{a}$$

Qual deve ser o valor do expoente n para que a expressão seja fisicamente correta?

26. (PUC-MG) Considere a equação $A = BC$, escrita no SI, com B em N e C em s^2/m. Então, a unidade SI da grandeza A é a mesma da grandeza:

a) aceleração.
b) campo magnético.
c) força.
d) massa.
e) trabalho.

27. (VUNESP-SP) Um estudante de física, resolvendo certo problema, chegou à expressão final $F = 2(m_1 + m_2)\,vt^2$, onde

F representa uma força,
m_1 e m_2 representam massa,
v é uma velocidade linear,
t é tempo.

Outro estudante, resolvendo o mesmo problema, chegou à expressão $F = 2(m_1 + m_2)\,vt^{-1}$. Mesmo sem conhecer os detalhes do problema, você deve ser capaz de verificar qual das respostas acima obviamente deve estar errada. Explique qual delas está errada.

28. (FEI-SP) Estudando um determinado fenômeno físico, um pesquisador concluiu que a velocidade v do objeto em estudo dependia de certa força F, de certa massa m, e de certo comprimento ℓ. Através da análise dimensional das grandezas que foram dadas, determine uma possível expressão monômia para $v = f(F, m, \ell)$.

29. (FUVEST-SP) Um objeto esférico de raio R se move, com velocidade v, através de um fluido de viscosidade h. Sabe-se que a força de atrito viscoso F_v depende de v, h e R. O coeficiente de viscosidade h tem equação dimensional $[h] = ML^{-1}T^{-1}$, onde M é massa, L é comprimento e T é tempo.

a) Qual a equação dimensional $[F]$ da grandeza força?
b) Utilize análise dimensional para determinar a relação entre a força F_v e as variáveis R, h e v.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

30. (UNAMA-AM) Define-se peso específico de um corpo como sendo a intensidade de seu peso e o volume ocupado. A equação dimensional do peso específico é expressa por:

a) $ML^{-2}T^{-1}$
b) $M^{-1}LT^{-2}$
c) $M^{-2}LT^{-2}$
d) $M^{-1}L^{-2}T^{-2}$
e) $ML^{-2}T^{-2}$

31. (UNISA-SP) Considere a equação $p = \frac{1}{2}\sigma v^2$ onde p representa pressão e v velocidade. Quais são as dimensões da grandeza física σ em função das grandezas fundamentais do SI?

a) $M^{-1}L$
b) ML^{-3}
c) $M^{-1}L^3$
d) $M^{-1}L^{-3}$
e) ML^{-1}

32. (FEI-SP) O coeficiente de viscosidade dinâmica de um fluído é dado pela equação: $\eta = \frac{F \cdot \Delta x}{A \cdot \Delta V}$, onde F é a intensidade da força, A a área, Δx é a distância e Δv é a variação de velocidade. A equação dimensional do coeficiente η, em função das grandezas fundamentais tempo (T), massa (M) e comprimento (L), é:

a) MLT^{-2}
b) $M^2L^2T^{-3}$
c) MLT^{-3}
d) $ML^{-1}T^{-1}$
e) $ML^{-1}T^{-3}$

33. (FATEC-PR) Multiplicando as equações dimensionais de três grandezas A, B e C, encontramos como produto a equação $L^{-1}MT^{-2}$ de uma quarta grandeza que é:

a) força.
b) potência.
c) trabalho.
d) massa específica.
e) pressão.

34. (Mackenzie-SP) Como resultado de um trabalho experimental, um estudante obtém $30\frac{kg}{m \cdot s^2}$. A grandeza obtida foi:

a) força.
b) pressão.
c) aceleração.
d) energia.
e) impulso.

35. (CESGRANRIO-RJ) Na análise de determinados movimentos, é bastante razoável supor que a força de atrito seja proporcional ao quadrado da velocidade da partícula que se move. Analiticamente:

$$f = Kv^2$$

A unidade da constante de proporcionalidade K no SI é:

a) $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
b) $\frac{kg \cdot s^2}{m^2}$
c) $\frac{kg \cdot m}{s}$
d) $\frac{kg}{m}$
e) $\frac{kg}{s}$

36. (UNICAMP-SP) A velocidade das ondas numa praia pode depender de alguns dos seguintes parâmetros: a aceleração da gravidade g, a altura da água h, e a densidade da água d. Fazendo análise dimensional, observa-se que a velocidade da onda não depende de um dos 3 parâmetros citados. Que parâmetro é esse? Qual a expressão da velocidade em termos dos 2 parâmetros restantes?

37. (UNICAMP-SP) Num dado sistema de unidades, multiplicam-se por um mesmo fator α as unidades de comprimento, velocidade e força. Por que fatores serão multiplicadas as unidades de tempo, massa e energia?

38. (FEI-SP) A variação da massa M com o tempo t, de uma esfera de naftalina que sublima, é dada por $M = M_0 e^{-Kt}$, válida no Sistema Internacional de Unidades. Quais as unidades de M_0 e K? Sabe-se que e é a base dos logaritmos neperianos.

39. (CESGRANRIO-RJ) São propostas a seguir três expressões literais para a velocidade v de uma partícula em determinadas situações experimentais:

I) $v = k_1[(R_1/R_2) + 1]$
II) $v = k_2(R_1 + R_2 + 1)$
III) $v = k_3(R_1 \times R_2)$

Os símbolos R_1 e R_2 representam comprimentos. Independentemente das dimensões físicas dos coeficientes k_1, k_2, k_3, qual (quais) das expressões acima está (estão), com toda certeza, errada (s)?

a) somente I
b) somente II
c) somente I e III
d) I e II somente
e) I, II e III

40. (Inatel-MG) Leia com atenção o seguinte trecho extraído do livro *Pensando a Física*, do prof. Mário Schenberg:

"Há na Física uma coisa muito misteriosa que é o chamado comprimento de Planck. É muito curioso saber que quando Planck descobriu a constante h, percebeu que, com a constante h, com a constante gravitacional (G) e com a velocidade da luz (c), podia-se formar um comprimento. Esse comprimento é extremamente pequeno, da ordem de 10^{-33} cm. Hoje se compreende que esse comprimento deve ser importante para a compreensão da origem do universo. Esse número deve estar ligado ao que há de mais fundamental na Física."

Responda agora à seguinte questão:

- Qual é a possível combinação das constantes h, G e c que forma o comprimento de Planck, de acordo com o texto acima?

São dados os seguintes valores no Sistema Internacional:

$h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$;

$c = 3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$ (no ar)

Observações

1ª) Em Termologia adota-se como grandeza fundamental a temperatura absoluta (θ), além das três grandezas mecânicas massa (M), comprimento (L) e tempo (T).

A seguir, apresentamos algumas equações dimensionais de grandezas que comparecem em Termologia.

Temperatura	$[t] = M^0L^0T^0\theta$
Coeficiente de dilatação	$[\alpha] = \dfrac{[\Delta\ell]}{[\ell_0][\Delta\theta]} = M^0L^0T^0\theta^{-1}$
Quantidade de calor	$[Q] = [\mathcal{E}] = ML^2T^{-2}$
Calor específico	$[c] = \dfrac{[Q]}{[m]\cdot[\Delta\theta]} = M^0L^2T^{-2}\theta^{-1}$
Capacidade térmica	$[C] = [m]\cdot[c] = ML^2T^{-2}\theta^{-1}$
Calor latente	$L = \dfrac{[Q]}{[m]} = M^0L^2T^{-2}\theta^0$

2ª) Em Eletricidade adota-se como grandeza fundamental a intensidade de corrente (I), além das três grandezas mecânicas massa (M), comprimento (L) e tempo (T).

A seguir, apresentamos algumas equações dimensionais de grandezas que comparecem em Eletricidade.

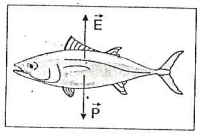
Intensidade de corrente	$[i] = M^0L^0T^0I$
Carga elétrica	$[Q] = [i]\cdot[\Delta t] = M^0L^0TI$
Diferença do potencial elétrico	$[U] = \dfrac{[\mathcal{E}]}{[q]} = ML^2T^{-3}I^{-1}$
Campo elétrico	$[E] = \dfrac{[U]}{[d]} = MLT^{-3}I^{-1}$
Resistência elétrica	$[R] = \dfrac{[U]}{[i]} = ML^2T^{-3}I^{-2}$
Resistividade	$[\rho] = [R]\cdot\dfrac{[A]}{[\ell]} = ML^3T^{-3}I^{-2}$
Capacidade eletrostática	$[C] = \dfrac{[Q]}{[U]} = M^{-1}L^{-2}T^4I^2$
Campo de indução magnética	$[B] = \dfrac{[F]}{[q][v]} = ML^0T^{-2}I^{-1}$
Fluxo magnético	$[\phi] = [B]\cdot[A] = ML^2T^{-2}I^{-1}$

TABELA DE SENOS, COSSENOS E TANGENTES

Ângulo	sen	cos	tg	Ângulo	sen	cos	tg
0°	0,000	1,000	0,000	46°	0,719	0,695	1,036
1°	0,018	1,000	0,018	47°	0,731	0,682	1,072
2°	0,035	0,999	0,035	48°	0,743	0,669	1,111
3°	0,052	0,999	0,052	49°	0,755	0,656	1,150
4°	0,070	0,998	0,070	50°	0,766	0,643	1,192
5°	0,087	0,996	0,088	51°	0,777	0,629	1,235
6°	0,104	0,994	0,105	52°	0,788	0,616	1,280
7°	0,122	0,992	0,123	53°	0,799	0,602	1,327
8°	0,139	0,990	0,140	54°	0,809	0,588	1,376
9°	0,156	0,988	0,158	55°	0,819	0,574	1,428
10°	0,174	0,985	0,176	56°	0,829	0,559	1,483
11°	0,191	0,982	0,194	57°	0,839	0,545	1,540
12°	0,208	0,978	0,213	58°	0,848	0,530	1,600
13°	0,225	0,974	0,231	59°	0,857	0,515	1,664
14°	0,242	0,970	0,249	60°	0,866	0,500	1,732
15°	0,259	0,966	0,268	61°	0,875	0,485	1,804
16°	0,276	0,961	0,287	62°	0,883	0,470	1,881
17°	0,292	0,956	0,306	63°	0,891	0.454	1,963
18°	0,309	0,951	0,325	64°	0,899	0,438	2,050
19°	0,326	0,946	0,344	65°	0,906	0,423	2,144
20°	0,342	0,940	0,364	66°	0,914	0,407	2,246
21°	0,358	0,934	0,384	67°	0,920	0,391	2,356
22°	0,375	0,927	0,404	68°	0,927	0,375	2,475
23°	0,391	0,920	0,424	69°	0,934	0,358	2,605
24°	0,407	0,914	0,445	70°	0,940	0,342	2,748
25°	0,423	0,906	0,466	71°	0,946	0,326	2,904
26°	0,438	0,899	0,488	72°	0,951	0,309	3,078
27°	0,454	0,891	0,510	73°	0,956	0,292	3,271
28°	0,470	0,883	0,532	74°	0,961	0,276	3,487
29°	0,485	0,875	0,554	75°	0,966	0,259	3,732
30°	0,500	0,866	0,577	76°	0,970	0,242	4,011
31°	0,515	0,857	0,601	77°	0,974	0,225	4,33
32°	0,530	0,848	0,625	78°	0,978	0,208	4,70
33°	0,545	0,839	0,649	79°	0,982	0,191	5,14
34°	0,559	0,829	0,674	80°	0,985	0,174	5,67
35°	0,574	0,819	0,700	81°	0,988	0,156	6,31
36°	0,588	0,809	0,726	82°	0,990	0,139	7,16
37°	0,602	0,799	0,754	83°	0,992	0,122	8,14
38°	0,616	0,788	0,781	84°	0,994	0,104	9,51
39°	0,629	0,777	0,810	85°	0,996	0,087	11,4
40°	0,643	0,766	0,839	86°	0,998	0,070	14,3
41°	0,656	0,755	0,869	87°	0,999	0,052	19,1
42°	0,669	0,743	0,900	88°	0,999	0,035	28,6
43°	0,682	0,731	0,932	89°	1,000	0,018	57,3
44°	0,695	0,719	0,966	90°	1,000	0,000	
45°	0,707	0,707	1,000				

CAPÍTULO 1

2. 5,0 g/cm³; 5,0 × 10³ kg/m³
4. a) 2,4 g/cm³
b) 2,73 g/cm³
6. a) 2,86 g/cm³
b) 3,5 g/cm³
7. d **8.** d **9.** d **10.** c
11. b **12.** c **13.** d **14.** d
15. c
16. $1{,}7 \cdot 10^{-2}$ kg
17. a) 7,2 N
b) $2{,}5 \cdot 10^{2}$ latas
18. e **19.** c
21. $6{,}4 \times 10^{-2}$ N
23. a) $6 \times 10^{+3}$ kg/m³
b) 400 N
c) 80 N
d) 1,7 m/s²
25. $1{,}0 \times 10^{3}$ kg/m³ **27.** 38 N
28. c **29.** a **30.** b
31. a)



$\vec{E}$: empuxo
$\vec{P}$: peso
b) Aumenta a intensidade do empuxo e o peixe sobe.
32. P_2 é maior que P_1 ($P_2 > P_1$)
33. d **34.** b **35.** e
36. a) $T_1 = P$; $T_2 = P - E$
b) $P_{cp} \cdot \ell_1 = P_{cil} \cdot a$
$P_{cp} \cdot \ell_2 = (P_{cil} - E) \cdot a$
c) 0,81 g/cm³
37. 50 g **38.** 1,29 m
39. a **40.** b **41.** $\frac{1}{2}$
43. a) 10 kg; 100 N c) 150 N
b) 250 N d) 15 m/s²
45. $1{,}4 \times 10^{2}$ kg/m³
47. 100 N
48. $1{,}0 \times 10^{3}$ N
50. a) 12,5 g b) 15,6 cm³
53. 0,40 g/cm³
54. 0,90 g/cm³
55. 0,40 g/cm³
57. 1,125 g/cm³
59. $4{,}6 \times 10^{2}$ kg/m³
61. 5,9 cm³
63. 2,5 g/cm³
64. b **65.** c **66.** a
67. 0,3 s
68. e **69.** a **70.** c **71.** e
72. a) 66 kg b) sim
73. c **74.** b
75. a) $d_2 \cong 1{,}7 \cdot 10^{3}$ kg/m³
b) m ≅ 8,1 kg
76. d **77.** c **78.** d **79.** d
80. b **81.** c **82.** a **83.** c
85. $4{,}0 \times 10$ N/m²
86. 25 N/m²; 16,7 N/m²; 8,2 N/m²
88. $3{,}2 \times 10^{4}$ N/m²
89. d **90.** a **91.** a
92. e **93.** b
95. $2{,}4 \times 10^{3}$ N/m²
97. 50 cm
98. ≅ 0,24 atm; 18 cmHg; 180 mmHg
100. $5{,}5 \times 10^{5}$ Pa
102. a) $1{,}13 \times 10^{5}$ Pa
b) $2{,}26 \times 10^{4}$ N; $4{,}52 \times 10^{4}$ N
104. a) $2{,}0 \times 10^{5}$ Pa
b) $5{,}0 \times 10^{3}$ kg/m³
c) $9{,}5 \times 10^{5}$ Pa
105. a **106.** d
107. e **108.** 90 m
109. a) O de diâmetro 0,60 m, porque tendo maior área, a altura de líquido será menor.
b) ≅ $4{,}2 \times 10^{3}$ N/m²
110. a) 75 mmHg
b) Entraria sangue na bolsa.
111. c **112.** a **113.** b
114. a) p_o b) $dg\frac{h}{2}$
115. c **116.** a **117.** c **118.** a
120. a) 72 cmHg b) 85 cm
122. 1,5 g/cm³
124. 3,1 g/cm³; 2,1 g/cm³
125. b **126.** e **127.** c **128.** d
129. d **130.** e **131.** b **132.** b
133. b **134.** e **135.** b **136.** d
137. e **138.** e **139.** b
140. 828 mmHg
142. a) 40 N b) 0,15 m
143. e **144.** a **145.** a **146.** d
147. c **148.** 75 cm³
149. 95 s **151.** 5 m/s²
152. d **153.** c
154. 21,88% de ouro; 78,12% de prata
155. d **156.** d
157. a) h = 20 cm b) $1{,}0 \cdot 10^{2}$ s
158. a) $2{,}0 \cdot 10^{4}$ N/m²
b) $5{,}0 \cdot 10^{4}$ N/m²
159. a) $1{,}5 \cdot 10^{3}$ N/m²
b) $8{,}1 \cdot 10^{2}$ t
c) $1{,}0 \cdot 10^{2}$ km/h

CAPÍTULO 2

3. a) $\frac{\theta - 32}{10} = h - 2{,}0$
b) 11 cm
4. a) 5,0 cm; 35 cm
b) $\frac{h - 5{,}0}{3{,}0} = \frac{\theta}{10}$
c) 50 °C
6. a) 34 °C
b) $\theta = 1{,}0\,C + 34$
8. a) $\frac{\theta_E - 4}{23} = \frac{\theta_C}{25}$
b) 50 °C
9. d **10.** d
11. a) 4,84 cm b) 65 °C
12. b **13.** a
15. 122 °F **16.** 40 °C **18.** 27 °C
19. a) 60 °C b) 140 °F
22. −40 °C ou −40 °F
23. 20 °C ou 68 °F
24. 50 °C ou 122 °F
27. a) 1,8 °F b) 1,0 K
29. a) −273 °C b) −459,4 °F
30. 400 °X
31. a) $T_{Ra} = \frac{9}{5} \cdot T_k$
b) 900 °R_a
33. a) $\theta_p - 50 = \frac{\theta_Q}{2}$
b) 300 °Q
35. a) $\frac{T}{3} = \frac{p}{10}$ (T: temperatura absoluta e p: pressão do gás em mmHg)
b) 600 K c) 910 mmHg
36. a) T = 10 · V (T: temperatura absoluta; V: volume do gás em cm³)
b) 746 K c) 10 cm³
37. d **38.** 35 °C
39. b **40.** d **41.** b **42.** b
43. 32 K
44. c **45.** b **46.** c **47.** c
48. d **49.** d **50.** b **51.** d
52. a **53.** d **54.** e **55.** d

CAPÍTULO 3

2. a) 0,60 cm b) 200,60 cm
4. $1{,}0 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1} **6.** 5,0 m
7. $L_{i_{cu}} \cong 19{,}09$ cm; $L_{i_{zn}} \cong 29{,}09$ cm
9. Barra B
10. d **11.** b **12.** c **13.** a
14. 6,0 mm **15.** b **16.** b
17. 0,024 mm **18.** b **19.** c
20. c **21.** d **22.** d **23.** d
25. $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
26. d **27.** d **28.** d
29. a) $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
b) 10 cm²
31. 100,072 cm² **32.** b
33. 100,5 cm; 406 cm³ **34.** e
36. a) 1000,9 cm³
b) 100,5 cm²
38. ≅ 7,84 g/cm³
40. 20,0108 cm³ ≅ 20,01 cm³
41. ≅ 454°C
42. b **43.** a **44.** c **45.** b
46. b **47.** a **48.** d **49.** d
50. 2,044 cm²
51. a) $3{,}6 \cdot 10^{-3}$ b) Não
53. 39,6 N **54.** 52,8 N
55. b **56.** d
57. Não. A dona de casa deveria banhar com água quente somente o copo externo.
58. b **59.** d **60.** e **61.** d
62. c **64.** 1000,44 mm
65. ≅ 50,42 cm **67.** ≅ 0,36 s
68. b **69.** a

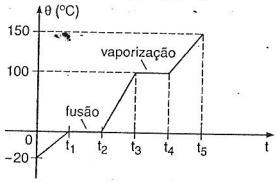
CAPÍTULO 4

2. 155,4 cm³ **4.** 4,8 cm³
5. $67 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1} **6.** 190 °C

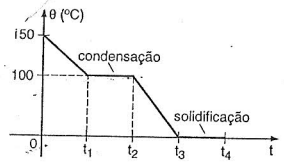
8. 200 cm^3 **10.** 82,80 cm
12. $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$ **14.** 121 °C
15. e **16.** e **17.** d **18.** e
19. 64,4 °C **20.** $8{,}3 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$
21. c
23. a) 6,0 cm^3
b) $1{,}5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$
c) $177 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
d) 507,1 cm^3
24. $530 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
26. a) $4{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
b) $7{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
27. e **28.** b **29.** e
30. $427 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
31. a **32.** a **33.** e
34. Iria se acumulando a partir do fundo para a superfície.
35. b **36.** a **37.** a **38.** e
39. e **40.** 1,008 ℓ **41.** a
42. $2{,}5 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$
43. a) 36 cm^3
b) $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
44. a **45.** c **46.** b

CAPÍTULO 5

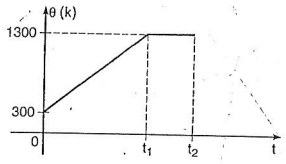
2. 108 kcal **3.** 135 cal
4.



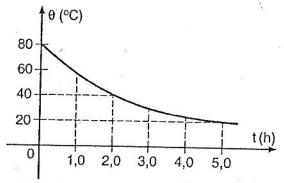
5. c **6.** e **7.** d **8.** e
9. e
10.



12. a) 125 cal/°C
b) 0,125 cal/g°C
13. a) 90 cal/°C
b) $\Delta\theta = 100\ °C$
15. $4{,}2 \times 10^3$ J/kg · K
17. 100 kcal/min
18. 600 s
21. a) 600 cal/min
b) 0,30 cal/g °C
23. a) 40 kcal
b) 270 kcal
c) 310 kcal
25. 47,5 kcal
26. a)



b) 22,5 kcal
27. 185,2 kcal **29.** 10 g
30. b **31.** e **32.** d
33. Não. Como as esferas são de mesma massa mas de materiais diferentes, suas capacidades térmicas (C = m · c) são diferentes. Derreterá maior quantidade de gelo a de maior capacidade térmica.
34. c **35.** d
36. $4{,}2 \times 10^3$ J/kg **37.** a
38. d **39.** c **40.** e **41.** d
42. $3{,}5 \times 10^3$ W
43. a)



b) 12 cal/s
44. 0,4 cal/g · °C **45.** c
46. a **47.** b **48.** e **49.** c
50. a) 15 min; sólida nos primeiros 5 min
b) $\overline{BC}$ ocorre fusão; $\overline{EF}$ é solidificação
51. a
52. a) $1{,}6 \times 10^4$ cal b) 120 g
53. e **54.** $Q = 4{,}5 \times 10^3$ cal
55. b **56.** e
58. Ela deverá misturar quantidades iguais de água (líquida) a 0 °C com água (líquida) a 100 °C. Essa segunda ela obtém de uma chaleira de água "fervendo". A primeira ela obtém do gelo fundente.
60. $2{,}0 \times 10^3$ g
62. $\frac{C_1}{C_2} = \frac{3}{8}$
64. 50 °C
66. água fria: 11,5 ℓ
água quente: 8,5 ℓ
68. $\theta_f \cong 33{,}7\ °C$
70. $\frac{m}{M} = \frac{27}{1}$
72. a) 0 °C b) 100 g
73. a) 100 °C b) 180 g
75. T = 60 °C
77. $\theta_{eq} = 0\ °C$; $m_{res} \cong 340{,}3$ g
80. $\theta_f = 0\ °C$; ao final do equilíbrio térmico somente haverá água a 0 °C no recipiente. Todo o gelo terá derretido.
81. b **82.** a **83.** a **84.** b
85. d **86.** 12 °C **87.** a
88. b **89.** e **90.** a **91.** b
92. a) $m = 9{,}0 \times 10^4$ g
b) $Q = 8{,}1 \times 10^6$ cal
93. a) 80 kJ b) $\frac{1}{9}$
94. b
95. $\Delta t = \frac{m}{p} \cdot [c \cdot (T - T_0) + 1]$
96. b **97.** c
98. a) 30 J em cada segundo
b) 26 J
c) 0,065 J
d) 0,13 J
99. a **100.** c **101.** d
102. a) 0 °C b) 16 °C
103. b **104.** e **105.** 40,2 °C
106. e **107.** 80 °C
108. a) sim b) $\theta_f \cong 3{,}5\ °C$
109. 64 cubinhos de gelo

CAPÍTULO 6

2. a) estado gasoso
b) estado sólido
c) curva de sublimação
d) possível coexistência dos estados sólido e gasoso
e) vaporização
3. a) fusão
b) solidificação
c) vaporização
d) liquefação
e) sublimação
4. No estado líquido.
5. a **6.** e **7.** e
9. Diminui. **11.** Aumenta.
12. Sim. Na base do *iceberg* a pressão é mais elevada que na parte superior, causando abaixamento do ponto de fusão.
14. 9,0% **15.** a **16.** c
20. 30 g **21.** 2,5% **22.** c
23. 5,0 g **24.** b **25.** c
26. É menor que 100 °C.
27. Ocorre condensação do vapor de água na superfície fria da garrafa.
28. Destampada. **29.** Não.
31. a) Fortaleza e Salvador.
b) Nas praias de Fortaleza.
c) Devido à altitude.
33. a) Estado gasoso. É impossível liquefazer (condensar) o gás.
b) a 80 °C $\Rightarrow F_1 = 5{,}0$ atm
a 100 °C $\Rightarrow F_2 = 10$ atm
c) $F_c = 15$ atm
d) As três fases; ponto triplo.
e) Estado líquido.
34. d **35.** c **36.** b
37. As três são verdadeiras.
38. e **39.** c **40.** a
41. O álcool que se evapora retira calor do álcool que permanece líquido.
44. O éter, substância volátil, ao se evaporar, rouba calor do local em que foi aplicado.
45. b **46.** b **47.** b
48. I, III
49. a **50.** b **51.** c **52.** a
53. b **54.** c **55.** b **56.** b
57. c **58.** d **59.** e **60.** b
61. Passa diretamente para o estado

gasoso (sublima).

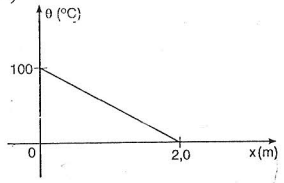
62. a) 20 min
b) 60 min
c) 1 200 m

63. a) 37,5% b) 18 °C

CAPÍTULO 7

2. $\phi \cong 1{,}9$ W/s

3. a)



b) 10 cal/s c) 60 g

5. a) $1{,}68 \times 10^6$ kcal/h
b) $6{,}4 \times 10^5$ kcal

6. Os três processos são a condução, a convecção e a irradiação; a irradiação é o único que pode ocorrer no vácuo, pois se trata de uma propagação ondulatória. Nem a condução nem a convecção podem ocorrer no vácuo, pois são propagações que envolvem as moléculas do meio.

7. Em razão da existência de elétrons livres.

8. O aço é bom condutor de calor e rouba calor da mão esquerda com muito maior velocidade do que a madeira.

9. O isopor, pois, em razão de seu baixo coeficiente de condutividade térmica, esse material torna as paredes isolantes.

10. d

11. a) 120 °C b) 150 °C

12. d **13.** 90 g **14.** d

15. Em *S*, pois o processo de propagação do calor por convecção é muito mais acentuado que o por condução. Em *S* ocorre convecção; em *L* apenas condução.

16. No sentido ($\overrightarrow{a}$), pois o calor do maçarico vai produzir a convecção no cano a partir de *R*, fazendo com que a água suba no cano da direita.

18. Na parte superior, onde está o ar quente.

19. O Sol aquece a camada superior da água da piscina e não ocorre convecção na piscina. Assim, as camadas inferiores vão receber calor apenas por condução (processo de condutividade lento).

20. II, III e IV

21. c **22.** a **23.** a **24.** e

25. a **26.** c **27.** e **28.** a

29. c

31. a) 0,50 kW b) 4,5 kW

33. a) 10 kcal
b) zero
c) 10 kcal

34. c **35.** c **36.** b **37.** a

38. e

39. a) O espelhamento duplo nas paredes e o vácuo existente entre elas.
b) Aumenta, pois aumentamos a energia cinética de agitação das moléculas.

40. b

41. a) aproximadamente −10 °C
b) 33,8 cal/s

42. e

43. a) 8,08 W/s b) 0,24 m

CAPÍTULO 8

1. a) 2 c) 32 e) 36,5
b) 18 d) 44 f) 72

2. $3{,}0 \cdot 10^{24}$ **3.** 7,0 **4.** e

5. a) 32 b) 256 g

6. a) 50 b) $3{,}0 \cdot 10^{25}$

7. c **8.** e **9.** d

11. 2,6 atm **12.** 2,0 mols

14. 2 **16.** 13,2 ℓ

18. a) 5,0 b) 140 g

19. a) 20
b) 4,0 g/mol
c) $\sim 1{,}2 \cdot 10^{25}$

21. 12 mols

23. a) 4,0 atm
b) 60%; 40%
c) 10,4

24. d **25.** c **26.** a **27.** a

28. c **29.** c **30.** c **31.** b

32. c **33.** d **34.** d **35.** 10

36. 400 K **37.** b

38. $\frac{1}{1{,}05} \cong 0{,}952$ **39.** 1,5

40. a) $\frac{2}{3}\ \ell$ b) 36,9 atm

41. c **42.** 12,3 atm **43.** c

44. a) 0,90 atm b) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$

45. $\sim$ 3 atm

47. a) 1,7 g/ℓ; $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ g/cm^3; 1,7 kg/m^3
b) 3,4 kg

49. 0,36 g/ℓ

50. e **51.** b **52.** e **53.** d

54. e **55.** a **56.** b

57. $\sim$ 10 g **58.** c

59. 0,12 kg/m^3

60. a) 1,25 g/ℓ b) 14

61. a) $21{,}7 \cdot 10^3\ \ell$
b) $1{,}8 \cdot 10^{-2}$ g/ℓ

63. a) 12 atm b) 150 K

64. 27 °C **65.** e **66.** zero

67. $\sim$ 2 atm

68. b **69.** c **70.** d **71.** d

72. c **73.** d

75. 0,50 atm **76.** 4ℓ; 8ℓ

77. 3,0 **79.** 75ℓ **80.** 1,6 atm

81. a **82.** 4 atm; 20 °C

83. a) $\sim$ 293 K b) 2,4 atm

84. d **85.** b **86.** d **87.** b

88. d **89.** d **90.** b **91.** c

92. b **93.** 24

94. a) 0,25 atm b) 341 K

95. 450 K **96.** e **97.** 60 K

99. a)
$$\begin{cases} c_v = 6{,}25 \cdot 10^2\ \text{J/kg} \cdot \text{K} = \\ = 0{,}15\ \text{cal/g} \cdot \text{K} \\ c_p = 1{,}04 \cdot 10^3\ \text{J/kg} \cdot \text{K} = \\ = 0{,}25\ \text{cal/g} \cdot \text{K} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} C_{T,V} = 37{,}5\ \text{J/K} = \\ = 9{,}0\ \text{cal/K} \\ C_{T,P} = 62{,}4\ \text{J/K} = \\ = 15\ \text{cal/K} \end{cases}$$

c) $7{,}5 \cdot 10^3$ J = $1{,}8 \cdot 10^3$ cal
d) $1{,}25 \cdot 10^4$ J = $3{,}0 \cdot 10^3$ cal

100. a) 20
b) 40 g/mol
c) $2{,}04 \cdot 10^4$ cal
d) 3,4 cal/g · K

101. a) 12
b) $5{,}4 \cdot 10^3$ cal
c) 3,0 cal/mol · K
d) 1,67
e) $9{,}0 \cdot 10^3$ cal

102. a) 12,5 J/mol · K
b) 20,8 J/mol · K
c) 1,67

103. a) 5,0
b) 140 g
c) $6{,}8 \cdot 10^3$ cal
d) 0,24 cal/g · K

104. a) 10; 320 g
b) 7,04 cal/mol · K; 5,04 cal/mol · K
c) 0,16 cal/g · K
d) 10 584 cal
e) 14 784 cal
f) 1,4

105. $\sim$ 30 J/K

106. d **107.** b **108.** b

111. 0,25 atm **112.** −126,5 °C

113. a **114.** a **115.** a **116.** e

117. a **118.** a **119.** d **120.** d

121. 60 cm

122. a) $2{,}4 \cdot 10^5$ N/m^2
b) 0,03 m^3; 3 mols
c) 10%

123. b

124. a) 1,5 atm
b) $\sim$ 1,55 mm^3

125. c **126.** a **127.** a

CAPÍTULO 9

2. a) 9 000 J c) 7 200 J
b) 9 000 J d) 4,8 °C

3. 2,4 °C **5.** 182,9 m/s

6. 0,96 °C

7. b **8.** e **9.** e

10. 26,1 °C **11.** 75 g

13. a) $1{,}14 \times 10^{-20}$ J
b) H_2 : $2{,}6 \times 10^3$ m/s

O_2 : $6{,}5 \times 10^2$ m/s

15. a) 75,2 K
b) $7{,}5 \times 10^3$ J
c) $1{,}5 \times 10^4$ J

17. $8{,}2 \times 10^3$ J

18. c **19.** c **20.** d **21.** b

22. b **23.** $\frac{T_2}{T_1} = 9$

24. b **25.** d **26.** d **27.** d

28. $8{,}0 \times 10^2$ J

31. $7{,}3 \times 10^3$ J

33. $-9{,}6 \times 10^3$ J (trabalho realizado *sobre* o gás)

36. $1{,}3 \times 10^4$ J **37.** −150 J

38. a) 210 J b) 290 J

39. d **40.** d **41.** e **42.** c

43. d **44.** e **45.** d **46.** d

47. d **48.** a **49.** 2 000 J

50. A temperatura diminui.

51. b

52. a) $4{,}5 \times 10^5$ J
b) $13{,}5 \times 10^5$ J
c) 361 K ou 88 °C

54. a) −2 278,5 J
b) −900 J
c) −1 378,5 J

56. a) −5 080 J c) −5 080 J
b) zero

58. a) −5 250 J c) −2 075 J
b) −3 175 J

60. a) 2 400 K ou 2 127 °C
b) $1{,}6 \times 10^4$ J
c) $1{,}2 \times 10^4$ J

61. a **62.** a **63.** d

64. a) $3{,}0 \times 10^2$ J b) 709 K

65. a) zero b) 12 J

66. c **67.** c **68.** e **69.** a

70. c **71.** d

72. $4{,}6 \times 10^3$ J

73. a) isocórica
b) 7 500 cal; 7 500 cal

75. a) 48,2 K
b) $2{,}4 \times 10^4$ N/m²
c) 828 J
d) 828 J

76. a) 48,8 K c) zero
b) 1 104 J d) 1 104 J

77. a **78.** zero; ΔQ

79. c **80.** b

81. a) 2 ℓ b) 5,7 J

83. a) −4 980 J b) 4 980 J

84. a) 3 200 J b) −3 200 J

85. d **86.** e **87.** e **88.** d

89. a **90.** a **91.** d

93. −30 480 J

94. a **95.** a **96.** c **97.** c

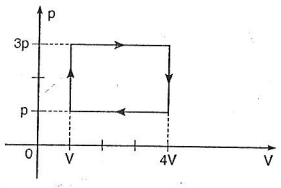
99. a) B: 1 200 K; C: 6 000 K;
D: 1 500 K
b) AB: zero; BC: $1{,}6 \times 10^3$ J;
CD: zero;
DA: $-4{,}0 \times 10^2$ J
c) $1{,}2 \times 10^3$ J
d) $1{,}2 \times 10^3$ J
e) $3{,}0 \times 10^3$ W

101. a) Conversão de trabalho em calor.
b) $-3{,}0 \times 10^2$ J

102. a) 4,0 J b) 4,0 J c) zero

103. a) AB: isocórica
BC: isobárica
CD: isocórica
DA: isobárica
b) 400 J
c) zero
d) recebeu: AB e BC
perdeu: CD e DA
e) AB e BC
f) zero

104. a)



b) $\mathcal{C} = 6pV$

105. a) 1,0 J b) D

106. 4 800 J

107. a) $1{,}0 \times 10^5$ J
b) $3{,}75 \times 10^5$ J
c) $-1{,}25 \times 10^5$ J
d) $-7{,}5 \times 10^4$ J

108. e

110. a) 100 W b) 25%

111. a) 250 W
b) 20%
c) 250 J (com a fonte quente)
200 J (com a fonte fria)

113. a) 150 J b) 1,5

114. b **115.** e **116.** c **117.** c

118. 25% **119.** a

121. a) 87,5% b) 160 J c) 140 J

123. Não.

125. a) 50 J b) 50 J c) 1,0

126. a **127.** e **128.** e **129.** e

130. d **131.** c

132. a) 25% b) ≅ 139°C

133. $1{,}6 \times 10^7$ cal

134. d **135.** c

136. a) $1{,}0 \cdot 10^2$ kg
b) $4{,}8 \cdot 10^2$ J

137. c

138. a) É falsa b) 50 m³

CAPÍTULO 10

1. a) 7,5 m/s²
b) $4{,}2 \cdot 10^3$ cm³

2. 8,0 m/s² **3.** b

5. a) 4,0 ℓ/s = $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ m³/s
b) $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ m²
c) 3,2 kg/s

6. a) 10 h
b) $\sim 4{,}2 \cdot 10^{-5}$ m/s

7. $3{,}0 \cdot 10^2$ s **8.** ~ 30 m/s

9. a) 10^3
b) $2{,}4 \cdot 10^5$; $4{,}0 \cdot 10^3$
c) $3{,}6 \cdot 10^{-2}$

11. 4,0 cm²

12. $\sim 3{,}8 \cdot 10^9$ **13.** e

14. a) ~ 0,1 ℓ/s b) ~ 50 s

15. e

16. a) 15 h b) 0,020 m/h

17. a) 15 cm/s c) 30 cm³/s
b) 5,0 cm/s

18. b

19. $v_1 \cong 4{,}4$ m/s; $v_2 \cong 5{,}8$ m/s

20. a) 6,0 m/s
b) $6{,}0 \cdot 10^{-5}$ m³/s
c) 1,2 m

21. a) $9{,}6 \cdot 10^2$ Pa
b) $4{,}8 \cdot 10^4$ N

22. a **23.** b **24.** 12 m

25. a) $1{,}5 \cdot 10^3$ Pa
b) $8{,}1 \cdot 10^2$ t
c) $1{,}0 \cdot 10^2$ km/h

26. a) 2 m/s; 8 m/s
b) $8\pi \cdot 10^{-4}$ m³/s
c) $1{,}2\pi$ kg/s
d) $\sim 4{,}7 \cdot 10^4$ Pa
e) $\sim 1{,}52 \cdot 10^5$ Pa

27. 38 m/s **28.** 148 m/s

29. $\sqrt{2gh}$

31. a **32.** d **33.** d

34. $\sim 0{,}90 \cdot 10^5$ Pa

35. a) 65 cm
b) $h = h_1 + h_2$

36. ~ 0,37 cm²

37. a) $h = \frac{H}{2}$ b) H

38. 20 m/s

CAPÍTULO 11

2. a) $M^0L^2T^0$ b) $ML^{-1}T^{-2}$

3. b **4.** d

6. $F \cdot A^{1/2} \cdot V^0$ **8.** b

9. a) L: comprimento; metro (m)
M: massa; quilograma (kg)
T: tempo; segundo (s)
b) dimensões físicas da grandeza G
$\alpha = 2$; $\beta = 1$; $\gamma = -3$

10. d **11.** d **12.** c **13.** d

14. d **15.** d **16.** e

20. $[A] = MLT^{-2}$;
$[B] = MLT^{-3}$

21. $[A] = M^0LT^{-1}$;
$[B] = M^0L^0T^{-1}$;
$[C] = M^0L^0T^0$

22. a) $\alpha = \frac{1}{2}$; $\beta = -\frac{1}{2}$

b) $v = K \cdot \sqrt{\frac{F}{u}}$

23. $\alpha = \frac{1}{2}$; $\beta = \frac{1}{2}$

24. $[Z] = M^0L^{-1}T^0$;
$[Y] = M^0L^{-2}T$

25. n = 2 **26.** d

27. A primeira expressão está errada.

28. $v = K \cdot \sqrt{\frac{F \cdot \ell}{m}}$

29. a) MLT^{-2}
b) $F_v = K \cdot v \cdot h \cdot R$